آستان قدس
معاونت فرهنگی

جین میوس

فرمولهای ستاره شناسی برای محاسبها

محمود لایقی فیروزآبادی

فرمولهای ستاره شناسی برای محاسبها

جین میوس

ترجمهٔ : محمود لایقی فیروزآبادی

معاونت فرهنگی

مشخصات :

نام کتاب : فرمولهای ستاره‌شناسی برای محاسبها

مؤلف : جین میوس

مترجم : محمود لایقی فیروزآبادی

ناشر : معاونت فرهنگی آستان قدس رضوی

تیراژ : ۳۰۰۰ نسخه

تاریخ انتشار : ۱۳۶۸

حروفچینی : بهروز

چاپ : مؤسسهٔ چاپ و انتشارات آستان قدس رضوی

حق چاپ محفوظ است

بسم الله الرحمن الرحیم

سپاس بیکران بر خداوند منان که نعمت خویش را بر ملت بزرگ ایران تمام کرد و اورا توان بخشید تا هویت اسلامی وانسانی خود را باز یابد.

درود فراوان بر پیامبر بزرگوار اسلام «ص» و امامان «ع» و صالحان و شهیدان و دانشمندان، که زندگانی و مرگشان در طول قرنها، همواره اندیشه و کردار انسانها را بارور کرده است.

به برکت جمهوری اسلامی ایران و در سایه امام علی بن موسی الرضا«ع»، آستان قدس رضوی در سالهای پس از پیروزی انقلاب تحولی شگرف به خود دیده است. بخش عظیمی از این تحول را فعالیتهای پژوهشی و فرهنگی در عرصه‌های گوناگون تشکیل می‌دهد که در قالب نهادهایی چند شکل گرفته است: نهادهایی جوان و کمسال، اما پوینده و پرتلاش ، که با همکاری عده‌ای از پژوهشگران متعهد و دلسوز به‌کار تحقیق، تالیف و نشر مشغولند.

معاونت فرهنگی آستان قدس رضوی بر آن است تا ضمن پرداختن به وظیفهٔ خطیر هماهنگی فعالیتهای پژوهشی، علمی و هنری مؤسسه‌های یاد شده، مجموعه‌ای از استعدادهای علمی و فرهنگی پراکنده در استان پهناور خراسان را گرد هم آورد و همهٔ پژوهشگرانی را که می‌کوشند تا در خدمت اعتلای فرهنگ اسلامی و استقلال و سازندگی کشور قرار گیرند، در حد توان خویش یاری دهد.

امید آن که با یاری وهمراهی همه دست اندرکاران و مسؤولان فرهنگی کشور و نیز با مساعدت و راهنمایی تولیت معظم آستان قدس رضوی، خراسان، این سرزمین با برکت و فرهنگ‌پرور، پناهگاه شیفتگان معرفت وعلاقه‌مندان به فرهنگ ناب اسلامی شود و جایگاه رفیع و واقعی خویش را باز یابد.

معاونت فرهنگی آستان قدس رضوی

سخن مترجم

در میان طرفداران مطالب علمی و محاسبات ریاضی، افراد معدودی را می‌توان یافت که به محاسبات ستاره‌شناسی یا به اصطلاح به "نجوم ریاضی" علاقه‌مند نباشند. ازآغاز عصرجدید آهنگ پیشرفت جوامع بشری در علوم مختلف از قبیل: اقتصاد، صنعت، ریاضی، مهندسی، طب، فیزیک، شیمی و مانندا ینها چنان فزونی گرفت‌که ابزارهای‌ابتدایی محاسبات و گردآوری اطلاعات نمی‌توانستند پاسخگوی نیازهای دایما" فزاینده‌ٔ جوامع باشند، از این‌رو اندیشهٔ طرح و ساخت ماشینهای پیشرفته که بتوانند باسرعت و دقت فوق‌العاده اطلاعات‌را پردازش دهند و حجم زیادی از اطلاعات رانگهداری‌کنند دراندیشهٔ بشر پرورش و نضج یافت و به دنبال مطالعات و تحقیقات پیگیر دانشمندان در طول دهها سال، سیستمهای عظیم محاسباتی بسرعتی معادل هزاران برابرسرعت‌مغزانسان‌مهیاشدند و به مرحلهٔ عمل درآمدند. امروزه محاسبات نجومی بیش از هر دانش دیگری نیاز به این گونه ماشین‌های محاسباتی دارد که به‌کمک آنهابتواند خیلی‌از محاسبات را انجام دهد و پیشگوییهای‌لازم را در زمینهٔ حرکت اجرام آسمانی بنماید.

هدف از ترجمهٔ این کتاب آشنا کردن دانشجویان و علاقه‌مندان با فرمولهای نجومی و تشریح عملکرد محاسبها می‌باشد. درنتیجهٔ آشنا شدن با فرمولهای نجوم‌ریاضی و با دردست داشتن یک ماشین حساب کوچک براحتی می‌توانید عملیاتی ازقبیل محاسبهٔ

انحراف قبله، تعیین ساعات طلوع و غروب آفتاب، پیشگویی رخدادهای خسوف و کسوف و غیره را انجام دهید.

کتاب حاضر مشتمل بر چهل فصل است که بدون بیان اثبات ریاضی فرمولها مطالبی در مورد درون‌یابی، روز و تقویم ژولین، روز عید پاک، زمان زیجی و جهانی، زمان نجومی در گرینویچ، مقارنهٔ بین سیارات، تبدیل مختصات، حرکت تقدیمی و نوسانی، مکان‌ظاهری یک ستاره، مختصات راستگوشهٔ خورشید، اعتدالین و انقلابین، معادلهٔ زمان، معادلهٔ کپلر، اختلاف‌منظر، اهلهٔ ماه، قدر ستارگان، ستارگان دوتایی و غیره‌را با ذکر فرمولهای‌مربوطه وبیان مثالهای متعدد با زبانی بسیار ساده بیان می‌دارد، بطوری که خواننده پس از اتمام کتاب نسبت به همهٔ موضوعات ذکر شده شناختی کلی پیدا خواهد کرد و در صورت‌لزوم می‌تواند بسته به علاقه‌اش هر کدام از بحثها را بطور تخصصی‌تر ادامه دهد. نیز درپایان کتاب واژگان فارسی به انگلیسی و انگلیسی به فارسی آورده شده است.

در این فرصت از آقای **دکتر تقی عدالتی** استادیار فیزیک نجومی دانشگاه فردوسی مشهد که پیشنهاد ترجمه این کتاب‌را به این‌جانب نمودند و ویراستاری علمی و واژه‌گزینی آن‌را به عهده داشته‌اند تشکر می‌کنم. نیز از آقای **شاهین امیری شریفی** به جهت همکاری درامر ترجمه نهایت تشکررا دارم. از آقای **سیدی نوقابی** که ویراستاری تطبیقی کتاب حاضر را به‌عهده داشته‌اند و نظرات مفیدی را ارائه دادند قدردانی می‌کنم. در پایان از **معاونت فرهنگی آستان قدس** که در چاپ این‌گونه کتب علمی و مفید کوشا هستند تشکر می‌نمایم.

محمود لایقی فیروزآبادی
مشهد
زمستان سال ۱۳۶۷

پیشگفتار

ستاره‌شناسی و فنون محاسباتی از اتحاد درازمدت و ثمربخشی بهره‌مند بوده‌اند. بطوری که می‌گویند، بیش از ۱۵۰ سال پیش در دانشگاه کمبریج انگلستان، چارلزبابیج[1] جوان از کثرت خطاهایی که در برخی از جداول نجومی پیدا کرده بود، خشمگین شد. اوبا افسردگی گفت که کاش می‌شد این جداول را به جای انسان، ماشینهای بخار می‌ساختند، و دوستش جان هرشل[2] پاسخ داد: "این کار کاملا "امکان‌پذیر است!"

این اظهارنظر ظاهرا" با لبداهه باعث مشغولیت فکری دایم‌العمر بابیج‌شد و او را وادار کرد که ماشینهای محاسب‌گوناگونی ــ پیشتازان حسابگرهای امروزی ــ را طرح کرده‌و بسازد. در اوایل دههٔ ۱۹۵۰، بلافاصله پس از آن که نخستین "مغزهای الکترونیک" ساخته شدند، یکی ازاولین کاربردهای‌آنها محاسبهٔ‌کلی جداول و زیجهای لازم برای سالنماهای نجومی بود.

پیدایش‌محاسبهای‌جیبی‌وحسابگرهای‌خانگی‌دردههٔ ۱۹۷۰، نشان‌دهندهٔ پیشرفت‌دیگری بود. جداول‌لگاریتمی و مثلثاتی تقریبا" درعرض یک شب ازمد افتادند. هم‌اکنون هرکسی می‌تواند بدون دسترسی به جداول ازپیش چاپ شده یا حسابگرهای غول‌پیکر، به‌تنهایی،

---

1. Charles Babbage.
2. John Herschel.

در خانه یا در یک کشتی بر روی دریا، محاسبات لازم برای دریانوردی، ستاره‌شناسی عملی، یا مکانیک سماوی را انجام دهد. عجیب آن بود که درواقع هیچ کتابی که، کاملا" ازابتدا، به هنر محاسبهٔ ستاره‌شناسی پرداخته باشد، وجود نداشت.

اثرحاضر این احتیاج را بنحو چشمگیری برآورده می‌کند. هر فرد مبتدی یادانشجوی ستاره‌شناسی این کتاب را همدمی عالی برای دروس مقدماتی خواهد یافت. اغلب اوقات، گرایش آموزش جدید براین است‌که مفاهیم مهم را به صورتی مبهم ارائه کند. برای مثال، یک معلم ممکن است بگوید که رقص محوری عبارت است از "حرکت مختصر" محور زمین، و سپس کوشش کند که علت آن‌را بیان کند. چقدر بامعنی‌تر است، و چقدر در کتابهای‌درسی نادر است، که در فصل ۱۵ فرمولهای واقعی توصیف‌کنندهٔ این پدیده را می‌یابیم!

در اوایل قرن حاضر، حرکات ماه و غالب سیارات، با جزئیات کامل تجزیه و تحلیل شدند. نتایج حاصله عموما "در سالنامهٔ غبارگرفتهٔ رصدخانه‌ها، که تنها درکتابخانه‌های ویژه‌ای مورداستفاده قرار می‌گیرد، بایگانی می‌شود. برای نمونه، می‌توان به حاصل یک‌عمر کار ای. دبلیو. براون[1] دربارهٔ ماه که در ۱۹۱۹ منتشر شد، مراجعه کرد. پیدا کردن موضع ماه، با دقت کامل، در یک تاریخ‌و زمان‌خاص مستلزم محاسبهٔ بیش از ۱۶۵۰ جملهٔ‌مثلثاتی است. متون جدید دربارهٔ مکانیک سماوی بنحو قابل درکی این فرمولهای تجربی را حذف کرده و بر نظریه تاکید دارند، و اشخاص دارای تفکر عملی را در جهل باقی می‌گذارند. هرچند، درحقیقت ساده‌تر است‌که به‌جای درک نظریه، جملات اصلی را به کمک یک‌محاسب جیبی ارزیابی کرد.

جین میوس[2] با مطالعهٔ این رساله‌های کلاسیک دربارهٔ ماه و سیارات، باانتخاب اختلالات اصلی ازمیان عدهٔ کثیری از اثرات کوچکتر، و ارائه مختصر آنها در این کتاب، کارمهمی انجام داده است. در انجام این کار، اوبا دقت جملات به‌اصطلاح درازمدت راکه کوچک بوده یا در زمان حاضر تقریبا" ثابتند، اما در چند قرن گذشته‌وآینده بطور قابل ـ ملاحظه‌ای زیاد می‌شوند، انتخاب کرده است. بنابر این، فرمولهای این‌کتاب‌را (برعکس آنهایی که اغلب در جاهای دیگر یافت می‌شوند) می‌توان بااطمینان در بررسیهای مهم تاریخی به‌کار برد.

کشفیات باارزش، که چند سال پیش بسیار دشوار بودند، درانتظار کسی هستند که مایل باشد بعدازظهرهای لذتبخشی را با یک محاسب جیبی بگذراند. ستارهٔ کمرنگی راکه گالیله در ۲۸ دسامبر ۱۶۱۲ در نزدیکی اقمار مشتری رسم کرد، درنظر بگیرید. جهانیان‌تا

---

1. E.W.Brown.
2. Jean Meeus.

سال ۱۹۸۰ نمی‌دانستند که این "ستاره" درواقع سیارهٔ نپتون است. هنوز هم ممکن است که کشفی ازاین نوع بسادگی توسط یکی از خوانندگان کتاب حاضر انجام شود؛ تمامی فرمولهای مورد احتیاج دراین جا موجودند ــ مواضع مشتری و نپتون توسط روشهای فصلهای ۲۵ــ۲۲ به‌دست می‌آیند، و آرایش اقمار مشتری، همان‌گونه که توسط ستاره‌شناس بزرگ ایتالیایی در آن بعدازظهر سال ۱۶۱۲ رسم شده بود، براحتی با روش فصل ۳۶ محقق می‌گردد.

این کتاب دربردارندهٔ روشهای هوشمندانهٔ خود مؤلف است، ازقبیل فرمولهای ساده برای تعیین زمانهای اعتدالین و انقلابین در فصل ۲۰. سایر کتابها و مقالات متعدد مؤلف، که انواع محاسبات نجومی را ارائه می‌کنند، در طی سالها مقام او را در محافل حرفه‌ای بنحو بسیار ارجمندانه‌ای بالا برده‌است.* نخستین چاپ فرمولهای ستاره‌شناسی برای محاسبها در طی چند ماه مشتاقانه خریداری شد. اکنون که این کتاب دوباره به‌صورتی تجدیدنظر شده و کاملتر، در دسترس است، مطمئنا " کتابی کلاسیک خواهد شد.

روجر دبلیوسینوت[1]
مجلهٔ اسکای اندتلسکوپ[2]

---

* انجمن بین‌المللی ستاره‌شناسی در سال ۱۹۸۱ سیارک ۲۲۱۳ را به افتخار او سیارک میوس نام‌گذاری کرد.

1. Roger W.Sinnot.
2. Sky and Telescope Magazine.

مقدمهٔ چاپ اول (بلژیکی)

با گسترش همه‌جانبهٔ ماشینهای محاسب جیبی و حتی سقوط چشمگیر قیمت آنها در سالهای اخیر، هم‌اکنون هرکس می‌تواند این ماشینهای توانا را دراختیار داشته باشد. امروزه تعداد ستاره‌شناسهای مبتدی دارای چنین ماشینهای محاسبی، تقریبا" با تعداد خود ستاره‌شناسهای مبتدی برابر است. اکنون عدهٔ این ستاره‌شناسها که دارای ماشین حساب قابل برنامه‌ریزی‌اند بسیار و همواره در حال رشد است. این کتاب عمدتا" برای این دسته از اشخاص علاقه‌مند نوشته شده است.

هرکس که کوشش کند محاسبات نجوم را انجام دهد، باید آشنایی زیادی با قواعد و مفاهیم اساسی نجوم داشته و دارای اطلاعات کافی از فنون مقدماتی ریاضی باشد. روشن است که این شخص همچنین باید اشراف کاملی بر ماشین حساب خود داشته باشد، و تمام امکاناتی‌را که این ماشین‌حساب می‌تواند به‌استفاده کنندهٔ ماهر عرضه کند، بداند. البته، تمامی این الزامات، کفایت نمی‌کنند. خلق برنامه‌های کارآمد، مفید و زیبا محتاج تمرین زیاد است. تجربه، مادر علم است. مطمئنا" این حقیقت کلی برای هنر برنامه‌ریزی نیز معتبر است. تنها با تجربه و تمرین می‌توان کلکها وحیله‌های متعددی‌را که چنین کارآمد بوده و اغلب در یک برنامهٔ خوب اساسی می‌باشند، آموخت.

سعی بر این است که کتاب ***فرمولهای ستاره‌شناسی برای محاسبها*** راهنمایی برای ستاره‌شناسان مبتدی باشدکه می‌خواهند محاسباتی‌را انجام‌دهند. پیش‌ازآن که‌بطورخلاصه اهداف و محتوای کتاب را مشخص کنم ،بگذارید روشن کنم که این کتاب چه‌چیز نیست .

این کتاب یک متن درسی در ستاره‌شناسی نیست .معلومات مقدماتی ستاره‌شناسی بدیهی فرض شده‌اند .برای نمونه ،هیچ تعریفی از زاویه بعد و میل ،دایره البروج ،حرکت تقدیمی ،قدر وغیره ارائه نشده است .اما تمام‌این مفاهیم درسراسر کتاب بطورمستمر به‌کار رفته‌اند . تنها ممکن است یک تعریف ذکر شود .این کتاب همچنین یک متن درسی ریاضی یایک راهنما برای محاسبهای جیبی برنامه‌ریزی شونده نیست .همانطور که گفتم ، فرض شده که خواننده می‌تواند ماشین حساب خود را بنحو مناسبی به‌کار برد .

هدف کتاب این است که کمکی باشد برای هر ستاره‌شناس مبتدی که دارای علائق ریاضی است و اطلاعات عملی ،آگاهی وتمرین‌های بیشتری را به او ارائه کند .حدود چهل عنوان در محدودهٔ مسائل تقویمی ،پدیده‌هاو مکانیک سماوی‌و نیز تعداد محدودی ازفنون ریاضی مورداستفاده در ستاره‌شناسی ،مثل درون‌یابی و عقب‌گردی خطی ،در این کتاب بررسی شده‌اند .برای تمام این موارد شرحی از مساله ،مفهوم آن ،و نیز اهمیت آن ارائه شده است .فرمولهای تشریح‌کنندهٔ هر مساله با عبارت ریاضی ذکر شده‌اند و به هر مساله بقدری پرداخته شده که خواننده را قادر سازد شخصا "آن‌را برای برنامه‌های خود به‌کار گیرد .سپس تعدادی تمرین عددی عرضه شده تا موضوع و کاربرد فرمولها را روشن کند .

هیچ برنامه‌ای داده نشده است .و دلایل آن روشن است .هر برنامه تنها برای یک نوع ماشین‌حساب مفیداست .برای نمونه ،برنامه‌ای‌را که‌برای HP-67 به‌کار می‌رودنمی‌توان برای TI-59 ،یا حتی برای HP-65 ،به کار برد ،و لذا هر محاسب باید خودش ایجاد برنامه را بیاموزد .بعلاوه ،محتوای دقیق یک برنامه معمولا " به اهداف ویژهٔ آن ،که‌همواره توسط موءلف قابل پیش‌بینی نیست ،بستگی دارد .

گاهی نوشتن برنامه‌ای برای حل برخی مسائل ستاره‌شناسی مستلزم مطالعهٔ بیش از یک فصل این کتاب است .مثلا " ،به‌منظور ایجاد برنامه‌ای برای محاسبهٔ ارتفاع خورشیدبه ازای یک لحظه معین از تاریخ و مکان مفروض،باید ابتدا تاریخ و زمان را به تاریخ ژولینی (فصل ۳)تبدیل کنیم ،سپس طول خورشید را به ازای آن زمان (فصل ۱۸) ،زاویه بعدش (فصل ۸) ،زمان نجومی (فصل ۷) ،و بالاخره ارتفاع مطلوب خورشید (فصل ۸)را محاسبه کنیم .

روشن است که همهٔ عناوین ستاره‌شناسی ریاضی را نمی‌توان در این کتاب بررسی کرد ،لذا مطلبی دربارهٔ تعیین مدار ،پوشیدگی ستارگان توسط ماه ،محاسبهٔ طول نصف ـ

النهار مرکزی مریخ و مشتری به‌ازای یک‌لحظهٔ معین، نجوم شهاب‌سنگها، دوتابی‌های گرفتی، و غیره گفته نشده است. گرچه با یک نگاه گذرا به فهرست مطالب چهارمین کتابی که دربارهٔ ستاره‌شناسی و اخترفیزیک توسط *Urania* و *VVS* چاپ شده، قانع می‌شویم که بقدر کافی موضوع مجذوب‌کننده در آن وجود دارد که هر دوستدار[1] را سالها مشغول کند.

ژ. بودیفه[2]

1. Amateur.

2. G.Bodifée.

مقدمهٔ چاپ دوم

در این چاپ، چند غلط چاپی و خطا تصحیح شده است. تغییر اساسی درچاپ جدید عبارت است از افزودن موضوعاتی ازقبیل روشی برای محاسبهٔ تاریخ‌روز عید پاک درتقویم ژولینی، جملات تناوبی اصلی در حرکت اورانوس و نپتون، فرمولی برای محاسبهٔ مستقیم معادلهٔ مرکز با استفاده از خروج از مرکز مداری و آنومالی متوسط.

فصل مربوط به مواضع اقمار مشتری، اصلاح شده است، در حالی که فصل جدیدی در مورد محاسبهٔ طول نصف‌النهار مرکزی مشتری و عرض سیاره‌مرکزی مرکز قرص آن، اضافه شده است.

پس از اولین چاپ این کتاب (نوامبر ۱۹۷۸)، انواع گوناگون میکروکامپیوترها با قیمتهای مناسب در دسترس قرار گرفتند و عدهٔ زیادی از ستاره‌شناسهای مبتدی چنین ماشینهای پرقدرتی را خریداری کردند. با یک میکروکامپیوتر می‌توان برنامه‌های بسیار پیچیده‌تر و طولانی‌تری تهیه کرد و محاسبات دقیقتری نسبت به یک محاسب جیبی‌نوشت. برای نمونه، موضع خورشید را می‌توان بادقت کامل محاسبه کرد، زمان خورشیدگرفتگی را می‌توان بادقتی بهتر از یک ثانیه به‌دست آورد، و غیره.

با این وجود، این کتاب اصولاً" برای دارندگان محاسبهای جیبی، درنظر گرفته‌شده

است .روشها و فرمولهای مفصلی ،که برای برنامه‌ریزی میکروکامپیوترها طرح شده‌اند ،تماما" خارج از محدودهٔ این کتاب قرار دارند :آن روشها محتاج به‌کار طولانی‌تری می‌باشند .

جین میوس

آوریل ۱۹۸۲

مقدمهٔ چاپ چهارم

تنها تغییر در این چاپ اضافه شدن فصلی در مورد محاسبهٔ موضع خورشید مرکزی پلوتو است .

جین میوس

اکتبر ۱۹۸۸

فهرست

صفحه

تعدای از علایم و نشانه‌های اختصاری ۱۹
۱ . راهنماییها و اشارات ۲۱
۲ . درون‌یابی ۲۸
۳ . روز ژولینی و تاریخ تقویمی ۳۷
۴ . تاریخ روز عید پاک ۴۵
۵ . زمان زیجی و زمان‌جهانی ۴۸
۶ . دستگاه مختصات راستگوشه زمین مرکزی یک ناظر ۵۰
۷ . زمان نجومی در گرینویچ ۵۲
۸ . تبدیل مختصات ۵۵
۹ . جدایی زاویه‌ای ۶۲
۱۰ . مقارنهٔ بین دو سیاره ۶۵
۱۱ . اجسام روی خط راست ۶۸
۱۲ . کوچکترین دایرهٔ شامل سه جسم سماوی ۷۰
۱۳ . زاویهٔ موضع لبهٔ درخشان ماه ۷۳
۱۴ . حرکت تقدیمی ۷۵
۱۵ . رقص محوری ۸۱
۱۶ . مکان ظاهری یک ستاره ۸۴
۱۷ . تبدیل اجزای دایره البروجی از یک اعتدال به اعتدال دیگر ۸۷

۱۸. مختصات خورشید ۹۰
۱۹. مختصات راستگوشهٔ خورشید ۹۵
۲۰. اعتدالین و انقلابین ۹۹
۲۱. معادلهٔ زمان ۱۰۲
۲۲. معادلهٔ کپلر ۱۰۴
۲۳. اجزای مدارهای سیاره‌ای ۱۰۹
۲۴. سیارات: اختلالات اصلی ۱۱۹
۲۵. حرکت بیضوی ۱۳۱
۲۶. حرکت سهموی ۱۴۲
۲۷. سیارات در قرین خورشید و بعید خورشید ۱۴۷
۲۸. عبور از میان گرهها ۱۵۰
۲۹. تصحیح اختلاف‌منظر ۱۵۴
۳۰. موضع ماه ۱۵۸
۳۱. بخش درخشان قرص ماه ۱۶۶
۳۲. اهلهٔ ماه ۱۶۹
۳۳. گرفتگی‌های ماه و خورشید ۱۷۴
۳۴. بخش درخشان قرص یک سیاره ۱۸۲
۳۵. نصف النهار مرکزی مشتری ۱۸۵
۳۶. مواضع اقمار مشتری ۱۹۰
۳۷. نیمقطر خورشید، ماه و سیارات ۱۹۵
۳۸. قدر ستاره‌ای ۱۹۷
۳۹. ستاره‌های دوتایی ۲۰۰
۴۰. عقب‌گردی خطی؛ همبستگی ۲۰۵
۴۱. زیج برای رصدهای فیزیکی خورشید ۲۱۴
۴۲. طلوع، عبور و غروب ۲۱۸
۴۳. موضع خورشید مرکزی پلوتو ۲۲۳
فهرست راهنما ۲۲۷
واژه‌نامه فارسی به انگلیسی ۲۳۵
واژه‌نامه انگلیسی به فارسی ۲۴۲

تعدادی از علایم و نشانه‌های اختصاری

فاصله تا زمین، برحسب AU	Δ	خروج از مرکز (یک مدار)	e
تفاضل ET-UT	ΔT	ارتفاع بالای افق	h
رقص محوری در تمایل	$\Delta \varepsilon$	بردار شعاعی (شعاع حامل)	r
رقص محوری در طول	$\Delta \psi$	یا فاصلهٔ یک جسم تا خورشید، برحسب AU	
طول زمین مرکزی خورشید	$\odot$	آنومالی حقیقی	v
واحد نجومی	AU	زاویهٔ سمت	A
زمان زیجی	ET	زاویهٔ ساعتی	H
زمان جهانی	UT	آنومالی متوسط	M
روز ژولینی	JD	فاصلهٔ خورشید تا زمین، برحسب AU	R
قسمت صحیح ...	INT	زاویهٔ بعد	α
تقویم نجومی	A.E.	میل	δ
بخشنامهٔ انجمن بین‌المللی ستاره‌شناسی	IAUC	تمایل دایره البروج	ε

زمان نجومی	θ
زمان نجومی در گرینویچ	$\theta_{\circ}$
اختلاف منظر	¶
عرض جغرافیایی	ϕ
عرض زمین مرکزی	ϕ'

به پیروی از عرف معمول ستاره‌شناسی (برای نمونه *A.E.* را نگاه کنید)، علامات کوچک فوقانی، بلافاصله قبل از (بالای) ممیز اعشار، نه پس از آخرین رقم اعشاری، قرار داده می‌شوند، مثلا "۲۸°/۵۷۹۳، ($28^{\circ}.5793$) به‌معنی ۲۸/۵۷۹۳ درجه می‌باشد.

بعلاوه، به تفاوت میان ساعت و اعشار، و ساعت ــ دقیقه ــ ثانیه، دقیقا" توجه‌کنید. برای مثال، ۱^{h}/۳۰ ($1^{h}.30$)، ۱ ساعت ۳۰ دقیقه نیست، بلکه ۱/۳۰ ساعت، یعنی ۱ ساعت و ۳۰ صدم ساعت، یا ۱^{h} ۱۸^{m}، می‌باشد.

مؤلف مراتب تشکر خود را به آقای ژ. بودیفه برای مشاورت و راهنماییهای ثمربخش‌ایشان اظهار می‌دارد.

۱

راهنماییها و اشارات

بیان چگونگی محاسبه یا برنامه‌ریزی یک ماشین محاسب، خارج از حوصلهٔ این کتاب است. در عوض خواننده باید به‌دقت، دستورهای راهنما را مطالعه کند. گرچه، حتی پس‌از آن نیز نوشتن برنامه‌های خوب را نمی‌توان یکروزه آموخت. این هنری است که تنها با پی‌گیری می‌توان با آن آشنا شد. تنها با تمرین می‌توان نوشتن برنامه‌های بهتر و کوتاهتر را فرا گرفت.

دراین فصل، بعضی راهنماییها و اشارات سودمندرا که ممکن است زیاد به کار آیند، ارائه خواهیم کرد.

دقت

دقت یک محاسبه بستگی به هدفهای آن دارد. اگر تنها بخواهیم بدانیم که آیا پوشیدگی بوسیلهٔ ماه در بعضی از کشورها قابل مشاهده خواهد بود یانه، احتمالا" دقتی معادل ۱۰۰ کیلومتر در محدودهٔ شمالی یا جنوبی ناحیهٔ قابل مشاهده کافی است. اما اگر بخواهیم هیأتی را برای رصد کردن پوشیدگی لب بلب توسط ماه سازمان دهیم، این محدوده باید با دقتی بهتر از ۱ کیلومتر محاسبه شده باشد.

اگر بخواهیم موضع یک سیاره را برای به دست آوردن لحظهٔ طلوع یا غروب آن

محاسبه کنیم ،دقت ۰/۰۱ درجه‌ای کافی است .اما اگر برای محاسبهٔ پوشیدگی یک ستاره توسط یک سیاره ،نیازمند به موضع آن سیاره باشیم ،به دلیل کوچک بودن اندازهٔ قرص سیاره ،دقتی بهتر از "۱ الزامی خواهد بود .

برای حصول دقت بهتر ،صرفا" به دست آوردن اعداد اعشاری زیادتر درحاصل یک محاسبهٔ تقریبی کافی نیست .بلکه گاهی اوقات به‌کار بردن یک شیوهٔ محاسباتی دیگر الزامی است .مثلا" اگر بخواهیم موضع مریخ‌را با دقت ۰/۱ درجه به‌دست آوریم ، کافی است یک مدار بیضوی بدون اختلال را به‌کار بریم (حرکت کپلری) ،با این‌وجود اختلالات درازمدت مدار باید سرانجام به‌حساب آورده شوند .گرچه ،اگر بخواهیم موضع مریخ را با دقت "۱۰ یابهتر بدانیم ،اختلالات ناشی‌از سایر سیارات را باید محاسبه کنیم و درنتیجه برنامه طولانی‌تر خواهد شد .

بنابراین شخص محاسبی که فرمولها و دقت مناسب‌برای یک مساله مفروض رامی‌داند خود باید جملاتی را که به منظور زیبا ساختن و تا حد امکان کوتاه کردن برنامه می‌توان حذف کرد (اگر چنین جملاتی وجود داشته باشند)درنظر گیرد .

برای نمونه ،طول متوسط هندسی خورشید ،مربوط به اعتدال متوسط تاریخ ،از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید :

$$L = 279°41'48''.04 + 129\,602\,768''.13\,T + 1''.089\,T^2$$

که در آن T برحسب قرن ژولینی ،شامل ۳۶۵۲۵ روز زیجی ،از مبدا ET ۰/۵ ژانویهٔ سال ۱۹۰۰ زمان زیجی است .در این عبارت اگر $|T| < ۰/۹۶$ ،یعنی بین سالهای ۱۸۰۴ و ۱۹۶۶ باشد ،آخرین جمله (شتاب درازمدت خورشید)کوچکتر از "۱ است .بنابر این اگر دقت "۱ کافی باشد ،جملهٔ شامل T^2 را می‌توان به‌ازای هرلحظه در آن مدت زمان حذف کرد .اما به‌ازای سال ۱۰۰ − = T داریم ۲۰ − = T ،بنابر این آخرین جمله می‌شود "۴۳۶ که بزرگتر از ۰/۱ درجه است .

گرد کردن

هرجا که‌لازم شد ،باید از گردکردن استفاده کنیم .ارقام اعشار بی‌معنی‌را درنتیجهٔ محاسبهٔ خود نگاه ندارید .دراین‌جاکمی "ابتکار" و معلومات نجومی کافی ،لازم است .برای مثال ،به‌دست آوردن بخش درخشان قرص ماه با دقت ۰/۰۰۰۰۰۰۰۰۱ کاملا" بی‌معنی است .

اگر شخصی بوسیلهٔ دست و نه با یک برنامه محاسبه کند ،گرد کردن باید بعد از آن‌که‌تمام محاسبات انجام شد ،اعمال شود .

مثال: حاصل ۱/۴+۱/۴ را به نزدیکترین عدد صحیح حساب کنید .اگر اول اعداد داده شده را گرد کنیم ۲=۱+۱ به دست می‌آید . درحقیقت ۲/۸=۱/۴+۱/۴ ، که به ۳گرد می‌شود .

گرد کردن باید به نزدیکترین عدد انجام شود .برای نمونه ،۱۵/۸۸ به ۱۵/۹ یا ۱۶ (نه به ۱۵)گرد می‌شود .گرچه تاریخهاو سالهای تقویمی استثنا هستند .برای‌مثال ۱۵/۸۸ مارس لحظه‌ای‌را متعلق‌به ۱۵مارس نشان می‌دهد ،مثلا" اگر درجایی بخوانیم که حادثه‌ای در ۱۵/۸۸ مارس اتفاق افتاده ،آن حادثه در ۱۵ مارس به‌وقوع پیوسته است (نه در ۱۶ مارس) .به همین ترتیب ۱۹۷۷/۶۹ نشان‌دهندهٔ واقعه‌ای است که در سال ۱۹۷۷ اتفاق افتاده و نه در سال ۱۹۷۸ .

توابع مثلثاتی زاویه‌های بزرگ

زاویه‌های‌بزرگ مکررا" درمحاسبات نجومی‌ظاهرمی‌شوند .درمثال ۱۸ .الف درمی‌یابیم که در ۱۲/۰ نوامبر ۱۹۷۸ طول‌متوسط خورشید ۲۸۶۷۰/۷۷۵۵۴درجه است .حتی‌زاویه‌های بزرگتر از این نیز برای اجسامی که بسرعت درحرکتند ،از قبیل ماه‌یا.اقمار درخشان‌مشتری پیدا می‌شوند .

بسته به نوع ماشین محاسب ،ممکن است لازم یا بجا باشد که زاویه‌ها را به محدوده ۰–۳۶۰ درجه تبدیل کنیم .

بعضی ماشینهای محاسب برای توابع مثلثاتی زاویه‌های بزرگ ،مقادیر نادرستی‌ارائه می‌دهند .برای نمونه:

sin 360000030°	=	0.499 481 3556	: HP-55
		0.499 998 1862	: TI-52
		Error	: fx 2200 کاسیو.

درحالی که مدل HP-67 مقدار درست ۰/۵۰۰۰۰۰۰۰۰۰ را می‌دهد .

شکل زاویه

ماشینهای محاسب مستقیما" توابع مثلثاتی یک زاویه‌راکه‌برحسب‌درجه ،دقیقه‌وثانیه داده شده است ،محاسبه نمی‌کنند .پیش از محاسبهٔ توابع مثلثاتی ،باید زاویه به درجه و

اعشار تبدیل شود. بنابر این، برای محاسبه کسینوس "۴۹ '۲۶ °۲۳، ابتدا زاویه را به ۲۳/۴۴۶۹۴۴۴۴ درجه تبدیل کنید و سپس تکمهٔ cos را فشار دهید.

عیناً" پیش از آن که بخواهیم زاویه‌ها را درون‌یابی کنیم، باید از درجه، دقیقه و ثانیه به‌درجه و اعشار تبدیل شوند. برای نمونه، به‌کاربردن مستقیم یک فرمول درون‌یابی برای مقادیر زیر غیرممکن است:

"۹ '۱۷ °۶ و "۲۲ '۳۴ °۵ و "۴۵ '۳ °۵

زوایای بعد

زوایای بعد عموماً" برحسب ساعت، دقیقه و ثانیه بیان می‌شوند. بنابر این اگر بخواهیم توابع مثلثاتی یک زاویهٔ بعد را محاسبه کنیم، تبدیل آن زاویهٔ بعد به درجه الزامی است. به‌خاطر داشته باشید که یک ساعت متناظر با ۱۵ درجه است.

مثال ۱. الف ــ $\tan\alpha$ را وقتی که $\alpha = 9^h\ 14^m\ 55^s/8$ است حساب کنید.

ابتدا α را به ساعت و اعشار تبدیل می‌کنیم.

$$9^h 14^m 55^s.8 = 9.248\,833\,333 \text{ ساعت}$$

سپس، با ضرب در ۱۵ داریم:

$$\alpha = 138^\circ.73250$$

از آن‌جا:

$$\tan\alpha = -0.877\,517$$

ربع صحیح

هنگامی که سینوس، کسینوس یا تانژانت یک زاویه معلوم است، خود زاویه را می‌توان با فشار دادن تکمه نظیرش: arc sin، arc cos و arc tan، که گاهی اوقات به‌صورت $\sin^{-1}$، $\cos^{-1}$ و $\tan^{-1}$ نوشته می‌شوند، به‌دست آورد. درحقیقت این علایم آخر نمادهای نادرستی هستند چون x^{-1} همان $\frac{1}{x}$ است. اما $\cos^{-1} x$ (بطور نادرست) برای نشان دادن تابع معکوس به‌کار می‌رود و نه $\frac{1}{\cos x}$.

در این حالت، در اغلب ماشینهای محاسب جیبی arc sin و arc tan زاویه‌ای بین ۹۰ ــ و ۹۰+ درجه را ارائه می‌کنند در حالی که arc cos مقداری بین صفر و ۱۸۰+ درجه را می‌دهد.

دربعضی حالات ،ممکن است نتیجه‌ای که به این طریق به‌دست آمده ،در ربع صحیح واقع نباشد .هر مساله‌را باید بطورمجزا کنترل کرد .برای‌نمونه‌فرمولهای (۸–۴) و (۲۵–۱۵) سینوس میل را می‌دهند .به دلیل آنکه تمام زوایای میل بین ۹۰– و ۹۰+ درجه قراردارند، دستور arc sin همواره میل را در ربع صحیح خواهد داد .

همچنین این مطلب برای جدایی زاویه‌ای که کسینوس آن از فرمول (۹–۱) به دست می‌آید نیز اتفاق می‌افتد .درحقیقت هر جدایی زاویه‌ای بین مقادیر °۰ و °۱۸۰ قرار می‌گیرد و این دقیقا" همان چیزی است که از عمل arc cos به‌دست می‌آید .

هنگامی‌که تانژانت یک زاویه مثلا" به کمک فرمولهای (۸–۱) ،(۸ – ۳) و (۱۸–۳) داده شده ،می‌توان آن زاویه را به کمک یک کلک در ربع صحیح به‌دست آورد :همان‌طوری که در بخش ۸ و در جاهای دیگر این کتاب توضیح داده شده ،تبدیل راستگوشه‌ای/قطبی برای صورت و مخرج کسر واقع در طرف راست فرمول به‌کار می‌رود .

توانهای زمان

بعضی کمیات ،به کمک یک فرمول شامل توانهای زمان ($T, T^2, T^3, \ldots$) محاسبه می‌شوند .مهم است توجه کنیم که چنین عبارتهای چندجمله‌ای ،تنها به‌ازای مقادیری از T که‌چندان بزرگ نیستند ، معتبر است .برای نمونه ،فرمول :

$$e = 0.016\,751\,04 - 0.000\,0418\,T - 0.000\,000\,126\,T^2$$

که در فصل ۱۸ برای خروج از مرکز مدار زمین داده شده ،تنها برای چند قرن قبل و بعد از سال ۱۹۰۰ معتبر است و نه برای میلیونها سال!

برای نمونه ،به ازای $T = ۱۰۰۰$ ،حاصل فرمول فوق‌الذکر $e = -۰/۱۵۱ < ۰$ می‌باشد که نتیجه‌ای بی‌معنی است .

عین همین مطلب برای فرمول (۴–۱۸) صادق است ،که نتیجه‌های کاملا" غیرمعتبر $\varepsilon = ۰°$ را به‌ازای $T = -۳۸۳$ و $\varepsilon = -۹۰°$ را به ازای $T = +۵۲۷$ ارائه می‌کند .

بعلاوه باید بدقت به تفاوت بین جملات تناوبی که در طول قرون کوچک می‌مانند و جملات درازمدت (جملات برحسب T^2 ، T^3 ، . . .)که باگذشت زمان‌بسرعت رشد می‌کنند توجه داشت .

برای نمونه در فرمول (۳۲–۱) آخرین جمله که یک جملهٔ تناوبی است همواره بین ۰/۰۰۰۳۳ – و ۰/۰۰۰۳۳+ قرار دارد .از طرف دیگر ،جملهٔ $+۰/۰۰۰۱۱۷۸\ T^2$ ،که‌وقتی T خیلی‌کوچک باشد بسیارکوچک است ، بطور فزاینده‌ای به‌ازای مقادیر بزرگتر $|T|$ مهم می‌شود .به‌ازای $T = \pm ۱۰$ مقدار آن‌جمله ۰/۰۱۱۷۸+ می‌شود که درمقایسه باجملهٔ‌تناوبی

فوق‌الذکر بزرگ می‌باشد. بنابراین، به‌ازای مقادیر بزرگ T به حساب آوردن جملات تناوبی کوچک، اگر جملات درازمدت حذف شده باشند، بی‌معنی است.

کوتاه کردن یک برنامه

کوتاه کردن یک برنامه تا حد امکان، همواره حالت هنر برای هنر را ندارد بلکه‌گاهی اوقات ضروری است زیرا ظرفیت حافظهٔ ماشین حساب دارای محدودیتهایی است.

کلک‌های بیشماری برای کوتاه کردن برنامه، حتی برای محاسبات ساده وجود دارد. برای نمونه اگر بخواهیم چند جمله‌ای:

$$Ax^4 + Bx^3 + Cx^2 + Dx + E$$

باثابتهای A، B، C، D و E ومتغیر x را محاسبه کنیم، می‌توان ماشین‌را مستقیماً "برای محاسبهٔ این چندجمله‌ای، جمله به‌جمله و سپس جمع تمام جملات برنامه‌ریزی کرد، بطوری که ماشین به‌ازای هر x مفروض مقدار چندجمله‌ای را به‌دست می‌دهد. با وجود این به‌جای محاسبهٔ تمام توانهای x، به‌نظر می‌رسد بهتر باشد که چندجمله‌ای را به‌صورت زیربنویسیم:

$$[((Ax+B)x + C)x + D]x + E$$

دراین‌عبارت تمام‌توابع توان‌دار ناپدید شده‌اندو تنها جمع و ضرب انجام می‌شود. اکنون برنامه کوتاه‌تر خواهد شد. اگر برای نمونه یک ماشین محاسب HP-67 را به‌کار ببریم و ثابتهای A تا E را درقسمتهای ثبت‌کنندهٔ ۱تا ۵ ذخیره کنیم، برنامه‌های محاسباتی، درهر حالت، به‌ترتیب زیر خواهند بود.

حالت اول	حالت دوم
STO A	STO A
4	RCL 1
y^x	×
RCL 1	RCL 2
×	+
RCL A	RCL A
3	×
y^x	RCL 3
RCL 2	+
×	RCL A
+	×
RCL A	RCL 4
x^2	+
RCL 3	RCL A
×	×
+	RCL 5
RCL A	+

```
RCL 4
  ×
  +
RCL 5
  +
```

بنابر این با این کلک ساده، می‌توان پنج مرحله صرفه‌جویی کرد، یعنی بهره‌ای در حدود ۲۳٪ در چنین برنامهٔ کوتاهی!

۲

درون‌یابی

سالنماهای‌نجومی یا نشریات دیگر، شامل جدولهای عددیی می‌باشند که برخی از کمیات y را به‌ازای مقادیر **همفاصلهٔ** شناسهٔ x ارائه می‌کنند. مثلا"، y زاویه بعد خورشید و مقادیر x عبارتند از روزهای مختلف سال در 0^h ET (ساعت صفر زمان زیجی).

درون‌یابی عبارت است از فرآیند یافتن مقادیری به‌ازای لحظات، کمیات و غیره، بین آنهایی که در جدول داده شده‌اند.

در این فصل دو حالت را درنظر خواهیم گرفت: درون‌یابی از سه‌یا از پنج‌مقدار جدولی. همچنین در هر دوحالت نشان خواهیم داد که چگونه یک‌اکسترمم یا یک صفر تابع را می‌توان‌یافت. در این‌جا فقط حالت دو مقدار جدولی را درنظر نخواهیم گرفت، زیرا در آن‌حالت درون‌یابی ممکن است خطی باشدو این‌مطلب به هیچ‌وجه باعث اشکال نمی‌شود.

سه مقدار جدولی

سه مقدار جدولی y_1، y_2 و y_3 از تابع y، نظیر مقادیر x_1، x_2 و x_3 از شناسهٔ x داده شده‌اند. بیایید جدول‌تفاضلات را تشکیل دهیم:

$$\begin{array}{ccccc} x_1 & y_1 & & & \\ & & a & & \\ x_2 & y_2 & & c & \\ & & b & & \\ x_3 & y_3 & & & \end{array} \qquad (۱-۲)$$

که $a=y_2-y_1$ و $b=y_3-y_2$ *اولین تفاضلات* نامیده می‌شوند. **دومین تفاضل**، c، برابراست با $b-a$، یعنی

$$c = y_1 + y_3 - 2y_2$$

عموما"، تفاضلات مرتبه‌های متوالی بتدریج کوچکتر می‌شوند. درون‌یابی از سه‌مقدار جدولی هنگامی مجاز است که تفاضلات دوم در آن بخش جدول، تقریبا" ثابت باشند. یعنی هنگامی که سومین تفاضلات تقریبا" صفر هستند. برای نمونه، بیایید فاصلهٔ مریخ تا زمین را از ۴ تا ۸ اوت ۱۹۶۹ در 0^h ET درنظر بگیریم. مقادیر برحسب واحد نجومی و تفاضلات تا شش رقم اعشار داده شده‌اند:

۴ اوت	0.659441			
		+5090		
5	0.664531		+30	
		+5120		-1
6	0.669651		+29	
		+5149		0
7	0.674800		+29	
		+5178		
8	0.679978			

چون سومین تفاضلات تقریبا" صفر هستند، می‌توانیم تنها از سه مقدار جدولی درون‌یابی کنیم.

مقدارمرکزی y_2 باید چنان انتخاب شودکه نزدیکترین مقدار y به مقدار مورداحتیاج باشد.

مثلا" اگر ازجدول فوق باید مقدار تابع را برای ۶ اوت در $۲۲^h\ ۱۴^m$ به‌دست‌آوریم، در این صورت y_2 عبارت است از مقداری که برای ۷/۰۰ اوت داریم. در آن حال باید مقادیر جدولی را برای ۶، ۷ و ۸ اوت درنظر بگیریم؛ یعنی جدول زیر:

6 اوت	$y_1 = 0.669651$	
7	$y_2 = 0.674800$	
8	$y_3 = 0.679978$	(۲-۲)

و تفاضلات عبارتند از:

$$a = +0.005149 \qquad c = +0.000029$$
$$b = +0.005178$$

فرض کنید n بازهٔ درون‌یابی باشد، یعنی اگرمقدار y از تابع به‌ازای مقدار x ازشناسه لازم باشد، برحسب واحدهای فاصلهٔ جدول‌داریم: $n = x - x_2$. اگر $x > x_2$، یعنی برای مقداری "دیرتر" از x_2، یا از x_2 بطرف انتهای جدول، عدد n مثبت است. اگر x از x_2 تجاوز کند (x مقدم بر x_2 باشد) آن‌گاه $n < 0$ است.

اگر y_2 بطور صحیح انتخاب شده‌باشد، آن‌گاه n بین ۰/۵ — و ۰/۵ + خواهد بود. با وجوداین، فرمولهای زیر به‌ازای تمام مقادیر n بین ۱— و ۱+ نیز نتایج صحیح خواهندداد. فرمول درون‌یابی عبارت است از:

$$y = y_2 + \frac{n}{2}(a + b + nc) \qquad (۲-۳)$$

مثال ۲. الف — ازجدول (۲—۲) فاصلهٔ مریخ تا زمین را در ۷ اوت ۱۹۶۹ در $4^h 21^m$ ET محاسبه کنید.

داریم، ساعت $4^h 21^m = 4/35$ و چون فاصلهٔ جدولی ۱ روز یا ۲۴ ساعت است، داریم $n = \frac{4/35}{24} = 0/18125$.

فرمول (۲—۳) مقدار $y = 0/675736$ را می‌دهد، که مقدار مورد احتیاج است.

اگرتابع جدول‌بندی شده به‌یک اکسترمم (یعنی یک مقدار ماکزیمم یا می‌نیمم) برسد، این اکسترمم رامی‌توان‌به‌صورت زیر پیدا کرد. بیایید دوباره جدول تفاضلی (۲—۱) رابرای بخش مناسبی از زیج تشکیل دهیم. در این صورت مقدار نهایی تابع عبارت است از:

$$y_m = y_2 - \frac{(a + b)^2}{8c}$$

و مقدار نظیر شناسهٔ x به‌وسیله فرمول زیر

$$n_m = -\frac{a + b}{2c}$$

برحسب واحد فاصله جدول داده می‌شود، و دوباره نسبت به مقدار مرکزی x_2 اندازه‌گیری شده است.

مثال ۲.ب — زمان عبور مریخ از قرین خورشید در ژانویه ۱۹۶۶ و مقدار بردار شعاعی مریخ را در آن لحظه محاسبه کنید.

از تقویم نجومی مقادیر زیر را برای فاصلهٔ خورشید ـ مریخ استخراج می‌کنیم:

ژانویهٔ 1966	11.0	1.381 701
	15.0	1.381 502
	19.0	1.381 535

تفاضلات عبارتند از:

$$a = -0.000199 \qquad c = +0.000232$$
$$b = +0.000033$$

که از آنها نتیجه می‌گیریم:

$$y_m = 1.381\,487 \qquad \text{و} \qquad n_m = +0.35776$$

بنابر این، حداقل فاصله از مریخ تا خورشید ۱/۳۸۱۴۸۷ AU است. زمان نظیر با ضرب ۴ روز (فاصله جدولی) در عدد ۰/۳۵۷۷۶+ به‌دست می‌آید. این زمان ۱/۴۳۱۰۴ روز یا ۱ روز و ۱۰ ساعت دیرتر از زمان مرکزی، یا ساعت ۱۰، ۱۶ ژانویهٔ ۱۹۶۶ را به‌دست می‌دهد.

مقدار شناسهٔ x که به‌ازای آن تابع y صفر می‌شود را می‌توان با تشکیل دوباره جدول تفاضلی (۲ـ۱) برای بخش مناسب زیج پیدا کرد. بنابر این بازهٔ درون‌یابی نظیر یک صفر تابع از فرمول زیر به‌دست می‌آید:

$$n_o = \frac{-2y_2}{a + b + cn_o} \qquad (۲ـ۴)$$

معادله (۲ـ۴) را می‌توان ابتدا با گذاشتن $n_o = 0$ در طرف دوم حل کرد. به این ترتیب فرمول فوق مقداری تقریبی برای n_o می‌دهد. سپس این مقدار دوباره جهت محاسبه عبارت طرف راست به کار می‌رود که مقدار بهتری برای n_o ارائه می‌کند. این روند معروف به **تکرار** (لاتین: تکرار = *iterare*) رابسته بدقت ماشین محاسب می‌توان تا به‌دست آمدن مقداری برای n_o که دیگر تغییر نکند، ادامه داد.

مثال ۲ . ج ــ تقویم نجومی مقادیر زیر را برای میل عطارد می‌دهد :

1973	فوریه	26.0	$-0° 28' 13''.4$
		27.0	$+0\ 06\ 46.3$
		28.0	$+0\ 38\ 23.2$

زمانی را که میل سیاره صفر بوده است محاسبه کنید .

ابتدا مقادیر موجود در جدول را به ثانیه‌های یک‌درجه تبدیل می‌کنیم و سپس تفاضلات را تشکیل می‌دهیم :

$$y_1 = -1693.4$$
$$a = +2099.7$$
$$y_2 = +406.3 \qquad c = -202.8$$
$$b = +1896.9$$
$$y_3 = +2303.2$$

در این صورت فرمول (۲ــ۴) بشکل زیر درمی‌آید :

$$n_o = \frac{-812.6}{+3996.6 - 202.8\, n_o}$$

باقراردادن $n_o = 0$ درطرف دوم ، مقدار $n_o = -0/20332$ به‌دست می‌آید . باتکرارمحاسبه ، مقادیر $-0/20125$ و $-0/20127$ به‌دست می‌آیند . ازاین رو ، $n_o = -0/20127$ وچون فاصلهٔ جدولی یک روز می‌باشد ، عطارد استوای سماوی را در :

فوریه ۲۶/۷۹۸۷۳ = ۰/۲۰۱۲۷ ــ ۲۷/۰ فوریه ۱۹۷۳

$19^h\ 10^m$ فوریه ۲۶ =

قطع می‌کند .

پنج مقدار جدولی

هنگامی که تفاضلات سوم را نمی‌توان نادیده گرفت ، بیش از سه مقدار جدول باید مورد استفاده قرار گیرد . با در اختیار گرفتن پنج مقدار جدولی y_1 تا y_5 ، همانند قبل ، جدول تفاضلی را تشکیل می‌دهیم :

$$
\begin{array}{ccccc}
 & y_1 & & & \\
 & & A & & \\
 & y_2 & & E & \\
 & & B & & H \\
n & y_3 & & F & & K \\
 & & C & & J \\
 & y_4 & & G & \\
 & & D & & \\
 & y_5 & & &
\end{array}
$$

که $A = y_2 - y_1$، $H = F - E$ و غیره. اگر n بازهٔ درون‌یابی باشد که از مقدار مرکزی y_3 بطرف y_4 برحسب واحدهای فاصلهٔ جدول اندازه‌گیری می‌شود، فرمول درون‌یابی زیر را داریم:

$$y = y_3 + \frac{n}{2}(B + C) + \frac{n^2}{2}F + \frac{n(n^2 - 1)}{12}(H + J) + \frac{n^2(n^2 - 1)}{24}K$$

(۵–۲)

که آن را می‌توان به صورت زیر نیز نوشت:

$$y = y_3 + n\left(\frac{B + C}{2} - \frac{H + J}{12}\right) + n^2\left(\frac{F}{2} - \frac{K}{24}\right) + n^3\left(\frac{H + J}{12}\right) + n^4\left(\frac{K}{24}\right)$$

مثال ۲ . د ــ تقویم نجومی مقادیر زیر را برای اختلاف منظر افقی ماه می‌دهد:

1979 دسامبر	9.0	54′45″.5099
	9.5	54 34.4060
	10.0	54 25.6303
	10.5	54 19.3253
	11.0	54 15.5940

تفاضلات (برحسب ″) عبارتند از:

$A = -11.1039$

$E = +2.3282$

$B = -8.7757$ $\quad H = +0.1425$

$F = +2.4707$ $\quad K = -0.0395$

$C = -6.3050$ $\quad J = +0.1030$

$G = +2.5737$

$D = -3.7313$

می‌بینیم که سومین تفاضلات‌را نمی‌توان نادیده گرفت ، مگر این که دقتی حدود ۱/"۰ کافی باشد .

حال بیایید اختلاف منظر ماه را در ۱۰ دسامبر در $3^h 20^m$ زمان زیجی محاسبه کنیم .فاصله جدولی ۱۲ ساعت می‌شود ، داریم :

$$n = +0.277\,7778 .$$

در این صورت از فرمول (۲–۵) داریم :

$$y = 54'25''.6303 - 2''.0043 = 54'23''.6260.$$

بازهٔ درون‌یابی ، n_m ، نظیر یک‌اکسترمم تابع را می‌توان با حل‌معادلهٔ زیر به‌دست آورد :

$$n_m = \frac{6B + 6C - H - J + 3n_m^2\ (H + J) + 2n_m^3 K}{K - 12F} \qquad (۲–۶)$$

مثل گذشته ، این عمل‌را می‌توان با تکرار ، و باقرار دادن ابتدا $n_m = 0$ در طرف دوم به‌دست آورد . پس ازیافتن مقدار n_m ، مقدار متناظر تابع‌را می‌توان توسط فرمول (۲–۵) محاسبه‌کرد .

بالاخره ، بازهٔ درون‌یابی ، n_0 ، نظیر یک صفر تابع را می‌توان از فرمول زیر به دست آورد :

$$n_0 = \frac{-24y_3 + n_0^2 (K - 12F) - 2n_0^3 (H + J) - n_0^4 K}{2\ (6B + 6C - H - J)} \qquad (۲–۷)$$

که دوباره ، n_0 رامی‌توان با تکرار یافت که باقرار دادن $n_0 = 0$ در طرف دوم شروع می‌شود .

توجه کنید که کمیات $6B + 6C - H - J$ ، $K - 12F$ و $H + J$ در هر دو فرمول (۲–۶) و (۲–۷) وجود دارد . درنتیجه ممکن است محاسبهٔ این کمیات در یک زیربرنامه که در هر دو حالت به‌کار خواهد آمد ، مفید باشد .

تمرین ــ از مقادیر زیر ، که عرض خورشید مرکزی عطارد هستند ، لحظه‌ای را که عرض صفر است ، با استفاده از فرمول (۲–۷) بیابید .

1979 مه	25.0 ET	−1°16′00″.5
	26.0	−0 33 01.3

27.0	+0 11 12.0
28.0	+0 56 03.3
29.0	+1 40 52.2

جواب: عطارد در $n_o = -0/251360$ به گره صعودی مدارش می‌رسد، یعنی در ۲۶ مه ۱۹۷۹ در $17^h 58^m$ ET.

تذکرهای مهم

۱ــ درون‌یابی را نمی‌توان مستقیما" برای کمیات پیچیده اعمال‌کرد. این کمیات باید پیشاپیش، به یک واحد مناسب منفرد تبدیل شوند. برای نمونه، زوایای بیان شده برحسب درجه، دقیقه و ثانیه باید یا برحسب درجه و اعشار و یا برحسب ثانیه بیان شوند.

بنابر این برای نمونه، $12^\circ 44' 03''/7$ بایدیا به‌صورت $12^\circ/73436$ ویابه‌صورت $45843''/7$ نوشته شود.

۲ــ زمانهای درون‌یابی شده و زاویهٔ بعد

به این حقیقت توجه می‌کنیم که زمان و زاویهٔ بعد هنگامی که به مقدار ۲۴ساعت می‌رسند، صفر می‌شوند. این مطلب باید هنگامی که مقادیر جدول‌بندی شده را درون‌یابی می‌کنیم، به‌حساب آورده شود. مثلا"، فرض کنید که می‌خواهیم زاویه بعد عطارد را برای لحظهٔ ET ۱۶/۲۷۴۳ آوریل ۱۹۷۹، بااستفاده از سه‌مقدار جدول‌بندی شده محاسبه‌کنیم. در تقویم نجومی داریم:

آوریل 1979	15.0	$\alpha = 23^h 56^m 09^s.20$
	16.0	23 58 46.63
	17.0	0 01 36.80

نه‌تنها الزامی است‌که این مقادیررا به ساعت و اعشار تبدیل کنیم بلکه آخرین مقدار باید به‌صورت $24^h 01^m 36^s/80$ نوشته شود؛ در غیر این صورت ماشین محاسب فرض خواهد کرد از ۱۶/۰ تا ۱۷/۰ آوریل مقدار α از ... $23^h 58^m$ به ... $0^h 1^m$ نزول کرده‌است.

وضعیت مشابهی‌را درحالات دیگر می‌یابیم. برای نمونه، دراین‌جا طول نصف‌النهار مرکزی خورشید برای چند روز داده شده است:

دسامبر 1979	25.0	37°.39
	26.0	24.22

27.0 11.05
28.0 357.88

واضح است که مقدار تغییر ۱۳°/۱۷ ــ در روز است . بنابر این ،ما نباید مستقیما" بین ۱۱/۰۵ و ۳۵۷/۸۸ درون‌یابی کنیم .یا باید اولین مقدار را به صورت ۳۷۱/۰۵بنویسیم ، یا باید دومی را ۲/۱۲ ــ درنظر بگیریم .

۳

روز ژولینی[1] و تاریخ تقویمی

در این فصل، روشی برای تبدیل کردن یک تاریخ در تقویمهای ژولینی یا گریگوری[2] به شمارهٔ روز ژولینی (JD) نظیر آن و برعکس، ارائه خواهیم کرد.

تذکرات کلی

روزژولینی در *ظهر* متوسط گرینویچ[3] یعنی در 12^h زمان جهانی (یا 12^h زمان زیجی و عموماً در آن حالت عبارت روز زیجی ژولینی به‌کار برده می‌شود) شروع می‌شود. مثلاً JD ۲۴۴۳۲۵۹/۹=۲۶/۴ آوریل ۱۹۷۷.

در روشهای مشروحهٔ زیر، اصلاح تقویم گریگوری درنظر گرفته شده است. بنابر این، روز بعد از ۴ اکتبر ۱۵۸۲، ۱۵ اکتبر ۱۵۸۲ می‌باشد.

سالهای "قبل از میلاد" نیز به‌صورت نجومی شمرده می‌شوند. بنابر این سال قبل از سال ۱+، سال صفر و سال قبل از سال صفر، سال ۱ ــ می‌باشد.

قسمت صحیح x، یعنی عدد صحیحی را که بعد ازممیز اعشارش قرار دارد بوسیلهٔ INT(x) نمایش خواهیم داد. مثلاً:

```
INT (7/4) = 1          INT (5.9999) = 5
INT (8/4) = 2          INT (−4.98) = −4
INT (5.02) = 5
```

1. Julian day. 2. Gregorian. 3. Greenwich.

محاسبهٔ روز ژولینی (JD)

درماشین محاسب، می‌توان تاریخ را به‌صورت اعداد متوالی ثبت کرد. برای نمونه، در ابتدا سال، سپس شمارهٔ ماه و بالاخره روز بااعداد اعشاری. بنابر این ۲۲/۰۹ اوت ۱۹۷۶ را می‌توان با وارد کردن پی در پی اعداد ۱۹۷۶، ۸ و ۲۲/۰۹ ثبت کرد.

البته ثبت کردن یک‌تاریخ به‌صورت یک عدد یگانه، ممکن است جالبتر باشد، مثلا" مانند $YYYY.MMDDdd$ که در آن $YYYY$ سال و MM ماه و $DDdd$ روز ماه با اعداد اعشاری می‌باشند. در این حالت، همیشه شمارهٔ ماه باید به‌صورت یک عدد دورقمی نوشته‌شود ویک ممیزباید $YYYY$ رااز MM جدا کند. مثلا" ۲۲/۰۹اوت ۱۹۷۶ باید به‌صورت ۱۹۷۶/۰۸۲۲۰۹ ثبت شود. سپس برنامه باید با روندی شروع شود که اعداد $YYYY$ ، MM و $DD.dd$ را از هم جدا کند و به ذخیره کردن آنها در ثباتهای مناسب بپردازد. مثلا" برای ۲۲/۰۹ اوت ۱۹۷۶، عدد ۱۹۷۶/۰۸۲۲۰۹ به ماشین داده می‌شود که در یک ثبات ۱۹۷۶= $YYYY$، در دیگری۰۸=MM و در سومین ثبات ۲۲/۰۹= $DD.dd$ ذخیره می‌گردد.

در آنچه که ذیلا" می‌آید، فرض خواهیم کرد که این جداسازی انجام شده است.

اگر MM بزرگتر از ۲ باشد، می‌نویسیم:

$$y = YYYY \qquad \text{و} \qquad m = MM\ ;$$

اگر ۲ یا ۱ = MM ، می‌نویسیم:

$$y = YYYY - 1 \qquad \text{و} \qquad m = MM + 12.$$

اگر عدد $YYYY.MMDDdd$ بزرگتر یا مساوی ۱۵۸۲/۱۰۱۵ باشد (یعنی در تقویم گریگوری)، چنین محاسبه می‌کنیم:

$$A = \mathrm{INT}\left(\frac{y}{100}\right) \qquad B = 2 - A + \mathrm{INT}\left(\frac{A}{4}\right)$$

اگر $YYYY.MMDDdd$ < ۱۵۸۲/۱۰۱۵ ، محاسبه کردن A و B لزومی ندارد.

آن‌گاه روز ژولینی مطلوب عبارت است از:

$$JD = \mathrm{INT}\,(365.25\,y) + \mathrm{INT}\,(30.6001\,(m+1)) + DD.dd + 1720\,994.5 \qquad (۱-۳)$$

و اگر تاریخ برحسب تقویم گریگوی باشد، مقدار B را به این نتیجه اضافه کنید.

مثال ۳ .الف ــ JD متناظر با ۴/۸۱ اکتبر ۱۹۵۷ ،زمان عزیمت سفینهٔ اسپوتنیک 1 را محاسبه کنید .

چون ۱۰ = MM بــزرگتر از ۲ است ، داریم : ۱۹۵۷ = y و ۱۰ = m . چـــون ۱۵۸۲/۱۰۱۵ < ۱۹۵۷/۱۰۰۴۸۱ ،تاریخ برحسب تقویم گریگوری می‌باشد ،و چنین حساب می‌کنیم :

$$A = \text{INT}\left(\frac{1957}{100}\right) = \text{INT}(19.57) = 19$$

$$B = 2 - 19 + \text{INT}\left(\frac{19}{4}\right) = 2 - 19 + 4 = -13$$

$$\text{JD} = \text{INT}(365.25 \times 1957) + \text{INT}(30.6001 \times 11) + 4.81 + 1720\,994.5 - 13$$

$$\text{JD} = 2436\,116.31$$

مثال ۳ . ب ــ JD متناظر با ساعت ۱۲ روز ۲۷ ژانویه سال ۳۳۳ را محاسبه کنید .

چون ۱ = MM ،داریم : ۱۳ = m =۱+۱۲ و ۳۳۲ = ۱ ــ y = ۳۳۳

چون عدد ۳۳۳/۰۱۲۷۵ = $YYYY.MMDDdd$ کمتر از ۱۵۸۲/۱۰۱۵ می‌باشد ،تاریخ برحسب تقویم ژولینی است و مقادیر A و B لازم نیستند .

$$\text{JD} = \text{INT}(365.25 \times 332) + \text{INT}(30.6001 \times 14) + 27.5 + 1720\,994.5$$

$$\text{JD} = 1842\,713.0$$

تذکر ــ برنامهٔ شما برای سالهای منفی کاربردنخواهد داشت .یک‌دلیل آن این‌است که اگر تاریخی را به‌صورت $YYYY.MMDDdd$ با یک علامت منفی در جلو آن ثبت کنید ، ماشین MM و $DD.dd$ را به‌صورت اعداد منفی خواهد خواند .مثلا" اگر ۲۸/۶۳ مه سال ۵۸۴ ــ به‌صورت ۵۸۴/۰۵۲۸۶۳ ــ ثبت شده باشد ،ماشین بطور صحیحی ۵۸۴ ــ = $YYYY$ را نتیجه خواهد گرفت .اما به‌جای مقادیر صحیح ۵+ و ۲۸/۶۳+ ،مقادیر ۵ــ = MM و ۲۸/۶۳ ــ = $DD.dd$ را تشخیص خواهد داد .

شما می‌توانید برنامهٔ خود را برای سالهای منفی ،با تصحیح آن بشیوهٔ زیراعتبار بخشید :

۱ــ پس از آن‌که $YYYY$ (با علامت مناسب)از عدد $YYYY.MMDDdd$ نتیجه گرفته‌شد ، قدر مطلق مقدار $MMDDdd$ را پیش از محاسبهٔ MM و $DD.dd$ به‌دست آورید ؛

۲ــ اگر ۰ > y ،در فرمول(۳ ــ ۱)،(y ۳۶۵/۲۵) INT را با (y ۰/۷۵ ــ ۳۶۵/۵)INT

---

1. Sputnik I.

عوض‌می‌کنیم .

بعنوان یک تمرین ،برنامهٔ تصحیح شدهٔ خود را در روز ۲۸/۶۳ مه سال ۵۸۴ — امتحان کنید .نتیجه باید JD = ۱۵۰۷۹۰۰/۱۳ باشد .اما بررسی کنید که آیا برنامهٔ شما همچنان برای سالهای مثبت هم معتبر است!

محاسبهٔ تاریخ تقویمی از روز ژولینی(JD)

روش زیر هم برای سالهای مثبت و هم برای سالهای منفی ،اما نه برای اعداد منفی روز ژولینی ،معتبر است .

۰/۵ را به JD اضافه کنید و فرض کنید Z قسمت صحیح و F بخش کسری (اعشار) نتیجه باشد .

اگر $Z < ۲۲۹۹۱۶۱$ ، A را مساوی Z قرار دهید ($A = Z$) .

اگر Z بزرگتر یا مساوی با ۲۲۹۹۱۶۱ باشد ،محاسبه کنید :

$$\alpha = \mathrm{INT}\left(\frac{Z - 1867\,216.25}{36524.25}\right)$$

$$A = Z + 1 + \alpha - \mathrm{INT}\left(\frac{\alpha}{4}\right)$$

آن‌گاه‌محاسبه‌کنید :

$$B = A + 1524$$

$$C = \mathrm{INT}\left(\frac{B - 122.1}{365.25}\right)$$

$$D = \mathrm{INT}\,(365.25\,C)$$

$$E = \mathrm{INT}\left(\frac{B - D}{30.6001}\right)$$

بنابر این روز ماه (با اعشار) عبارت است از :

$$B - D - \mathrm{INT}\,(30.6001\,E) + F$$

m شمارهٔ ماه عبارت است از :

$E - ۱$	اگر	$E < ۱۳/۵$
$E - ۱۳$	اگر	$E > ۱۳/۵$

و سال عبارت از :

$C - ۴۷۱۶$	اگر	$m > ۲/۵$
$C - ۴۷۱۵$	اگر	$m < ۲/۵$

مثال ۳. ج ــ تاریخ تقویمی متناظر با JD ۲۴۳۶۱۱۶/۳۱ را محاسبه کنید.

۲۴۳۶۱۱۶/۳۱+۰/۵=۲۴۳۶۱۱۶/۸۱

بنابراین: Z = ۲۴۳۶۱۱۶ و F = ۰/۸۱

چون: Z > ۲۲۹۹۱۶۱ ، داریم:

$$\alpha = \mathrm{INT}\left(\frac{2436\,116 - 1867\,216.25}{36524.25}\right) = 15$$

$$A = 2436\,116 + 1 + 15 - \mathrm{INT}\left(\frac{15}{4}\right) = 2436\,129$$

سپس به‌دست می‌آوریم:

E =۱۱ و D=۲۴۳۷۳۱۳ و C = ۶۶۷۳ و B = ۲۴۳۷۶۵۳

روز ماه = ۴/۸۱

ماه m = E ــ ۱=۱۰ (زیرا E < ۱۳/۵)

سال = C ــ ۴۷۱۶=۱۹۵۷ (زیرا m > ۲/۵)

بنابراین، تاریخ مطلوب ۴/۸۱ اکتبر ۱۹۵۷ می‌باشد.

تمرین: تاریخهای تقویمی متناظر با JD=۱۸۴۲۷۱۳/۰ و JD=۱۵۰۷۹۰۰/۱۳ را محاسبه کنید.

(جواب: ۲۷/۵ ژانویهٔ ۳۳۳ و ۲۸/۶۳ مه ۵۸۴ ــ)

فاصلهٔ زمانی برحسب روز

تعدادروزهای بین دوتاریخ تقویمی‌را می‌توان با محاسبهٔ تفاضل بین روزهای‌ژولینی نظیرشان به‌دست آورد.

مثال ۳. د ــ ستارهٔ دنباله‌دار تناوبی هالی[1] در ۱۶ نوامبر ۱۸۳۵ و ۲۰ آوریل ۱۹۱۰ از قرین خورشید عبور کرده، فاصلهٔ زمانی بین این دو عبور چقدر است؟

۱۶/۰ نوامبر ۱۸۳۵ با JD ۲۳۹۱۵۹۸/۵ متناظر است.

۲۰/۰ آوریل ۱۹۱۰ با JD ۲۴۱۸۷۸۱/۵ متناظر است.

تفاضل ۲۷۱۸۳ روز می‌باشد.

---

1. Halley.

تمرین: دقیقا" تاریخ ۱۰۰۰۰ روز بعد از ۳۰ ژوئن ۱۹۵۴ را به‌دست آورید.
(جواب: ۱۵ نوامبر ۱۹۸۱)

روز هفته

روزی از هفته متناظر با یک تاریخ داده شده را می‌توان به‌صورت زیر به‌دست آورد. JD را به‌ازای ساعت صفرآن تاریخ محاسبه کرده، عدد ۱/۵ را اضافه‌و نتیجه را بر ۷ تقسیم کنید. باقیماندهٔ این تقسیم روز هفته را نشان می‌دهد، به این صورت: اگر باقیمانده ۰ باشد یکشنبه، ۱ دوشنبه، ۲ سه‌شنبه، ۳ چهارشنبه، ۴ پنج‌شنبه، ۵ جمعه و ۶ شنبه است.

مثال ۳. هـ ـ روز هفته را برای ۳۰ ژوئن ۱۹۵۴ به‌دست آورید.
۳۰/۰ ژوئن ۱۹۵۴ با JD ۲۴۳۴۹۲۳/۵ متناظر می‌شود.

۲۴۳۴۹۲۳/۵+۱/۵=۲۴۳۴۹۲۵

باقیمانده پس از تقسیم بر ۷، ۳ می‌باشد. بنابر این آن روز چهارشنبه بوده است.

روز سال

عدد، N، یک روز از سال، را می‌توان به‌صورت زیر محاسبه کرد:
برای سالهای عادی:

$$N = \mathrm{INT}\left(\frac{275\,M}{9}\right) - 2\ \mathrm{INT}\left(\frac{M+9}{12}\right) + D - 30$$

برای سالهای کبیسه:

$$N = \mathrm{INT}\left(\frac{275\,M}{9}\right) - \mathrm{INT}\left(\frac{M+9}{12}\right) + D - 30$$

که M شمارهٔ ماه و D روز ماه می‌باشد.

N مقادیر صحیح ۱ تا ۳۶۵ (یا ۳۶۶ در سالهای کبیسه) را از ۱ژانویه تا ۳۱دسامبر ارائه می‌کند.

مثال ۳. و ـ ۱۴ نوامبر ۱۹۷۸.
سال معمولی: M=۱۱ و D=۱۴.
به‌دست می‌آوریم: N=۳۱۸.

مثال ۳. ز ــ ۲۲ آوریل ۱۹۸۰.

سال کبیسه: $M=۴$ و $D=۲۲$.

چنین به‌دست می‌آوریم: $N=۱۱۳$.

حال بیایید عکس مساله‌را درنظر بگیریم: N ، شماره‌ٔ روز سال معلوم است، می‌خواهیم تاریخ متناظر آن، یعنی M شماره‌ٔ ماه و D روز آن ماه را به‌دست آوریم. این عمل را می‌توان به‌صورت زیر انجام داد.

فرض کنید مقدار A در یک سال معمولی، ۱۸۸۹ و دریک سال کبیسه، ۱۵۲۳ باشد. آن‌گاه محاسبه کنید:

$$B = \mathrm{INT}\left(\frac{N + A - 122.1}{365.25}\right)$$

$$C = N + A - \mathrm{INT}(365.25\,B)$$

$$E = \mathrm{INT}(C/30.6001)$$

$M = E - 1$ اگر $E < 13.5$, $\qquad M = E - 13$ اگر $E > 13.5$

$$D = C - \mathrm{INT}(30.6001\,E)$$

مثال ۳. ح ــ $N=۲۲۲$ و سال معمولی است.

به‌ترتیب به‌دست می‌آوریم:

$D=۱۰$ و $M=۹-۱=۸$ و $E=۹$ و $C=۲۸۵$ و $B=۵$ و $A=۱۸۸۹$.

بنابر این، تاریخ ۱۰ اوت می‌باشد.

تذکر مهم دربارهٔ قسمت صحیح *INT*

میکروکامپیوترها و اغلب ماشینهای محاسب جیبی، تابع INT ("قسمت صحیح") را دارند. باید توجه داشت که این توابع در محاسبه با اعداد منفی تفاوت دارند.

در میکروکامپیوترها، تابع قسمت صحیح به‌صورت زیر تعریف شده است:

INT (x) بزرگترین عدد صحیح کمتر یا مساوی با x می‌باشد. در این حالت، برای نمونه داریم ۸ ــ = (۷/۸۳ ــ) INT . درحقیقت چون ۷ــ بزگتر از ۷/۸۳ ــ می‌باشد.

در محاسبه‌کننده‌های جیبی، INT دقیقا" قسمت صحیح عدد **نوشته شده** می‌باشد، یعنی قسمتی از عدد که مقدم بر ممیز اعشاری است؛ برای نمونه ۷ــ = (۷/۸۳ــ) INT .

میکروکامپیوترهای HP-85 نه‌تنها تابع INT، بلکه یک تابع IP (قسمت صحیح)

دارندکه باتابع INT ماشینهای محاسب جیبی یکسان استو بنابراین در HP-85 داریم :

$$IP(-۷/۸۳) = -۷ \quad \text{و} \quad INT(-۷/۸۳) = -۸ \ .$$

بنابراین ،موقع استفاده از تابع INT مواظب باشید ،زیرا بهماشین محاسبتان بستگی دارد! تابع INT که درصفحات پیشین استفاده شد با تابع INT ماشینهای محاسب جیبی یکسان است .

۴

تاریخ روز عید پاک

روش شرح داده شده درزیر توسط اسپنسرجونز[1] درکتابش به‌نام *ستاره‌شناسی عمومی*[2] (صفحات ۷۳-۷۴ از چاپ ۱۹۲۲) ارائه شده است. این مطلب دوباره در مجلهٔ *انجمن نجومی بریتانیا*[3]، جلد ۸۸ صفحه ۹۱ (دسامبر ۱۹۷۷) چاپ شده است که در آن گفته‌شده این‌روش در ۱۸۷۶ ابداع و برای اولین مرتبه در *تقویم کلیسایی* بوچر[4] آورده شده‌بود.

برخلاف فرمول ارائه شده توسط گوس، این روش استثنا ندارد و برای تمام سالهای *تقویم گریگوری* که ازسال ۱۵۸۳ به‌بعد می‌باشد، معتبراست. روند تعیین تاریخ‌روز عید پاک به‌صورت زیر است:

---

1. Spencer Jones.
2. General Astronomy.
3. Journal of the British Astronomical Association.
4. Butcher's Ecclesiastical Calendar.

باقیمانده	خارج قسمت	بر	تقسیم کنید
a	-	19	x سال
c	b	100	x سال
e	d	4	b
-	f	25	$b + 8$
-	g	3	$b - f + 1$
h	-	30	$19a + b - d - g + 15$
k	i	4	c
l	-	7	$32 + 2e + 2i - h - k$
-	m	451	$a + 11h + 22l$
p	n	31	$h + l - 7m + 114$

آن‌گاه n= شمارهٔ ماه (۳= مارس، ۴= آوریل)،

$p+1$= روزی از آن ماه که یکشنبهٔ عید پاک با آن مصادف می‌شود.

سعی کنید نتیجه‌تان یکی از ساختهای نشان داده شده در زیر را داشته باشد:

(DD.M ماه.روز) برای نمونه مارس ۲۶= ۲۶/۳

(M.DD روز.ماه) برای نمونه ۲۶ مارس = ۳/۲۶

(YYYY.MMDD روزماه.سال) برای‌نمونه ۲۶ مارس ۱۹۷۶=۱۹۷۶/۰۳۲۶

ماه و روز ماه را نیز می‌توان متوالیا" به‌صورت‌اعداد صحیح نشان داد، اما ساختهای بالا دارای این مزیتند که در آنها تاریخ کامل با یک نظر سطحی خوانده می‌شود.

محاسبهٔ باقیماندهٔ یک‌تقسیم بایدبه‌دقت برنامه‌ریزی شود. فرض کنید که باقیماندهٔ تقسیم ۳۴ بر ۳۰ باید به‌دست آید. در ماشین محاسب HP-67 داریم:

$$\frac{۳۴}{۳۰} = ۱/۱۳۳\ ۳۳۳\ ۳۳۳$$

که بخش کسری آن ۳۳۳ ۳۳۳ ۰/۱۳۳ می‌باشد. وقتی که این رقم در ۳۰ ضرب‌شود ۳/۹۹۹۹۹۹۹۹۹۰ به‌دست می‌آید. مقدار صحیح این نتیجه با ۴ فرق دارد و ممکن است‌در پایان محاسبه تاریخ نادرستی‌را برای روز عید پاک بدهد.

درماشین محاسب HP-67، مقدارصحیح باقیمانده‌را می‌توان با استفاده‌ازفرمولهای زیر به‌دست آورد.

```
DSP 0
f RND
```

در ماشینهای دیگر ممکن است استفاده از کلک دیگری الزامی باشد.

اگر مراحل برنامه‌ریزی کافی باشد، می‌توانید بعضی آزمایشها را درشروع برنامهٔ خود اضافه کنید. برای نمونه، برنامهٔ خودرا طوری بنویسید که اگر سال عددی صحیح نباشد "Error" روی صفحهٔ ماشین حساب ظاهر شود.

برنامهٔ خود را برای سالهای زیر به‌کار ببرید:

۱۸ آوریل ⟵ ۱۹۵۴	۲۶ مارس ⟵ ۱۹۷۸
۲۳ آوریل ⟵ ۲۰۰۰	۱۵ آوریل ⟵ ۱۹۷۹
۱۹۸۳/۶ ⟵ Error	۶ آوریل ⟵ ۱۹۸۰

تاریخهای نهایی عید پاک ۲۲ مارس (مانند ۱۸۱۸ و ۲۲۸۵) و ۲۵ آوریل (مانند ۱۸۸۶، ۱۹۴۳ و ۲۰۳۸) می‌باشد.

روز عید پاک ژولینی

در تقویم ژولینی، تاریخ روز عید پاک را می‌توان با روش زیر به‌دست آورد:

باقیمانده	خارج قسمت	بر	تقسیم کنید
a	-	4	سال x
b	-	7	سال x
c	-	19	سال x
d	-	30	$19c + 15$
e	-	7	$2a + 4b - d + 34$
g	f	31	$d + e + 114$

آن‌گاه f = شمارهٔ ماه (۳= مارس، ۴= آوریل)

$g + 1$ = روزی از آن ماه است که یکشنبهٔ عید پاک با آن مصادف می‌شود.

تاریخ روزعید پاک "ژولینی" یک دورهٔ تناوب ۵۳۲ ساله دارد. برای نمونه روز ۱۲ آوریل سالهای ۱۷۹، ۷۱۱ و ۱۲۴۳ را به‌دست می‌آوریم.

۵

زمان زیجی و زمان جهانی

زمان زیجی (ET)یک زمان یکنواخت براساس حرکات سیارات است. زمان جهانی (UT)که دانستن آن برای زندگی شهری الزامی است، براساس چرخش زمین می‌باشد.

چون چرخش زمین به‌دور محورش درحال کند شدن است ــ و ازاین‌گذشته با بی‌نظمیهای غیرقابل پیشگویی همراه است ــ UT زمان یکنواختی نیست. چون ستاره‌شناسان به زمانی یکنواخت احتیاج دارند، ET را برای محاسبهٔ زیجهای دقیقشان به‌کار می‌برند.

مقدار دقیق تفاضل $\Delta T = ET - UT$ را تنها می‌توان از طریق مشاهدات محاسبه کرد. جدول ۵.الف نمایانگر مقدار ΔT برا ی بعضی از سالها می‌باشد.

جدول (۵. الف)

مقدار ΔT برحسب دقیقه‌های زمانی

سال	ΔT	سال	ΔT	سال	ΔT
1710	-0.2	1870	0.0	1940	+0.4
1730	-0.1	1880	-0.1	1950	+0.5

1750	0.0	1895	−0.1	1965	+0.6
1770	+0.1	1903	0.0	1971	+0.7
1800	+0.1	1912	+0.2	1977	+0.8
1840	0.0	1927	+0.4	1987	+1.0 ?

برای دوره‌های خارج از این فاصلهٔ زمانی، مقدار تقریبی ΔT (برحسب دقیقه) را می‌توان از فرمول زیر حساب کرد:

$$\Delta T = +0.41 + 1.2053\,T + 0.4992\,T^2 \qquad (۱-۵)$$

که T عبارت است از زمانی برحسب قرن از سال ۱۹۰۰ به بعد. پس داریم:

$$UT = ET - \Delta T \qquad \text{یا} \qquad ET = UT + \Delta T$$

مثال ۵. الف ــ فرض کنید که باید موضع عطارد را برای ۶ فوریه در ۶^h زمان جهانی سال ۵۵۵ ــ محاسبه کرد.

در این‌جا داریم: $T = -۲۴/۵۵$، و از آن $\Delta T = +۲۷۲$ دقیقه.

بنابر این: $ET = ۶^h + ۲۷۲$ دقیقه $= ۱۰^h\ ۳۲^m$،

و محاسبات باید برای ۶ فوریه ۵۵۵ ــ در $۱۰^h\ ۳۲^m$ زمان زیجی انجام شود.

مثال ۵. ب ــ برطبق تقویم نجومی، حداکثر حالت ماه گرفتگی ۴ آوریل ۱۹۷۷ در $۴^h\ ۱۹^m/۰$ زمان زیجی، اتفاق افتاده است.

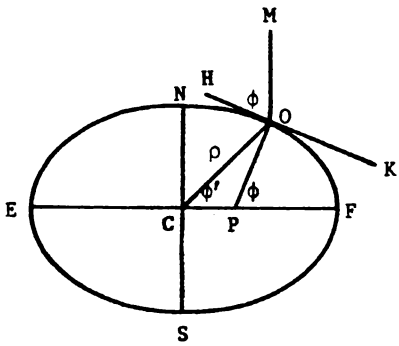
طبق جدول ۵. الف، دقیقه $\Delta T = +۰/۸$ در ۱۹۷۷. بنابر این UT متناظر عبارت است از:

$$4^h19^m.0 - 0^m.8 = 4^h18^m.2.$$

٦

دستگاه مختصات راستگوشهٔ زمین مرکزی یک ناظر

شکل زیرسطح مقطع نصف‌النهاری زمین‌را نشان‌می‌دهد . C مرکز زمین ، N قطب‌شمال آن ، S جنوب ، EF استوا ، HK صفحه‌افقی ناظر O و OP خط قائم بر HK است . جهت OM که با SN موازی است ، با OH زاویهٔ ϕ را می‌سازد که **عرض جغرافیایی** O می‌باشد . همچنین OPF نیز با ϕ مساوی است .



بردارشعاعی OC که ناظررا به‌مرکز زمین وصل می‌کند بااستوای CF زاویهٔ ϕ' را می‌سازد که **عرض زمین مرکزی** O می‌باشد . در قطبین و استوا داریم $\phi = \phi'$ و به‌ازای هرعرض دیگر :

$$|\phi'| < |\phi|$$

فرض کنید f پختی سطح زمین و b/a نسبت NC/CF ازشعاع قطبی به شعاع استوایی باشد . بامقدار $f = \frac{۱}{۲۹۸/۲۵۷}$ که اکنون توسط انجمن بین‌المللی ستاره‌شناسی مورد توافق قرار گرفته ، داریم :

$$\frac{b}{a} = 1 - f = 0.996\,647\,19$$

برای مکانی در سطح دریا، داریم :

$$\tan \phi' = \frac{b^2}{a^2} \tan \phi$$

اگر H ارتفاع ناظر واقع در بالای سطح دریا برحسب متر باشد، کمیات $\rho \sin \phi'$ و $\rho \cos \phi'$ راکه برای محاسبهٔ اختلاف منظرهای روزانه، گرفتگی‌ها و پوشیدگی‌ها موردنیازند می‌توان به‌صورت زیر محاسبه کرد :

$$\tan u = \frac{b}{a} \tan \phi$$

$$\begin{cases} \rho \sin \phi' = \frac{b}{a} \sin u + \frac{H}{6\,378\,140} \sin \phi \\ \rho \cos \phi' = \cos u + \frac{H}{6\,378\,140} \cos \phi \end{cases}$$

$\rho \sin \phi'$ در نیمکرهٔ شمالی مثبت و در نیمکرهٔ جنوبی منفی است، در حالی که $\rho \cos \phi'$ همواره مثبت است .

کمیت ρ نشان‌دهندهٔ فاصلهٔ ناظر تا مرکز زمین است (OC در شکل قبل) .

تمرین ـ $\rho \sin \phi'$ و $\rho \cos \phi'$ رابرای رصدخانه Uccle، که برای آن داریم $\phi = -50^\circ 47' 55''$ و متر $H = 105$ ، محاسبه کنید .)

(جواب : $\rho \cos \phi' = +0/633333$ و $\rho \sin \phi' = +0/771306$) .

۷

زمان نجومی در گرینویچ

زمان نجومی درگرینویچ در 0^h زمان جهانی یک تاریخ معین ،را می‌توان‌به‌صورت‌زیر به‌دست آورد .

JD متناظر با این تاریخ در 0^h UT را محاسبه کنید (فصل ۳ را نگاه کنید) . بدین ترتیب عددی به دست می‌آید که به ۰/۵ ختم می‌شود .سپس T را با رابطه زیر به دست آورید :

$$T = \frac{\mathrm{JD} - 2415\,020.0}{36525} \qquad (۱-۷)$$

در این صورت زمان نجومی در گرینویچ در 0^h UT ،برحسب ساعت و اعشار عبارت است از :

$$\theta_0 = 6.646\,0656 + 2400.051\,262\,T + 0.000\,025\,81\,T^2 \qquad (۲-۷)$$

نتیجه را باید به بازهٔ ۲۴ ــ ۰ ساعت تبدیل کرد و سپس اگر لازم شد ،به ساعت و دقیقه و ثانیه تغییر داد .

برای ساده کردن θ_0 به بازهٔ ۲۴ ــ ۰ ساعت ممکن است تقسیم کردن مقادیرعددی موجود در فرمول (۷ــ۱)بر ۲۴ ساعت آسانتر باشد ،درنتیجهٔ این عمل داریم :

$$\theta_0 = 0.276\,919\,398 + 100.002\,1359\,T + 0.000\,001\,075\,T^2 \qquad (۳-۷)$$

این فرمول زمان نجومی را برحسب دور ارائه می‌کند . برای به دست آوردن θ_0 برحسب ساعت ، **بخش کسری** نتیجه را در ۲۴ ضرب کنید .

توجه به این نکته مهم است‌که فرمولهای (۷-۲) و (۷-۳) تنها به ازای مقادیری‌از T که‌متناظر با 0^h UT یک تاریخ مفروض باشند ، معتبر هستند .

مثال ۷ . الف ــ زمان نجومی در گرینویچ را در 0^h زمان جهانی ۱۳ نوامبر ۱۹۷۶ به‌دست آورید .

به دست می‌آوریم :

$$JD = 2443\,825.5 \qquad T = +0.788\,651\,6085$$

و سپس بوسیله فرمول (۳-۷) داریم :

$$\begin{aligned} \theta_0 &= 79.143\,765\,40 && \text{دور} \\ &= 0.143\,765\,40 && \text{دور} \\ &= 3.450\,3696 && \text{ساعت} \\ &= 3^h\,27^m\,01^s.331 \end{aligned}$$

تقویم نجومی نیز همین مقدار را می‌دهد .

برای به‌دست آوردن زمان‌نجومی در **گرینویچ** ، در هر لحظهٔ UT ازیک تاریخ‌مفروض ، آن‌لحظه را برحسب ساعت و اعشار بیان کنید و در ۱/۰۰۲۷۳۷۹۰۸ ضرب کنیدو نتیجه‌را به زمان نجومی در 0^h UT اضافه نمایید .

مثال ۷ . ب ــ زمان‌نجومی درگرینویچ رادر $13.4^h\,34^m00^s$ UT نوامبر ۱۹۷۸ به‌دست آورید .

درمثال قبلی ، به‌دست آورده‌ایم که زمان نجومی در 0^h در آن تاریخ ۳/۴۵۰۳۶۹۶ساعت می‌باشد .

$$4^h34^m00^s = 4^h.566\,6667$$
$$4^h.566\,6667 \times 1.002\,737\,908 = 4^h.579\,1698$$

بنابر این ،زمان نجومی مطلوب

$$\theta_0 = 3^h.450\,3696 + 4^h.579\,1698 = 8^h.029\,5394$$
$$= 8^h01^m46^s.342$$

می‌باشد .

زمان‌نجومی به‌دست آمده ازفرمولهای (۷–۲) یا (۷–۳) زمان نجومی **متوسط** می‌باشد. زمان‌نجومی ***ظاهری*** **با افزودن** تصحیح $\Delta\psi \cos \varepsilon$ که $\Delta\psi$ رقص محوری در طول (فصل ۱۵ را نگاه کنید) و ε تمایل دایره‌البروج است ،به‌دست می‌آید .این تصحیح برای رقص محوری، **رقص محوری درزاویه بعد** (یا ***معادلهٔ اعتدالین*** درتقویم نجومی) نامیده‌می‌شود .دراین‌جا می‌توان ،اگر $\Delta\psi$ برحسب ثانیهٔ درجه بیان‌شده باشد ،مقدار ε را تا نزدیکترین "۱۰ درنظر گرفت .تصحیح برحسب ثانیه زمانی عبارت است از :

$$\frac{\Delta\psi \cos \varepsilon}{15}$$

مثال ۷ . ج ــ زمان نجومی ظاهری در گرینویچ را در $13,4^h 34^m\ ^s$ UT ۱۳ نوامبر ۱۹۷۸ به‌دست آورید .

طبق مثال ۷ .ب زمان نجومی متوسط در گرینویچ ،وقتی که $\Delta\psi = -3''/378$ ،برای این‌لحظه ، $8^h 01^m 46^s/342$ می‌باشد (مثال ۱۵ .الف را نگاه کنید) .با درنظر گرفتن $\varepsilon = 23^\circ 26' 30''$ ،تصحیح زمان نجومی عبارت است از :

$$\frac{-3.378 \times \cos 23^\circ 26' 30''}{15} = -0.207 \quad \text{ثانیه}$$

و زمان نجومی ظاهری مطلوب برابر است با :

$$8^h01^m46^s.342 - 0^s.207 = 8^h01^m46^s.135$$

۸

تبدیل مختصات

علایم زیر را به کار خواهیم برد :

α = زاویهٔ بعد .این کمیت عموما" برحسب ساعت ،دقیقه و ثانیه بیان می‌شود و بنابر این نخست باید ،قبل از این که در یک فرمول به‌کار برده شود ،به درجه (و اعشار)تبدیل شود .برعکس،هرگاه α به کمک یک فرمول و ماشین محاسب به‌دست آمده باشد ،برحسب درجه بیان شده است و لذا اگر لازم باشد به‌ساعت ودقیقه وثانیه تغییر داده شود ، می‌توان‌آن را با تقسیم بر ۱۵ به ساعت تبدیل کرد ؛

δ = میل ،مثبت (منفی)است اگر در شمال (جنوب)استوای سماوی باشد ؛

α_{1950}= زاویهٔ بعد مربوط به اعتدال استاندارد ۱۹۵۰/۰ ؛

δ_{1950}= میل مربوط به اعتدال استاندارد ۱۹۵۰/۰ ؛

λ = طول دایره البروجی (یا سماوی) ،از اعتدال بهاری و در طول دایره البروج اندازه گرفته می‌شود ؛

β= عرض دایره البروجی (یا سماوی) ،مثبت (منفی)است اگر در شمال (جنوب) دایره البروج باشد ؛

l = طول کهکشانی ؛

b = عرض کهکشانی ؛

h = ارتفاع ، مثبت (منفی) است اگر در بالای (پایین) افق باشد ؛

A = زاویهٔ سمت ، از جنوب بطرف غرب سنجیده می‌شود و باید درنظر داشت که برخی از مؤلفین زاویهٔ سمت را از شمال اندازه می‌گیرند . ما حساب کردن آن‌را ازجنوب ترحیح می‌دهیم زیرا زوایای ساعتی نیز ازجنوب اندازه گرفته‌می‌شوند. بنابر این یک جسم سماوی که دقیقا" در نصف‌النهار جنوبی باشد دارای $A = H = ۰°$ می‌باشد ؛

ε = تمایل دایره البروج ، یعنی زاویهٔ بین دایره البروج و استوای سماوی . تمایل متوسط دایره البروج از فرمول (۱۸–۴) به‌دست می‌آید . اما اگر زاویهٔ بعد و میل *ظاهری* مورداستفاده قرار گیرند (یعنی تاثیر انحراف و رقص‌محوری ، به‌حساب آورده شده باشد) باید میل حقیقی $\varepsilon + \Delta\varepsilon$ به‌کار برده شود (فصل ۱۵ را نگاه کنید) . اگر α و δ مربوط به اعتدال استاندارد ۱۹۵۰ باشند آن‌گاه باید مقدار مربوط به این دوره یعنی $\varepsilon_{۱۹۵۰} = ۲۳°/۴۴۵۷۸۸۹$ به‌کار برده شود . برای اعتدال استاندارد ۲۰۰۰/۰ ، داریم ،

$$\varepsilon_{۲۰۰۰} = ۲۳°۲۶'۲۱''/۴۴۸ = ۲۳°/۴۳۹۲۹۱۱ \quad ؛$$

ϕ = عرض جغرافیایی ناظر مثبت (منفی) است اگر درنیمکرهٔ شمالی (جنوبی) باشد ؛

H = زاویهٔ ساعتی محلی ، از جنوب بطرف غرب اندازه گرفته می‌شود .

اگر θ زمان نجومی محلی ، $\theta_۰$ زمان نجومی در گرینویچ و L طول جغرافیایی (از گرینویچ بطرف غرب ، مثبت و بطرف شرق ، منفی) باشد ، آن‌گاه زاویهٔ ساعتی محلی را می‌توان از روابط زیر محاسبه کرد :

$$H = \theta - \alpha \qquad \text{یا} \qquad H = \theta_۰ - L - \alpha$$

اگر α تحت‌تاثیر رقص محوری قرار گرفته‌باشد، آن‌گاه زمان نجومی نیز باید تحت‌تاثیر آن قرار گیرد (فصل ۷ را نگاه کنید) .

برای تبدیل مختصات استوایی به دایره البروجی ، فرمولهای زیر را می‌توان به کار برد :

$$\tan \lambda = \frac{\sin \alpha \cos \varepsilon + \tan \delta \sin \varepsilon}{\cos \alpha} \qquad (۱–۸)$$

$$\sin \beta = \sin \delta \cos \varepsilon - \cos \delta \sin \varepsilon \sin \alpha \qquad (۲–۸)$$

تبدیل مختصات دایره البروجی به استوایی :

$$\tan \alpha = \frac{\sin \lambda \cos \varepsilon - \tan \beta \sin \varepsilon}{\cos \lambda} \qquad (۳-۸)$$

$$\sin \delta = \sin \beta \cos \varepsilon + \cos \beta \sin \varepsilon \sin \lambda \qquad (۴-۸)$$

محاسبهٔ مختصات افقی محلی :

$$\tan A = \frac{\sin H}{\cos H \sin \phi - \tan \delta \cos \phi} \qquad (۵-۸)$$

$$\sin h = \sin \phi \sin \delta + \cos \phi \cos \delta \cos H \qquad (۶-۸)$$

تبدیل مختصات استوایی مربوط به اعتدال استاندارد ۱۹۵۰/۰ به مختصات کهکشانی :

$$\tan x = \frac{\sin (192^\circ\!.25 - \alpha)}{\cos (192^\circ\!.25 - \alpha) \sin 27^\circ\!.4 - \tan \delta \cos 27^\circ\!.4} \qquad (۷-۸)$$

$$l = 303^\circ - x$$

$$\sin b = \sin \delta \sin 27^\circ\!.4 + \cos \delta \cos 27^\circ\!.4 \cos (192^\circ\!.25 - \alpha)$$

(۸-۸)

تبدیل مختصات کهکشانی به مختصات استوایی مربوط به اعتدال استاندارد ۱۹۵۰/۰ :

$$\tan y = \frac{\sin (l - 123^\circ)}{\cos (l - 123^\circ) \sin 27^\circ\!.4 - \tan b \cos 27^\circ\!.4} \qquad (۹-۸)$$

$$\alpha = y + 12^\circ\!.25$$

$$\sin \delta = \sin b \sin 27^\circ\!.4 + \cos b \cos 27^\circ\!.4 \cos (l - 123^\circ)$$

(۱۰-۸)

به شباهت فرمولهای (۸-۱) ، (۸-۳) ، (۸-۵) ، (۸-۷) و (۸-۹) توجه کنید ، آنها را می‌توان در یک زیر برنامهٔ یگانه محاسبه کرد . همین تذکر در فرمولهای (۸-۲) ، (۸-۴) ، (۸-۶) ، (۸-۸) و (۸-۱۰) نیز به‌کار می‌رود .

فرمولهای (۸-۱) ، ، (۸-۳) و . . . ؛ مقادیر $\tan \lambda$ ، $\tan \alpha$ و . . . و سپس مقادیر λ ، α و . . . را توسط تابع arctan ارائه می‌کنند . البته ربع دقیقی که زاویه در آن قرارگرفته نامعلوم است . بهتر است تانژانت زاویه‌ای را که توسط تقسیم به‌دست نمی‌آید ، محاسبه نکنیم ، به‌جای آن تبدیل مختصات راستگوشه‌ای به‌قطبی را در صورت و مخرج کسر به‌کار ببریم . این کار مستقیما " زاویه λ ، α و . . . را در ربع صحیح ارائه خواهد کرد .

مثال ۸. الف ــ مختصات دایره البروجی ستاره رأس التوأم المؤخر[1] راکه مختصات استوایی آن عبارتند از:

$$\alpha_{1950} = 7^h42^m15^s.525, \qquad \delta_{1950} = +28°08'55''.11.$$

محاسبه کنید.

با به‌کاربردن مقادیر $\alpha = 115°/5646688$، $\delta = +28°/1486422$ و $\varepsilon = 23°/4457889$، از فرمولهای (۸ــ۱) و (۸ــ۲) نتیجه می‌شود $\tan\lambda = \frac{+1/0405017}{-0/4315299}$، که از آن جا $\lambda = 112°/52538$؛ $\beta = +6°/68058$.

به دلیل آن که α و δ به اعتدال استاندارد ۱۹۵۰/۰ مربوط می‌شوند، λ و β نیز به این اعتدال مربوط خواهند شد.

تمرین ــ مقادیر λ و β را که در مثال قبلی به‌دست آمده‌اند، به‌کار برید و با فرمولهای (۸ــ۳) و (۸ــ۴) مجددا" α و δ را به‌دست آورید.

مثال ۸. ب ــ زاویهٔ سمت و ارتفاع زحل را در $13, 4^h 34^m 00^s$ UT نوامبر ۱۹۷۸ در رصدخانه Uccle (طول جغرافیایی $0^h 17^m 25^s/94$ ــ، عرض جغرافیایی $+50°47'55''/0$) به دست آورید: مختصات استوایی ظاهری سیاره، که از تقویم نجومی درونیابی شده، عبارتند از:

$$\alpha = 10^h57^m35^s.681 \qquad \delta = +8°25'58''.10$$

چون اینها زاویه‌بعد و میل ظاهری‌اند، به زمان نجومی ظاهری نیاز داریم. این کمیت اخیر برای لحظهٔ داده شده در مثال ۷.ج، $\theta_0 = 8^h01^m46^s/135$ محاسبه شده است. بنابر این داریم:

$$\begin{aligned} H &= \theta_0 - L - \alpha \\ &= 8^h01^m46^s.135 + 0^h17^m25^s.94 - 10^h57^m35^s.681 \\ &= -2^h38^m23^s.606 = -2^h.639\,8906 = -39°.598\,358 \end{aligned}$$

---

1. Pollux.

لذا فرمولهای (۸ـ۵) و (۸ـ۶) نتیجه می‌دهند که:

$$\tan A = \frac{-0.637\,4019}{+0.503\,4048}$$ ، که از آن‌جا $A = -51^\circ.6992$

$$h = +36^\circ.5405$$

تمرین ـ مختصات کهکشانی نواختر سرپنتیس[1] ۱۹۷۸ را که مختصات استوایی آن عبارتند از:

$$\alpha_{1950} = 17^h 48^m 59^s.74, \qquad \delta_{1950} = -14^\circ 43' 08''.2$$

به دست آورید.

(جواب: $b = +۶^\circ/۰۴۶۳$ ، $l = ۱۲^\circ/۹۵۹۳$)

طلوع یا غروب یک جسم

زاویهٔ ساعتی متناظر بازمان طلوع یا غروب یک جسم با قرار دادن $h = ۰$ در فرمول (۸ـ۶) به‌دست می‌آید، درنتیجه:

$$\cos H = -\tan \phi \tan \delta$$

گرچه، لحظه‌ای که این‌چنین به دست آمده مربوط به طلوع یا غروب هندسی مرکز جسم سماوی می‌شود.

بعلت شکست جوی، جسم در لحظهٔ طلوع یا غروب ظاهری‌اش عملاً" زیر افق است. معمولاً" مقدار $۰^\circ ۳۴'$، برای اثر شکست در افق، مورد توافق قرار می‌گیرد. عموماً" زمانهای محاسبه شده برای خورشید مربوط به طلوع یا غروب بالاترین لبهٔ قرص می‌شود، درنتیجه باید بعلت درازای نیمقطر $۰^\circ ۱۶'$ به حاصل اضافه شود. بنابر این زاویه ساعتی، H_0، را در زمان طلوع یاغروب باید از رابطهٔ زیر محاسبه کرد:

برای ستارگان و سیارات: $$\cos H_0 = \frac{-0.00\,989 - \sin \phi \sin \delta}{\cos \phi \cos \delta}$$

برای خورشید: $$\cos H_0 = \frac{-0.01\,454 - \sin \phi \sin \delta}{\cos \phi \cos \delta}$$

---

1. Nova Serpentis ,1978.

برای ماه اثر اختلاف منظر افقی نیز باید به حساب آورده شود .
وقتی که مقدار H_0 داده شده باشد ، دو مقدار ممکن برای H_0 ، وجود دارد .

برای طلوع : $-180° < H_0 < 0°$
برای غروب : $0° < H_0 < +180°$

معمولا" محاسبهای جیبی مقداربین ۰° و ۱۸۰° + را با فشردن تکمه آرک کسینوس (که بطور ناصحیح روی بسیاری از ماشینها برچسب $\cos^{-1}$ را زده‌اند) می‌دهند . در آن حالت هنگامی که زمان طلوع را محاسبه می‌کنیم علامت H_0 باید عوض شود . این عمل را می‌توان با یک علامت ، که در ابتدای برنامه اضافه یا حذف می‌شود و بعدا" توسط برنامه کنترل می‌شود ، انجام داد .

زاویهٔ سمت یک‌ستاره درزمان طلوع یا غروب هندسی‌اش با رابطه زیر داده‌می‌شود :

$$\cos A_0 = -\frac{\sin \delta}{\cos \phi}$$

که در آن A_0 را باید برای طلوع بین ۱۸۰° و ۳۶۰° (یا بین ۱۸۰° — و ۰°) وبرای غروب بین ۰° و ۱۸۰° انتخاب نمود .

دایره البروج و افق

اگر ε = تمایل دایره البروج ،
ϕ = عرض جغرافیایی ناظر ،
θ = زمان نجومی محلی ،

باشد ، دراین‌صورت طول دونقطهٔ دایره‌البروج که‌روی‌افق‌واقع اند با رابطهٔ زیر داده‌می‌شود :

$$\tan \lambda = \frac{-\cos \theta}{\sin \varepsilon \tan \phi + \cos \varepsilon \sin \theta} \qquad (۸-۱۱)$$

زاویهٔ I بین دایره‌البروج و افق بوسیله رابطهٔ زیر داده می‌شود :

$$\cos I = \cos \varepsilon \sin \phi - \sin \varepsilon \cos \phi \sin \theta \qquad (۸-۱۲)$$

مثال ۸ . ج — به‌ازای $\varepsilon = ۲۳°/۴۴$ ، $\phi = ۵۱°$ ، $\theta = ۵^h\ ۰۰^m = ۷۵°$ ، از فرمول (۸-۱۱) ، به‌دست می‌آوریم :

$\tan \lambda = -0.1879$ ، که از آن‌جا $\lambda = 169°21'$ و $\lambda = 349°21'$.

فرمول (۸–۱۲) نتیجه می‌دهد: $I = ۶۲°$.

تمرین

I در مدت یک روز نجومی چگونه تغییر می‌کند؟

در فرمول (۸–۱۱) وقتی که $\phi = ۹۰ - \varepsilon$ و $\theta = ۱۸^h$ چه رخ می‌دهد؟ شرح دهید.

۹

جدایی زاویه‌ای

فاصلهٔ زاویه‌ای ، d ، بین دو جسم سماوی که زوایای بعد و میل آنها معلومند ، بوسیلهٔ فرمول زیر داده می‌شود :

$$\cos d = \sin \delta_1 \sin \delta_2 + \cos \delta_1 \cos \delta_2 \cos (\alpha_1 - \alpha_2) \quad (۱-۹)$$

که α_1 و δ_1 زاویه بعد و میل یک جسم و α_2 و δ_2 مربوط به دیگری می‌باشند .

همین فرمول‌را می‌توان وقتی‌که طول ، λ ، و عرض ، β ، دایره‌البروجی (سماوی) دو جسم معین است ، به کار برد . بشرط این که α_1 ، α_2 ، δ_1 و δ_2 با λ_1 ، λ_2 ، β_1 و β_2 جانشین شده باشند .

فرمول (۹-۱) را نمی‌توان وقتی‌که d خیلی نزدیک به $0°$ یا $180°$ باشد به‌کار برد زیرا در آن حالت $|\cos d|$ تقریبا" مساوی با ۱ است و با تغییر d بکندی تغییر می‌کند ، لذا d را نمی‌توان دقیقا" به‌دست آورد . مثلا" :

$$\cos 0°01'00'' = 0.999\,999\,958$$
$$\cos 0°00'30'' = 0.999\,999\,989$$
$$\cos 0°00'15'' = 0.999\,999\,997$$
$$\cos 0°00'00'' = 1.000\,000\,000$$

اگر حدایی زاویه‌ای خیلی کوچک باشد مثلا" کمتر از ۱۰′ ، ۰° یا ۰۵′ ، ۰°، این جدایی باید از رابطهٔ زیر محاسبه شود:

$$d = \sqrt{(\Delta\alpha \,.\, \cos\delta)^2 + (\Delta\delta)^2} \qquad (۹-۲)$$

که $\Delta\alpha$ تفاضل بین زوایای بعد، $\Delta\delta$ تفاضل بین میل‌ها می‌باشد، در حالی که δ میل هر یک از دو جسم است. باید این مطلب را درنظر داشت که $\Delta\alpha$ و $\Delta\delta$ باید برحسب واحدهای زاویه‌ای یکسان بیان شوند.

اگر $\Delta\alpha$ برحسب ساعت (واعشار)، و $\Delta\delta$ برحسب درجه (و اعشار) بیان شده باشد، آن‌گاه d، برحسب ثانیهٔ یک درجه (") ، بوسیلهٔ رابطهٔ زیر داده می‌شود.

$$d = 3600\sqrt{(15\,\Delta\alpha \,.\, \cos\delta)^2 + (\Delta\delta)^2} \qquad (۹-۳)$$

اگر $\Delta\alpha$ برحسب ثانیهٔ زمان (s)، و $\Delta\delta$ برحسب ثانیهٔ درجه (") بیان شده باشد، آن‌گاه d برحسب (") بوسیله رابطهٔ زیر داده می‌شود:

$$d = \sqrt{(15\,\Delta\alpha \,.\, \cos\delta)^2 + (\Delta\delta)^2} \qquad (۹-۴)$$

از فرمولهای (۹-۲)، (۹-۳) و (۹-۴) تنها هنگامی می‌توان استفاده کرد که $\bar{d}$ کوچک باشد.

مثال ۹. الف ــ فاصلهٔ زاویه‌ای بین سماک اعزل[1] (α Boo) و سماک رامح[2] (α Vir) را حساب کنید.

مختصات این ستارگان در ۱۹۵۰ عبارتند از:

$$\alpha \text{ Boo}: \quad \alpha_1 = 14^h 13^m 22^s.8 = 213^\circ.3450 \qquad \delta_1 = +19^\circ 26' 31''$$
$$\alpha \text{ Vir}: \quad \alpha_2 = 13^h 22^m 33^s.3 = 200^\circ.6388 \qquad \delta_2 = -10^\circ 54' 03''$$

فرمول (۹-۱)، $\cos d = ۰/۸۴۰۳۴۲$ را ارائه می‌کند.

که از آن‌جا $d = ۳۲^\circ/۸۲۳۷ = ۳۲^\circ ۴۹'$ به‌دست می‌آید.

تمرین ــ فاصله زاویه‌ای بین ستاره‌های الدبران[3] و قلب‌العقرب[4] را محاسبه کنید.

(جواب: $۱۶۹^\circ ۵۸'$)

---

1. Arcturus.
2. Spica.
3. Aldebaran.
4. Antares.

یک یاهردو جسم فوق ممکن است اجسام متحرک باشند. مثلا" یک سیاره و یک ستاره، یا دوسیاره. دراین حالت می‌توان برنامه‌ای نوشت که نخست کمیات δ_1 ، δ_2 و $(\alpha_1 - \alpha_2)$ درونیابی شوند، وبعد d توسط یکی از فرمولهای (۹–۱) یا (۹–۲) محاسبه گردد. راهنمایی: از کمیات درونیابی شده بوسیلهٔ فرمول (۹–۱)، $\cos d$ را محاسبه کنید. سپس اگر $\cos d < ۰/۹۹۹\ ۹۹۵$، d را به‌دست‌آورید و اگر $\cos d > ۰/۹۹۹\ ۹۹۵$ فرمول (۹–۲) را به‌کار ببرید.

تمرین ــ مختصات زیر را به کار ببرید، لحظه و مقدار کمترین فاصلهٔ بین عطارد و زحل را محاسبه‌کنید.

1978 0h ET	عطارد α_1	عطارد δ_1	زحل α_2	زحل δ_2
12 سپتامبر	$10^h23^m17^s.65$	+11°31′46″.3	$10^h33^m01^s.23$	+10°42′53″.5
13	10 29 44.27	+11 02 05.9	10 33 29.64	+10 40 13.2
14	10 36 19.63	+10 29 51.7	10 33 57.97	+10 37 33.4
15	10 43 01.75	+ 9 55 16.7	10 34 26.22	+10 34 53.9
16	10 49 48.85	+ 9 18 34.7	10 34 54.39	+10 32 14.9

جواب: کمترین جدایی زاویه‌ای بین دوسیاره در $۱۳، ۱۵^h\ ۰۶^m/۵\ ET = ۱۵^h\ ۰۶^m\ UT$ سپتامبر ۱۹۷۸، برابر "۰°۰۳′۴۴ می‌باشد.

اگر یکی از اجسام (موردنظر) ستاره باشد، همین روش را می‌توان به‌کار برد. در این صورت مختصات آخری ثابتند. درنظر گرفتن این که α و δ ی ستاره باید مربوط به *همان اعتدالی* باشند که مختصات جسم متحرک به آن مربوط است، مهم می‌باشد.

اگر جسم متحرک یک سیارهٔ بزرگ باشد که زاویهٔ بعد و میل ظاهری‌اش، مربوط به اعتدال تاریخ، داده شده است (برای نمونه همان‌طورکه درتقویم نجومی می‌آید)، آن‌گاه برای ستاره نیز باید مختصات ظاهری به‌کار برده شود. اگر از یک جدول راهنما موضع ستاره‌ای‌را انتخاب کنیم، که به یک اعتدال استاندارد مربوط می‌شود (مثلا" اعتدال ۱۹۵۰/۰)، آن گاه α و δ ظاهری بااحتساب حرکت‌ویژهٔ ستاره‌واثرات‌حرکت‌تقدیمی، رقص‌محوری‌وانحراف، به‌دست می‌آید.

اگر α و δ ی جسم **متحرک** به‌یک اعتدال استاندارد مربوط‌اند، آن‌گاه α و δ ی ستاره باید به‌همین اعتدال استاندارد مربوط باشند، تنها تصحیحات، آنهایی هستندکه‌به‌حرکت ویژهٔ ستاره بستگی دارند.

۱۰

مقارنهٔ بین دوسیاره

وقتی که سه یا پنج موضع زیجی دو سیارهٔ در حال عبور از نزدیکی یکدیگر معلوم است، می‌توان برنامه‌ای نوشت که زمان مقارنه در زاویه بعد و اختلاف میل بین دو جسم در آن زمان را محاسبه کند. این روش متشکل از محاسبهٔ تفاضلات $\Delta\alpha$ ی متناظر با زوایای بعد و سپس محاسبهٔ زمان بوسیلهٔ درونیابی عکس، وقتی که $\Delta\alpha = 0$، با استفاده از فرمول (۲–۴) یا (۲–۷) می‌باشد. وقتی که آن لحظه به‌دست آمد، درونیابی مستقیم اختلاف میل‌ها، $\Delta\delta$، بوسیلهٔ فرمول (۲–۳) یا (۲–۵)، اختلاف میل مطلوب در زمان مقارنه را به دست می‌دهد.

مثال ۱۰. الف ــ حالتهای مقارنهٔ نوامبر ۱۹۷۹ عطارد ــ زهره را محاسبه کنید.

مقادیر زیر برای 0^h ET تاریخ موردنظر، از تقویم نجومی استخراج شده‌اند:

1979	عطارد	
	α	δ
	$h\ m\ s$	$°\ '\ ''$
نوامبر 7	16 11 38.61	−23 49 45.9
8	16 12 55.61	−23 46 54.0
9	16 13 40.37	−23 41 19.5
10	16 13 50.08	−23 32 50.8
11	16 13 22.16	−23 21 16.3

		زهره	1979
		α	δ
		h m s	° ′ ″
نوامبر	7	16 04 01.76	-21 07 49.3
	8	16 09 14.55	-21 24 26.5
	9	16 14 28.50	-21 40 27.5
	10	16 19 43.58	-21 55 51.7
	11	16 24 59.76	-22 10 38.4

در ابتدا تفاضل زوایای بعد(برحسب ساعت و اعشار)و میل‌ها(برحسب درجه و اعشار) را محاسبه می‌کنیم .

نوامبر	7	$\Delta\alpha$ = +0.126 903	$\Delta\delta$ = -2.699 06
	8	+0.061 406	-2.374 31
	9	-0.013 369	-2.014 44
	10	-0.098 194	-1.616 42
	11	-0.193 778	-1.177 19

با به کاربردن فرمول (۲ ــ ۷) بـرای مقادیر $\Delta\alpha$ ، می‌بینیم کـه $\Delta\alpha$ برای‌مقـدار n = ــ ۰/۱۶۹۶۰ ازبازهٔ درونیابی صفر است . بنابراین ،مقارنهٔ زاویهٔ بعد در ۸/۸۳۰۴۰ نوامبر ۱۹۷۹ اتفاق می‌افتد یعنی در ۸ نوامبر ۱۹۷۹ در ET $19^h\ 55^m/8$ یـــا در $19^h\ 55^m$ UT .

حال با همین مقدار به‌دست آمدهٔ n و به‌کار بردن فرمول (۲ــ۵)برای مقادیر $\Delta\delta$ ، چنین به‌دست می‌آوریم : $\Delta\delta$ = ــ ۲°/۰۷۸۰۸ یا ′۰۵°۲ ــ. بنابراین هنگام مقارنه‌درزاویه بعد،عطارد در′۰۵°۲ جنوب زهره واقع است .

اگردومین جسم یک‌ستاره باشد ،می‌توان مختصاتش را در طول بازهٔ زمانی فرض‌شده به‌صورت‌ثابت درنظر گرفت . دراین صورت داریم :

$$\alpha_1' = \alpha_2' = \alpha_3' = \alpha_4' = \alpha_5' \quad \text{و} \quad \delta_1' = \delta_2' = \delta_3' = \delta_4' = \delta_5'$$

می‌توان برنامه را بطریقی نوشت که اگر دومین جسم یک ستاره باشد ،مختصاتش تنها یکبار وارد شود .برای دستیابی به این هدف از علایم ، و نشانـــه‌ها و/یای زیربرنامه‌ها استفاده کنید !

تذکر مهم آخر فصل ۹ در این‌جا نیز به‌کار می‌آید: ***مختصات ستاره و مختصات جسم متحرک باید به یک اعتدال مربوط باشند.***

بعنوان تمرین، مقارنه درزاویه بعد بین سیارک آمفیترایت ۲۹[1] وستاره لاندای‌شیر[2] رادر ژانویهٔ ۱۹۸۰ محاسبه‌کنید. زاویهٔ بعدو میل سیارهٔ کوچک، مربوط به‌اعتدال استاندارد ۱۹۵۰/۰، بقرار زیرند (از زیجی که بوسیلهٔ دیوید دبلیو دونهام[3] محاسبه شده):

0^h ET		α_{1950}	δ_{1950}
ژانویه 1980	7	$9^h34^m25^s.279$	+22°06′40″.93
	12	9 31 10.656	+22 22 25.44
	17	9 27 15.396	+22 39 04.68
	22	9 22 45.672	+22 55 48.95
	27	9 17 49.742	+23 11 46.00

مختصات ستاره برای دوره و اعتدال ۱۹۵۰/۰ عبارتنداز $\alpha = 9^h\,28^m\,52^s/248$ و $\delta = +23^\circ\,11'\,22''/21$، و حرکت ویژهٔ سالانه عبارت است از $8^s/0018$ ــ در زاویه بعدو $0''/042$ درمیل. درنتیجه، موضع ستاره مربوط به‌اعتدال ۱۹۵۰/۰ ولی برای دورهٔ ۱۹۸۰/۰۴، عبارت است از:

$$\alpha = 9^h 28^m 52^s/194 \qquad \text{و} \qquad \delta = +23^\circ 11' 20''/95$$

حال مقارنه را محاسبه کنید.

(جواب: سیارک آمفیترایت در ۱۵ ژانویه ۱۹۸۰ در 1^h از $0^\circ 39'$ جنوب لاندای‌شیر عبور می‌کند).

---

1. Amphitrite, 29.
2. λ Leonis.
3. David W. Dunham.

۱۱

اجسام روی خط راست

فرض کنید (α_1, δ_1) ، (α_2, δ_2) ، (α_3, δ_3) مختصات استوایی سه جسم سماوی باشند. این سه جسم روی "خط راست" قرار دارند ــ یعنی آنها روی یک دایرهٔ عظیمهٔ کره سماوی واقعند ــ اگر:

$$\tan \delta_1 \sin (\alpha_2 - \alpha_3) + \tan \delta_2 \sin (\alpha_3 - \alpha_1) + \tan \delta_3 \sin (\alpha_1 - \alpha_2) = 0 \qquad (۱-۱۱)$$

این فرمول برای مختصات دایره البروجی نیز وقتی که زاویه بعد، α ، بوسیلهٔ طول، λ ، و میل، δ ، بوسیله عرض، β ، جایگزین می‌شوند، معتبر است.

فراموش نکنید که زاویهٔ بعد α عموما" برحسب ساعت، دقیقه و ثانیه بیان می‌شود، باید نخست آنها را به ساعت و اعشار و سپس با ضرب در عدد ۱۵ به درجه تبدیل کرد.

اگر یک یا هر دو جسم ستاره باشند، آن‌گاه یک‌بار دیگر تذکر مهم آخر فصل ۹ به‌کار می‌آید: *مختصات ستاره(ها) وسیاره(ها) باید به یک اعتدال مربوط باشند.*

مثال ۱۱ .الف ــ زمانی‌را که مریخ با رأس التوأم المؤخر[1] ورأس‌التوأم المقدم[2] روی یک‌خط

---

1. Pollux.
2. Castor.

راست دیده‌می‌شوند به‌دست آورید .

به کمک یک‌زیج از مریخ و یک اطلس ستاره‌ای ،بسادگی این‌مطلب نتیجه می‌شود که سیاره با دوستاره درحدود ۲۱ سپتامبر ۱۹۷۹ روی خط راست قرارمی‌گیرند .در این تاریخ ، مختصات ظاهری ستارگان عبارتند از :

رأس‌التوأم المؤخر (آلفای دوپیکر [1])
$\alpha_1 = 7^h33^m17^s.0 = 113^\circ.3208$
$\delta_1 = +31^\circ55'54'' = +31^\circ.9317$

رأس‌التوأم المقدم (بتای دوپیکر)
$\alpha_2 = 7^h44^m03^s.3 = 116^\circ.0138$
$\delta_2 = +28^\circ04'28'' = +28^\circ.0744$

این مقادیر از صفحات ۳۶۰ و ۳۶۱ تقویم شوروی ، *Astronomicheskii Ezhegodnik* برای ۱۹۷۹ استخراج شده‌اند ،اما می‌توان آنهارا با روش مشروحه‌درفصل ۱۶ محاسبه کرد .برای مساله خود ، می‌توان مقادیر α_1 ، δ_1 ، α_2 و δ_2 را برای چندین روز به‌صورت ثابت درنظر گرفت .

مختصات ظاهری مریخ (α_3 , δ_3) متغیرند .دراین‌جامقادیراستخراج شده از تقویم نجومی داده شده‌اند :

	ET	α_3	δ_3
سپتامبر ۱۹۷۹	19.0	$7^h54^m33^s.8 = 118^\circ.6408$	$+21^\circ43'19'' = +21^\circ.7219$
	20.0	$7\ 57\ 08.6 = 119.2858$	$+21\ 37\ 12 = +21.6200$
	21.0	$7\ 59\ 42.7 = 119.9279$	$+21\ 30\ 57 = +21.5158$
	22.0	$8\ 02\ 16.2 = 120.5675$	$+21\ 24\ 36 = +21.4100$
	23.0	$8\ 04\ 49.0 = 121.2042$	$+21\ 18\ 08 = +21.3022$

با استفاده از همهٔ این مقادیر ،اولین قسمت فرمول (۱۱–۱) مقادیر زیر را به‌خود می‌گیرد :

سپتامبر	19.0	+0.002 1713
	20.0	+0.001 2369
	21.0	+0.000 3067
	22.0	−0.000 6204
	23.0	−0.001 5434

با به کار بردن فرمول (۲–۷) ،درمی‌یابیم که برای ۲۱/۳۳۰۴سپتامبر ۱۹۷۹(=۲۱سپتامبر ۱۹۷۹ در(UT) ET 8^h)این مقدار صفر است .

---

1. Gemini.

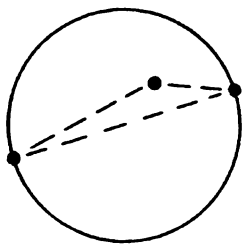
۱۲

کوچکترین دایرهٔ شامل سه جسم سماوی

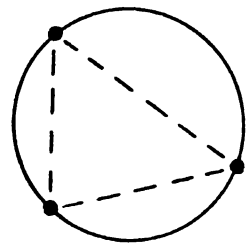
فرض‌کنید A ، B ، C سه‌جسم سماوی باشندکه در فاصلهٔ دوری ازهم دیگرنیستند، مثلا" نزدیکتر از حدود 6° روی کرهٔ سماوی واقع شده‌اند. می‌خواهیم قطر زاویه‌ای کوچکترین دایرهٔ شامل این سه جسم را محاسبه کنیم. دو حالت می‌تواند رخ دهد:

حالت I : کوچکترین دایره، بزرگترین ضلع مثلث ABC را بعنوان قطر دربر دارد؛

حالت II : کوچکترین دایره، دایرهٔ مارّ بر سه نقطهٔ A ، B ، C است.



حالت I



حالت II

قطر، Δ ، کوچکترین دایره را می‌توان به‌صورت‌زیر به‌دست آورد. اندازه‌های سه‌ضلع مثلث ABC را (برحسب درجه) طبق فرمول (۹–۱) محاسبه کنید. برای مسالهٔ فعلی فرمول (۹–۲) بندرت موردنیاز خواهد بود.

فرض کنید a طول بزرگترین ضلع مثلث و b و c طول دو ضلع دیگر باشند .

اگر $a > \sqrt{b^2 + c^2}$ ، آن‌گاه $\Delta = a$;

اگر $a < \sqrt{b^2 + c^2}$ ، آن‌گاه

$$\Delta = \frac{2abc}{\sqrt{(a+b+c)(a+b-c)(b+c-a)(a+c-b)}} \qquad (۱-۱۲)$$

مثال ۱۲ .الف ــ قطر کوچکترین دایرهٔ شامل عطارد ، مشتری و زحل را در h ۰ زمان زیجی ۱۱ سپتامبر ۱۹۸۱ محاسبه کنید . موضع این سیارات در آن لحظه عبارتند از :

عطارد	$\alpha = 12^h41^m08^s.63$	$\delta = -5°37'54''.2$
مشتری	12 52 05.21	−4 22 26.2
زحل	12 39 28.11	−1 50 03.7

سه جدایی زاویه‌ای ، که از فرمول (۹ــ۱) به‌دست می‌آید عبارتند از :

عطارد ــ مشتری	3°.00152
عطارد ــ زحل	3.82028
مشتری ــ زحل	4.04599 = a

چون $۴/۸۵۸۳۶ = \sqrt{(۳/۰۰۱۵۲)^۲ + (۳/۸۲۰۲۸)^۲} < ۴/۰۴۵۹۹$ است Δ را از فرمول (۱۲ــ۱) محاسبه می‌کنیم . نتیجه عبارت است از :

$$\Delta = 4°.26364 = 4°16'$$

این یک مثال در حالت II است .

تمرین ــ همان محاسبه را برای سیارات زهره ، مشتری و زحل در ^{h} ET ۰ روز ۲۹ اوت ۱۹۸۱ با به‌کار بردن مواضع زیر انجام دهید :

زهره :	$\alpha = 12^h46^m00^s.82$	$\delta = -4°38'59''.7$
مشتری :	12 42 31.51	−3 20 36.0
زحل :	12 34 03.49	−1 14 18.2

نشان دهید که این حالت از نوع اول است و $\Delta = ۴°۳۲'$.

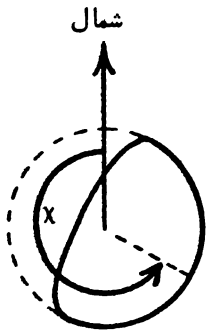
می‌توان برنامه‌ای نوشت که در آن ابتدا زاویای بعد و میل ت درونیابی شوندو پس از آن Δ محاسبه گردد. در این حالت، یک آزمایش برای مقایسهٔ a با $\sqrt{b^2 + c^2}$ الزامی است. با چنین برنامه‌ای، می‌توان (با آزمایش) حداقل مقدار Δ را برای یک دسته سیارات سه‌تایی محاسبه کرد. در حقیقت، Δ با زمان تغییر می‌کند و روش شرح داده شده در این فصل مقدار Δ را تنها برای یک لحظهٔ داده شده ارائه می‌کند.

چنین برنامه‌ای بوسیلهٔ مؤلف برای محاسبهٔ همهٔ "سه‌تایی"های سیاره‌ای که درطول مدت ۲۰۰۵–۱۹۶۰ رخ می‌دهد، به‌کار برده شده است. این فهرست در مجلهٔ فرانسوی *L'Astronomie*، جلد ۹۱ صفحات ۴۹۳–۴۸۷ (دسامبر ۱۹۷۷) منتشر شده است.

اگر یکی از اجسام ستاره باشد، یک‌بار دیگر تذکر مهم آخر فصل ۹ به‌کار می‌آید: مختصات ستاره باید به همان اعتدالی مربوط باشد که سیارات به آن مربوطند.

۱۳

زاویهٔ موضع لبهٔ درخشان ماه



زاویهٔ موضع لبهٔ درخشان ماه عبارت است از زاویهٔ موضع ، χ ، **نقطهٔ میانی** لبهٔ درخشان ماه ، که از نقطهٔ شمالی قرص به طرف شرق محسوب می‌شود (شکل را نگاه کنید) .

فرض کنید α و δ زاویهٔ بعد و میل خورشید ، α′ و δ′ زاویه بعد و میل ماه باشد . بیان همهٔ این کمیات را برحسب درجه و اعشار فراموش نکنید :

در این صورت زاویهٔ موضع ، χ ،لبهٔ درخشان ماه از فرمول زیر داده می‌شود :

$$\tan \chi = \frac{\cos \delta \sin (\alpha - \alpha')}{\cos \delta' \sin \delta - \sin \delta' \cos \delta \cos (\alpha - \alpha')}$$

زاویهٔ χ درنزدیکی اولین تربیع درمجاورت °۲۷۰ ،و بعداز ماه کامل نزدیک °۹۰ می‌باشد. گرچه بلافاصله با به‌کار بردن تغییر مختصات راستگوشه‌ای به قطبی در صورت و مخرج کسر فرمول فوق ، χ در ربع صحیح به‌دست می‌آید .

مثال ۱۳ .الف ــ زاویهٔ موضع لبهٔ درخشان ماه را در $2,21^h$ ET فوریهٔ ۱۹۷۹ به دست آورید .

مختصات استوایی ماه ،در این لحظه ،در صفحهٔ ۷۸ از تقویم نجومی برای ۱۹۷۹ داده شده‌اند :

$$\alpha' = 1^h54^m18^s.175 = 1^h.90505 = 28^\circ.5757$$
$$\delta' = +8^\circ01'47''.59 = +8^\circ.0299$$

مختصات خورشید ،بوسیلهٔ درونیابی از مقادیر داده شده در صفحهٔ ۲۱ از همان نشریه به‌دست می‌آیند :

$$\alpha = 21^h.05953 = 315^\circ.8930$$
$$\delta = -16^\circ.7915$$

در این صورت داریم :

$$\tan \chi = \frac{-0.91397}{-0.32586}$$

که ازآن‌جا : $\chi = -109^\circ.62 = 250^\circ.38$.

وقتی که زاویهٔ موضع (نقطهٔ میانی)لبهٔ درخشان ماه معلوم باشد، بسادگی می‌توان دید که کدام قسمت از لبهٔ ماه توسط خورشید روشن شده است .این قسمت ،دقیقا" ،قوس بین $\chi - 90^\circ$ تا $\chi + 90^\circ$ است .درمثال ۱۳ .الف $\chi = 250^\circ$ را به‌دست آورده‌ایم .بنابر این درآن حالت ،لبهٔ درخشان ماه از زاویهٔ موضع 160° تا زاویهٔ موضع 340° می‌باشد .

البته اگر برای نمونه $\chi = 283^\circ$ ،لبهٔ درخشان ماه قوسی است که از زاویهٔ موضع 193° شروع و از 283° و 360° گذشته و سپس تا 13° پیش می‌رود .

۱۴

حرکت تقدیمی

در این فصل، مساله تبدیل زاویهٔ بعد، α، و میل، δ، یک ستاره متعلق به‌یک‌دوره و اعتدال مفروض را نسبت به مقادیر متناظر از دوره و اعتدال دیگر درنظر می‌گیریم. در این‌جا تنها مکان متوسط یک ستاره و فقط اثر حرکت تقدیمی درنظر گرفته‌شده است. مسالهٔ یافتن مکان ظاهری یک ستاره، در فصل ۱۶ بررسی خواهد شد.

اگر دقت‌زیادی خواسته‌نشده باشدو اگر دودوره فاصلهٔ‌زیادی نداشته‌باشند، می‌توان فرمولهای زیر را برای حرکات تقدیمی سالانهٔ زاویهٔ بعد و میل به‌کار برد:

$$\Delta\alpha = m + n \sin\alpha \tan\delta \qquad \Delta\delta = n \cos\alpha \qquad (۱-۱۴)$$

که m و n دو کمیتی هستند که به آهستگی بازمان تغییر می‌کنند. این کمیات با روابط زیر داده می‌شوند:

$$m = 3^s.07234 + 0^s.00186\,T\,,$$
$$n = 20''.0468 - 0''.0085\,T\,,$$

زمان T برحسب قرن‌و از ۱۹۰۰/۰ به بعداندازه گرفته می‌شود. دراین‌جا مقادیر m و n برای بعضی از دوره‌ها ارائه شده است:

دوره	m	n	n
			$''$
1700.0	$3^s.069$	$1^s.338$	20.06
1800.0	3.070	1.337	20.06
1900.0	3.072	1.336	20.05
2000.0	3.074	1.336	20.04
2100.0	3.076	1.335	20.03
2200.0	3.078	1.335	20.02

برای محاسبهٔ $\Delta\alpha$ ، باید مقداری از n را که برحسب ثانیهٔ زمانی (s) بیان شده، به کار برد. به‌خاطر داشته باشید که 1^s متناظر با "۱۵ است.

اثر حرکت ویژه را باید به‌مقادیری‌که از فرمولهای (۱۴ــ۱) به‌دست آمده‌اند، افزود.

مثال ۱۴. الف ــ مختصات ستاره قلب الاسد[1] برای دوره و اعتدال ۱۹۵۰/۰ عبارتند از:

$$\alpha_0 = 10^h05^m42^s.7 \qquad \delta_0 = +12°12'45''$$

و حرکت ویژهٔ سالانه عبارتند از:

$-0^s.0171$ در زاویهٔ بعد

$+0''.004$ در میل

این مختصات را به دوره واعتدال ۱۹۷۸/۰ تبدیل کنید.

در این‌جا داریم:

$$\alpha = 151^\circ.428 \qquad \delta = +12^\circ.213$$
$$m = 3^s.073 \qquad n = 1^s.336 = 20''.04$$

از فرمولهای (۱۴ــ۱) نتیجه می‌گیریم:

$$\Delta\alpha = +3^s.211, \qquad \Delta\delta = -17''.60$$

که به آن باید حرکت ویژهٔ سالانه را بیفزاییم و نتیجه یک تغییر سالانه ۳/۱۹۴ ^{s}+ درزاویه بعد و ۱۷/۶۰ "ــ در میل می‌باشد.

تغییرات در مدت ۲۸ سال (از ۱۹۵۰/۰ تا ۱۹۷۸/۰) عبارتند از:

$$\alpha: \quad +3^s.194 \times 28 = +89^s.4 = +1^m29^s.4$$
$$\delta: \quad -17''.60 \times 28 = -493'' = -8'13''$$

زاویهٔ بعد مطلوب: $\alpha = \alpha_0 + 1^m29^s.4 = 10^h07^m12^s.1$

---

1. Regulus.

میل مطلوب : $\delta = \delta_0 - 8'13'' = +12°04'32''$

تقویم نجومی درصفحه ۳۳۶، برای سال ۱۹۷۸، $10^h\ 07^m\ 12^s.1$ و $12°\ 04'31''$ را می‌دهد.

روش دقیق

نیوکمب[1] عبارات عددی زیر را برای کمیات ζ ، z و θ که برای تبدیل دقیق مواضع از یک اعتدال به اعتدال دیگر لازمند، ارائه می‌کند:

دورهٔ ابتدایی: $t_0 = 1900.0 + \tau_0$

دورهٔ انتهایی: $t = 1900.0 + \tau_0 + \tau$

$$\left.\begin{aligned} \zeta &= (2304''.250 + 1''.396\,\tau_0)\,\tau + 0''.302\,\tau^2 + 0''.018\,\tau^3 \\ z &= \zeta + 0''.791\,\tau^2 + 0''.001\,\tau^3 \\ \theta &= (2004''.682 - 0''.853\,\tau_0)\,\tau - 0''.426\,\tau^2 - 0''.042\,\tau^3 \end{aligned}\right\} \qquad (۲-۱۴)$$

که درآن τ_0 و τ برحسب قرن برجی، شامل ۳۶۵۲۴/۲۱۹۹ روز زیجی، اندازه گرفته می‌شوند. دورهٔ اصلی ۱۹۰۰/۰ متناظر با JD ۲۴۱۵۰۲۰/۳۱۳ می‌باشد. مدت سال برجی بطور جزیی با گذشت زمان، در حدود ۰/۵۳ ــ ثانیه در قرن، تغییر می‌کند. اما برای منظور خود می‌توان ازاین مقدار بسیار ناچیز صرف‌نظر کرد.

ازطرف دیگر، اگر $(JD)_0$ و (JD) به‌ترتیب روزهای ژولینی متناظربا دورهٔ ابتدایی و انتهایی باشند، داریم:

$$\tau_0 = \frac{(JD)_0 - 2415\,020.313}{36524.2199} \qquad \tau = \frac{(JD) - (JD)_0}{36524.2199}$$

برای JD ۲۴۳۳۲۸۲/۴۲۳ = ۱۹۵۰/۰ = t_0، داریم $\tau_0 = +0/5$ وعبارات (۲-۱۴) به‌صورت زیر تبدیل می‌شوند:

$$\left.\begin{aligned} \zeta &= 2304''.948\,\tau + 0''.302\,\tau^2 + 0''.018\,\tau^3 \\ z &= 2304''.948\,\tau + 1''.093\,\tau^2 + 0''.019\,\tau^3 \\ \theta &= 2004''.255\,\tau - 0''.426\,\tau^2 - 0''.042\,\tau^3 \end{aligned}\right\} \qquad (۳-۱۴)$$

---

1. Newcomb.

بنابراین فرمولهای دقیق برای تبدیل مختصات استوایی مفروض α_0 و δ_0 از دورهٔ t_0 به مختصات α و δ از دورهٔ t عبارتند از:

$$A = \cos \delta_0 \sin (\alpha_0 + \zeta)$$
$$B = \cos \theta \cos \delta_0 \cos (\alpha_0 + \zeta) - \sin \theta \sin \delta_0$$
$$C = \sin \theta \cos \delta_0 \cos (\alpha_0 + \zeta) + \cos \theta \sin \delta_0$$

$$\tan (\alpha - z) = \frac{A}{B} \qquad \sin \delta = C$$

تبدیل مختصات راستگوشه‌ای / قطبی را برای کمیات A و B به‌کار ببرید. این کار $(\alpha - z)$ را مستقیما" در ربع صحیح قرار خواهد داد، و همچنین مقدار $\cos \delta = \sqrt{A^2 + B^2}$ را ارائه می‌کند که اگر ستاره خیلی به قطب نزدیک باشد می‌توان آن را به‌جای $\sin \delta$ به‌کار برد.

پیش از تبدیل α_0، δ_0 به α، δ، اثر حرکت ویژه ستاره را محاسبه کنید.

مثال ۱۴.ب ــ ستارهٔ تتاپِرْسی[1] برای دوره و اعتدال ۱۹۵۰/۰ مختصات متوسط زیر را دارد:

$$\alpha_0 = 2^h 40^m 46^s.276 \qquad \delta_0 = +49°01'06''.45$$

و حرکات ویژهٔ سالانه‌اش، مربوط به همین اعتدال، عبارتند از:

در زاویه بعد	$+0^s.0342$
در میل	$-0''.083$

مختصات را به دوره و اعتدال متوسط ۱۳/۱۹ UT در نوامبر ۱۹۷۸ تبدیل کنید.

دورهٔ ابتدایی ۱۹۵۰/۰ یا JD ۲۴۳۳ ۲۸۲/۴۲۳ و دورهٔ انتهایی JD ۲۴۴۳۸۲۵/۶۹ می‌باشد. بنابر این $\tau = +0/288\,665$ قرن برجی یا ۲۸/۸۶۶۵ سال است.

ابتدا اثر حرکت ویژه را محاسبه می‌کنیم. تغییرات در طی ۲۸/۸۶۶۵ سال عبارتند از:

در زاویه بعد	$+0^s.0342 \times 28.8665 = +0^s.987$
درمیل	$-0''.083 \times 28.8665 = -2''.40$

---

1. θ Persi.

بنابر این مختصات ستاره برای اعتدال متوسط ۱۹۵۰/۰ اما برای دورهٔ ۱۹۷۸ در ۱۳/۱۹ نوامبر عبارتند از:

$$\alpha_0 = 2^h40^m46^s.276 + 0^s.987 = 2^h40^m47^s.263 = +40^\circ.196\,929$$
$$\delta_0 = +49^\circ01'06''.45 - 2''.40 = +49^\circ01'04''.05 = +49^\circ.017\,792$$

چون اعتدال ابتدایی، اعتدال ۱۹۵۰/۰ می‌باشد، می‌توانیم فرمولهای (۱۴–۳) را به‌کار ببریم. با مقدار $\tau = +0/۲۸۸۶۶۵$ به‌دست می‌آوریم:

$$\zeta = +665''.383 = +0^\circ.184\,829$$
$$z = +665''.449 = +0^\circ.184\,847$$
$$\theta = +578''.522 = +0^\circ.160\,701$$

$$A = +0.424\,893\,97$$
$$B = +0.497\,451\,58$$
$$C = +0.756\,311\,48$$

$$\alpha - z = +40^\circ.502\,010$$
$$\alpha = +40^\circ.686\,857 = 2^h42^m44^s.846$$
$$\delta = +49^\circ.140\,096 = +49^\circ08'24''.35$$

تمرین ــ برای همان ستارهٔ مثال ۱۴.ب، مختصات استوایی را برای دوره و اعتدال متوسط ۱۹۸۱/۰ محاسبه کنید.

جواب: دراین‌جا $\tau = +0/۳۱$، و چنین به‌دست می‌آوریم:

$$\alpha = 2^h42^m53^s.626, \qquad \delta = +49^\circ08'56''.58$$

تمرین ــ مختصات استوایی ستاره قطبی[1] برای دوره و اعتدال متوسط ۱۹۵۰/۰ عبارتند از:

$$\alpha = 1^h48^m48^s.786, \qquad \delta = +89^\circ01'43''.74$$

و برای همین اعتدال، حرکات ویژه سالانهٔ ستاره عبارتند از:

$+0^s.1811$	در زاویه بعد
$-0''.004$	در میل

مختصات ستاره را برای دوره‌ها و اعتدالهای متوسط ۱۸۰۰/۰، ۱۹۰۰/۰ و ۲۱۰۰/۰ بیابید.

---

1. Polaris.

جواب :

1800.0	$\alpha = 0^h52^m25^s.31$	$\delta = +88°14'24''.52$
1980.0	2 11 47.60	+89 10 24.41
2100.0	5 53 33.88	+89 32 21.81

باید به‌این مطلب توجه‌کرد که فرمولهای (۱۴–۲) تنها برای یک دوره‌ٔزمانی محدود معتبرند. اگر ما آنها را مثلا" ، برای سال ۳۲۶۰۰ به‌کار ببریم ، می‌بینیم که برای این دوره آلفای دب‌اصغر[1] (α UMi) درمیل °۸۷– خواهد بود ، واین نتیجه‌ای‌کاملا" نادرست‌است .

1. α.Ursa Minoris.

۱۵

رقص محوری

رقص محوری درطول ($\Delta\psi$) و رقص محوری درتمایل($\Delta\varepsilon$) برای محاسبهٔ مکان ظاهری یک‌ستاره ومحاسبهٔ زمان‌نجومی ظاهری لازمند. برای یک‌لحظهٔ مفروض، $\Delta\psi$ و $\Delta\varepsilon$ را می‌توان به‌صورت زیر محاسبه کرد.

زمان T را که برحسب قرن ژولینی از ۰/۵ ژانویه ۱۹۰۰ به بعد اندازه‌گیری می‌شود با فرمول زیر به‌دست آورید:

$$T = \frac{\mathrm{JD} - 2415020.0}{36525} \qquad (۱-۱۵)$$

که در آن JD روز ژولینی است (فصل ۳ را نگاه کنید). سپس زوایای L ، L' ، M ، M' و Ω را با فرمولهای زیر که در آنها ثابتهای مختلف برحسب درجه و اعشار بیان شده‌اند، محاسبه کنید. اگر T کوچک باشد یا وقتی که دقت زیادی خواسته نشده باشد، از جملات برحسب T^2 می‌توان صرف‌نظر کرد.

طول متوسط خورشید:

$$L = 279.6967 + 36000.7689\,T + 0.000\,303\,T^2$$

طول متوسط ماه:

$$L' = 270.4342 + 481\,267.8831\,T - 0.001\,133\,T^2$$

آنومالی متوسط خورشید:

$$M = 358.4758 + 35999.0498\,T - 0.000\,150\,T^2$$

آنومالی متوسط ماه:

$$M' = 296.1046 + 477\,198.8491\,T + 0.009\,192\,T^2$$

طول گره‌صعودی ماه:

$$\Omega = 259.1833 - 1934.1420\,T + 0.002\,078\,T^2$$

دراین صورت با صرف‌نظر کردن ازکمیات کوچکتر و ضرایب بیان شده برحسب ثانیهٔ درجه (") ،داریم:

$$\begin{aligned}
\Delta\psi = & - (17.2327 + 0.01737\,T)\sin\Omega \\
& - (1.2729 + 0.00013\,T)\sin 2L \\
& + 0.2088\sin 2\Omega \\
& - 0.2037\sin 2L' \\
& + (0.1261 - 0.00031\,T)\sin M \\
& + 0.0675\sin M' \\
& - (0.0497 - 0.00012\,T)\sin(2L + M) \\
& - 0.0342\sin(2L' - \Omega) \\
& - 0.0261\sin(2L' + M') \\
& + 0.0214\sin(2L - M) \\
& - 0.0149\sin(2L - 2L' + M') \\
& + 0.0124\sin(2L - \Omega) \\
& + 0.0114\sin(2L' - M')
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Delta\varepsilon = & + (9.2100 + 0.00091\,T)\cos\Omega \\
& + (0.5522 - 0.00029\,T)\cos 2L \\
& - 0.0904\cos 2\Omega \\
& + 0.0884\cos 2L' \\
& + 0.0216\cos(2L + M) \\
& + 0.0183\cos(2L' - \Omega) \\
& + 0.0113\cos(2L' + M') \\
& - 0.0093\cos(2L - M) \\
& - 0.0066\cos(2L - \Omega)
\end{aligned}$$

اگر دقت زیادی لازم نباشد ،از جملات کوچکترو جملات برحسب T می‌توان صرف‌نظر کرد. در عبارات مربوط به $\Delta\psi$ و $\Delta\varepsilon$ ،اولین جمله یک دورهٔ ۶۷۹۸ روزه (۱۸/۶۱ ساله)، و دومین جمله یک دورهٔ ۱۸۲/۶۲ روزه ،دارد.

مثال ۱۵ .الف ــ $\Delta\psi$ و $\Delta\varepsilon$ را برای $۴^h ۳۵^m$ زمان زیجی در ۱۳ نوامبر ۱۹۷۸، یعنی برای $۴^h ۳۴^m$ زمان جهانی محاسبه کنید .

به ترتیب به دست می‌آوریم :

$$JD = 2443\,825.69$$
$$T = +0.788\,656\,810$$
$$L = 28\,671^\circ.9485 = 231^\circ.9485$$
$$L' = 379\,825^\circ.6269 = 25^\circ.6269$$
$$M = 28\,749^\circ.3715 = 309^\circ.3715$$

$$M' = 376\,642^\circ.2324 = 82^\circ.2324$$
$$\Omega = -1266^\circ.1397 = +173^\circ.8103$$

$$\Delta\psi = -3''.378$$
$$\Delta\varepsilon = -9''.321$$

برطبق تقویم نجومی مقادیر صحیح به‌ترتیب عبارتند از ۳۸۳/"۳ــ و ۳۲۱/"۹ــ.

۱۶

مکان ظاهری یک ستاره

مکان متوسط یک‌ستاره درهر زمان ،عبارت است از موضع ظاهری آن روی کرهٔ سماوی ؛ آن‌چنان که توسط یک ناظر درحال سکون واقع بر خورشید دیده خواهد شد و به دایره ـ البروج و اعتدال‌متوسط تاریخ (یا به استوای متوسط و اعتدال متوسط تاریخ) مربوط می‌شود .

مکان ***ظاهری*** یک‌ستاره در هر زمان ،موضعش روی کرهٔ سماوی است ،آن‌چنان که عملا" از مرکز زمین متحرک دیده می‌شود و به استوا ،دایره البروج و اعتدال لحظه‌ای مربوط می‌شود .باید توجه داشت که :

ـ ***اعتدال‌متوسط***، عبارت‌است ازمحل برخورد دایره‌البروج تاریخ با استوای متوسط؛

ـ ***اعتدال حقیقی***، عبارت است از محل برخورد دایره البروج تاریخ با استوای حقیقی (یعنی استوایی که تحت تاثیر رقص محوری قرار گرفته باشد) ؛

ـ دایره البروج "متوسط"وجود ندارد زیرا دایره البروج دارای حرکت منظمی است .

مساله تبدیل مکان یک ستاره از مکان متوسط در یک زمان (برای نمونه از یک دوره و اعتدال استاندارد) به مکان ظاهری در زمان دیگر مستلزم تصحیحات زیر می‌باشد :

(الف) ***حرکت ویژه*** ستاره بین دو دوره .می‌توان فرض کرد که هر ستاره با حرکت ویژه‌اش بر روی یک دایرهٔ عظیمه با سرعت زاویه‌ای نامتغیر حرکت می‌کند .بجز هنگامی که حرکت ویژه بخش قابل‌ملاحظه‌ای ازفاصلهٔ قطبی ستاره می‌باشد ،نه تنها خود حرکت‌ویژه ،

بلکه مؤلفه‌هایش برحسب زاویهٔ بعد و میل نسبت به یک *اعتدال ثابت* را نیز می‌توان در مدت چندین قرن به‌صورت ثابت درنظر گرفت. بنابر این، با یافتن اثر حرکت ویژه وقتی که محورهای مرجع، مانند مثال ۱۴.ب، ثابت می‌مانند شروع می‌کنیم:

(ب) اثر **حرکت تقدیمی**، این مطلب در فصل ۱۴ شرح داده شده است؛

(ج) اثر **رقص محوری** (زیر را نگاه کنید)؛

(د) اثر ***انحراف سالانه*** (زیر را نگاه کنید)؛

(هـ) اثر ***اختلاف منظر سالانه***. این تصحیح هرگز از ۸/″ ۰ تجاوز نمی‌کند و دربیشتر حالات می‌توان از آن صرف‌نظرکرد. تغییرات ناشی از **رقص محوری** در زاویه بعد و میل عبارتند از:

$$\Delta\alpha_1 = (\cos\varepsilon + \sin\varepsilon \sin\alpha \tan\delta)\,\Delta\psi - (\cos\alpha \tan\delta)\,\Delta\varepsilon$$
$$\Delta\delta_1 = (\sin\varepsilon \cos\alpha)\,\Delta\psi + (\sin\alpha)\,\Delta\varepsilon$$

کمیات $\Delta\psi$ و $\Delta\varepsilon$ را می‌توان با روش شرح داده شده در فصل ۱۵ محاسبه یا از تقویم نجومی استخراج کرد، در حالی‌که ε تمایل دایره‌البروج از فرمول (۱۸–۴) به‌دست می‌آید.

اگر Θ طول حقیقی خورشید باشد، که می‌توان آن‌را باروش مذکوردر فصل ۱۸ محاسبه کرد، تغییرات ناشی از ***انحراف سالانه*** در زاویهٔ بعد و میل یک ستاره عبارتند از:

$$\Delta\alpha_2 = -20''.49\,\frac{\cos\alpha \cos\Theta \cos\varepsilon + \sin\alpha \sin\Theta}{\cos\delta}$$
$$\Delta\delta_2 = -20''.49\,[\cos\Theta \cos\varepsilon\,(\tan\varepsilon \cos\delta - \sin\alpha \sin\delta) + \cos\alpha \sin\delta \sin\Theta]$$

بطوری که، مثل بالا، α و δ زاویهٔ بعد و میل ستاره می‌باشند.

بنابراین تصحیحات‌کلی α و δ به‌ترتیب عبارتند از: $\Delta\alpha_1 + \Delta\alpha_2$ و $\Delta\delta_1 + \Delta\delta_2$ عبارات محاسبه شده توسط فرمولهای بالا، هردو برحسب ثانیهٔ درجه‌بیان می‌شوند. برای به‌دست آوردن آنها برحسب ثانیهٔ زمانی، تصحیح α را بر ۱۵ تقسیم کنید.

مثال ۱۶.الف ــ مکان ظاهری ستاره تتاپرسی‌را در UT ۱۳/۱۹ نوامبر ۱۹۷۸ محاسبه‌کنید. موضع متوسط این ستاره برای آن لحظه، شامل اثر حرکت ویژه، در مثال ۱۴.ب به دست آمده بود، یعنی:

$$\alpha = 2^h 42^m 44^s.846 = 40^\circ.687 \qquad \delta = +49^\circ 08' 24''.35 = +49^\circ.140$$

مقادیررقص محوری درطول وتمایل برای همین‌لحظه ، در مثال ۱۵ .الف به‌دست‌آمده بودند .

$$\Delta\psi = -3''.378 \qquad \Delta\varepsilon = -9''.321$$

طول حقیقی خورشید که با روش فصل ۱۸ ،وقتی که $\varepsilon = ۲۳^\circ/۴۴$ ، محاسبه شده ، $\Theta = ۲۳۰^\circ/۴۵$ می‌باشد . (در این حالت برای هر دو مقدار ، دقت ۰/۰۱ درجه‌ای کافی است) .

با قراردادن مقادیر α ، δ ، ε ، Θ ، $\Delta\psi$ و $\Delta\varepsilon$ در فرمولهای داده شده در بالا ، به دست می‌آوریم :

$$\Delta\alpha_1 = +4''.059 \qquad \Delta\delta_1 = -7''.096$$
$$\Delta\alpha_2 = +29''.619 \qquad \Delta\delta_2 = +6''.554$$

و تصحیحات کلی در زاویه بعد و میل عبارتند از :

$$\Delta\alpha = +4''.059 + 29''.619 = +33''.678 = +2^s.245$$
$$\Delta\delta = -7''.096 + 6''.554 = -0''.54$$

بنابر این ، مختصات ظاهری مطلوب عبارتند از :

$$\alpha = 2^h42^m44^s.846 + 2^s.245 = 2^h42^m47^s.09$$
$$\delta = +49°08'24''.35 - 0''.54 = +49°08'23''.8$$

مقادیر درونیابی شده از داده‌های صفحهٔ ۳۲۱ ، تقویم *Astroromicheskii Ezhegodnik* سال ۱۹۷۸ عبارتنداز :

$$2^h42^m47^s.100 \quad \text{و} \quad +49°08'23''.86$$

۱۷

تبدیل اجزای دایره البروجی از یک اعتدال به اعتدال دیگر

در بعضی از مسائل ممکن است تبدیل اجزای مداری یک سیاره، یک سیارهٔ کوچک یا یک ستاره دنباله‌دار از یک اعتدال به اعتدال دیگری الزامی باشد. البته نیم‌محور بزرگ، a، و خروج از مرکز، e، وقتی که مدار به اعتدال دیگری نسبت داده می‌شود تغییر نمی‌کند و بنابر این در این‌جا فقط سه جزء:

i = میل،

ω = شناسه قرین خورشید،

Ω = طول گره صعودی،

باید درنظر گرفته شوند. فرض کنید i_0، ω_0، Ω_0 مقادیر معلوم این اجزاء در دورهٔ ابتدایی τ_0 و i، ω، Ω مقادیر (مجهول) آنها در دورهٔ انتهایی τ باشند. اگر τ_0 و τ بر حسب *هزاران* سال برجی با شروع از سال ۱۹۰۰ بیان شوند و اگر:

$$t = \tau - \tau_0$$

مقادیر زیر را محاسبه کنید:

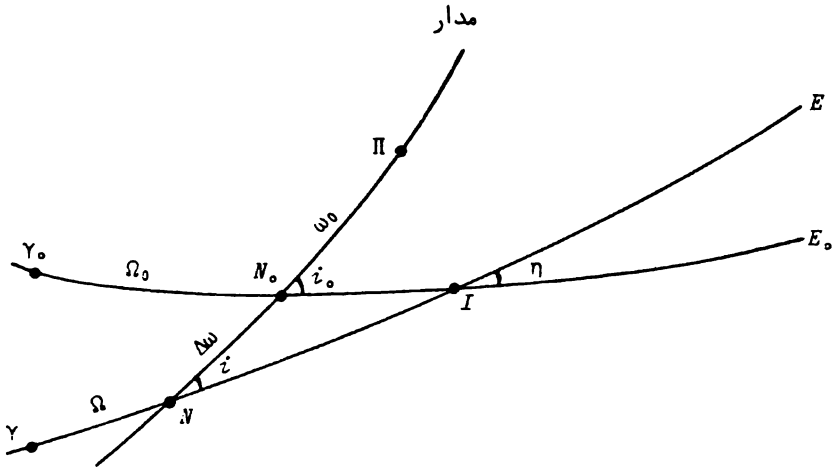
$$\eta = (471''.07 - 6''.75\,\tau_0 + 0''.57\,\tau_0^2)t + (-3''.37 + 0''.57\,\tau_0)t^2 + 0''.05\,t^3$$

$$\theta_0 = 173^\circ.950833 + 32869''\tau_0 + 56''\tau_0^2 - (8694'' + 55''\tau_0)t + 3''t^2$$

$$\theta = \theta_0 + (50256''.41 + 222''.29\,\tau_0 + 0''.26\,\tau_0^2)t + (111''.15 + 0''.26\,\tau_0)t^2 + 0''.1\,t^3$$

در شکل زیر E_0 و Υ_0 دایره‌البروج و اعتدال بهاری در دورهٔ τ_0 ، E و Υ دایره البروج و اعتدال در دوره τ می‌باشند . زاویهٔ بین دو دایره البروج η است . قرین خورشید مدار با Π نشان داده شده است .

پس کمیات i و $\Omega - \theta$ و بنابراین Ω را می‌توان از روابط زیر محاسبه کرد :



$$\cos i = \cos i_0 \cos \eta + \sin i_0 \sin \eta \cos (\Omega_0 - \theta_0) \qquad (۱-۱۷)$$

$$\sin i \sin (\Omega - \theta) = \sin i_0 \sin (\Omega_0 - \theta_0) \qquad (۲-۱۷)$$
$$\sin i \cos (\Omega - \theta) = -\sin \eta \cos i_0 + \cos \eta \sin i_0 \cos (\Omega_0 - \theta_0)$$

اگر میل کوچک باشد ، فرمول (۱۷-۱) نباید به‌کار برده شود .

در این صورت $\omega = \omega_0 + \Delta\omega$ که در آن $\Delta\omega$ از روابط زیر به‌دست می‌آید :

$$\sin i \sin \Delta\omega = -\sin \eta \sin (\Omega_0 - \theta_0)$$
$$\sin i \cos \Delta\omega = \sin i_0 \cos \eta - \cos i_0 \sin \eta \cos (\Omega_0 - \theta_0) \qquad (۳-۱۷)$$

اگر $i_0 = 0$ ، Ω معین نیست ، در این صورت $i = \eta$ و $\Omega = \theta + 180°$.

مثال ۱۷ . الف ــ ف . بالده[1] و ژ . دو اُبالدیا[2] درکتابشان ، ***راهنمای عمومی مدارستاره‌های***

1. F.Baldet. 2. G.De obaldia.

دنباله‌دار، از سال ۴۶۶ ـ تا ۱۹۵۲[1] اجزای مداری زیر را برای ستاره دنباله‌دار کلینکن برگ[2] (۱۷۴۴) مربوط به اعتدال ۱۷۴۴/۰ ارائه می‌کنند:

$$i_0 = 47^\circ.1220$$
$$\omega_0 = 151.4486$$
$$\Omega_0 = 45.7481$$

این اجزا را به اعتدال استاندارد ۱۹۵۰/۰ تبدیل کنید.

به ترتیب به‌دست می‌آوریم:

$$\tau_0 = \frac{1744 - 1900}{1000} = -0.156 \qquad \tau = \frac{1950 - 1900}{1000} = +0.050$$

$$t = +0.206$$

$$\eta = +97''.114 = +0^\circ.026\,9761$$
$$\theta_0 = 173^\circ.950\,833 - 6915''.270 = 172^\circ.029\,925$$
$$\theta = 172^\circ.029\,925 + 10350''.394 = 174^\circ.905\,035$$

در این صورت فرمولهای (۱۷ـ۲) مقادیر زیر را می‌دهند:

$$\sin i \sin(\Omega - \theta) = -0.5907\,2524$$
$$\sin i \cos(\Omega - \theta) = -0.4339\,6271$$

ازآن‌جا با به کار بردن تکمهٔ تبدیل از مختصات راستگوشه‌ای به قطبی، داریم:

$\sin i = +0.7329\,9382$ که ازآن‌جا $i = 47^\circ.1380$

$\Omega - \theta = -126^\circ.3020$ که ازآن‌جا $\Omega = 48^\circ.6030$

فرمولهای (۱۷ـ۳) مقادیر زیر را می‌دهند:

$$\sin i \sin \Delta\omega = +0.0003\,7954$$
$$\sin i \cos \Delta\omega = +0.7329\,9372$$

که از آن جا $\Delta\omega = +0^\circ.0297$ و $\omega = 151^\circ.4783$.

ب.ج. مارسدن[3] درکتابش بنام *راهنمای مدارستاره‌های دنباله‌دار*[4] *(۱۹۷۵)* مقادیر $i = 47^\circ/1378$، $\omega = 151^\circ/4783$، $\Omega = 48^\circ/6030$ را می‌دهد.

---

1. Catalogue Général des Orbites de Comètes de l'an-466 à 1952.
2. Klinkenberg.
3. B.G.Marsden.
4. Catalogue of Cometary Orbits.

۱۸

مختصات خورشید

فرض کنید JD تاریخ (زیجی) ژولینی باشد که می‌توان آن‌را باروش شرح داده‌شده‌در فصل ۳ محاسبه کرد. دراین صورت زمان T برحسب قرن ژولینی، شامل ۳۶۵۲۵ روز زیجی، که ازدورهٔ ET ۰/۵ ژانویهٔ ۱۹۰۰ به بعد اندازه گرفته شده، توسط رابطهٔ زیر داده‌می‌شود:

$$T = \frac{\mathrm{JD} - 2415\,020.0}{36525} \qquad (۱-۱۸)$$

این کمیت باید با ارقام اعشاری کافی محاسبه شود. برای نمونه، پنج عدد اعشاری کافی نمی‌باشد (مگر این‌که طول خورشید بادقت بهتراز یک درجه مورد احتیاج نباشد): به‌خاطر داشته باشید که T برحسب قرن بیان می‌شود لذا خطای ۰/۰۰۰۰۱ در T با یک خطای ۰/۳۷ روزی در زمان متناظر می‌شود.

پس طول متوسط هندسی خورشید مربوط به اعتدال متوسط تاریخ با رابطه زیر داده می‌شود:

$$L = 279^\circ.69668 + 36000^\circ.76892\,T + 0^\circ.000\,3025\,T^2$$

آنومالی متوسط خورشید عبارت است از:

$$M = 358^\circ.47583 + 35999^\circ.04975\,T - 0^\circ.000\,150\,T^2 - 0^\circ.000\,0033\,T^3$$

خروج از مرکز مدار زمین عبارت است از:

$$e = 0.016\,751\,04 - 0.000\,0418\,T - 0.000\,000\,126\,T^2$$

برای به‌دست آوردن طول حقیقی‌و آنومالی حقیقی خورشید می‌توان دوروش متفاوت به‌کار برد.

اولین روش: برای به‌دست آوردن آنومالی خارج از مرکز، E، با استفاده از مقادیر M و e، و با به کار بردن یکی از روشهای شرح داده شده در فصل ۲۲، معادلهٔ کپلر را حل کنید. سپس بافرمول (۲۵–۱) آنومالی حقیقی، v، را محاسبه کنید.
به این ترتیب Θ طول حقیقی خورشید عبارت است از:

$$\Theta = L + v - M$$

دومین روش: معادلهٔ مرکز خورشید، C، رابه‌صورت زیر محاسبه کنید:

$$\begin{aligned} C = &+ (1^\circ.919\,460 - 0^\circ.004\,789\,T - 0^\circ.000\,014\,T^2)\sin M \\ &+ (0^\circ.020\,094 - 0^\circ.000\,100\,T)\sin 2M \\ &+ 0^\circ.000\,293 \sin 3M \end{aligned}$$

در این صورت طول حقیقی خورشید عبارت است از:

$$\Theta = L + C$$

و آنومالی حقیقی‌اش $v = M + C$ می‌باشد.

در این صورت بردار شعاعی خورشید را که برحسب واحدنجومی بیان شده، می‌توان با یکی از عبارات زیر به‌دست آورد:

$$R = 1.000\,0002\,(1 - e\cos E) \qquad (۲–۱۸)$$

$$R = \frac{1.000\,0002\,(1 - e^2)}{1 + e\cos v}$$

در دومین فرمول، صورت کسر کمیتی است که به آهستگی با زمان تغییر می‌کند و مقدار آن برابر است با:

1800	در سال	0.999 7182
1900		0.999 7196
2000		0.999 7210
2100		0.999 7224

Θ، طول خورشید، که باروش مذکور در بالا به‌دست آمد، طول **هندسی حقیقی** مربوط به‌اعتدال **متوسط** تاریخ است. این طول کمیتی است که برای نمونه، در محاسبهٔ مواضع زمین مرکزی سیارات مورد احتیاج است.

اگر طول ***ظاهری*** خورشید مربوط به اعتدال **حقیقی** تاریخ مطلوب باشد، تصحیح Θ برای رقص محوری و انحراف الزامی است. بجز در حالاتی که دقت زیادی خواسته شده می‌توان این عمل را به‌صورت زیر محاسبه کنید:

$$\Omega = 259^\circ.18 - 1934^\circ.142\,T$$
$$\Theta_{app} = \Theta - 0^\circ.00569 - 0^\circ.00479 \sin \Omega$$

در بعضی موارد، برای مثال در محاسبهٔ شهابها، داشتن طول خورشید مربوط به اعتدال استاندارد ۱۹۵۰/۰ الزامی است. برای قرن بیستم، می‌توان این عمل را با دقت کافی به‌صورت زیر انجام داد:

$$\Theta_{1950} = \Theta - 0^\circ.01396\,(\text{سال} - 1950)$$

عرض خورشید همواره کمتراز ۲″/۲ می‌باشدو بنابراین بجز در مواردی که دقت‌زیادی خواسته شده باشد می‌توان آن را برابر با صفر قرار داد، در این حالت زاویهٔ بعد α ومیل δ خورشید را می‌توان از روابط زیر محاسبه کرد:

$$\tan \alpha = \frac{\cos \varepsilon \sin \Theta}{\cos \Theta} \qquad (۳-۱۸)$$
$$\sin \delta = \sin \varepsilon \sin \Theta$$

که در آن ε تمایل دایره البروج از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$\varepsilon = 23^\circ.452\,294 - 0^\circ.013\,0125\,T - 0^\circ.000\,001\,64\,T^2 + 0^\circ.000\,000\,503\,T^3 \qquad (۴-۱۸)$$

اگر موضع ***ظاهری*** خورشید مطلوب باشد، ε را باید با مقدار زیر تصحیح کرد:

$$+ 0^\circ.00\,256 \cos \Omega \qquad (۵-۱۸)$$

البته می‌توان فرمول (۱۸-۳) را به‌صورت زیر تبدیل کرد:

$$\tan \alpha = \cos \varepsilon \tan \Theta$$

و در این صورت این مطلب را باید یادآوری کرد که α باید در همان ربع Θ باشد. گرچه

برای محاسبهای جیبی برنامه‌ریزی شونده بهتر است که فرمول (۱۸–۳) را تغییر نداده و تبدیل مختصات راستگوشه‌ای / قطبی را برای کمیات $\sin \Theta$، $\cos \varepsilon$ و $\cos \Theta$ به‌کار برد.

مقدار به‌دست آمده برای α برحسب درجه بیان شده است. برای بیان آن برحسب ساعت، نتیجه را به ۱۵ تقسیم کنید.

دقت بیشتر

دقت تقریبا" بهتری‌را می‌توان به‌صورت زیر به‌دست آورد. زوایای A ، B ، C ، D ، E ، H را بوسیلهٔ عبارات زیر، که در آنها همهٔ مقادیر عددی برحسب درجه واعشارند، محاسبه کنید.

$$
\begin{aligned}
A &= 153.23 + 22518.7541\,T \\
B &= 216.57 + 45037.5082\,T \\
C &= 312.69 + 32964.3577\,T \\
D &= 350.74 + 445\,267.1142\,T - 0.00144\,T^2 \\
E &= 231.19 + 20.20\,T \\
H &= 353.40 + 65928.7155\,T
\end{aligned}
$$

سپس تصحیحات زیر را به طول خورشید بیفزایید:

$$
\begin{aligned}
&+ 0^\circ\!.00134 \cos A \\
&+ 0^\circ\!.00154 \cos B \\
&+ 0^\circ\!.00200 \cos C \\
&+ 0^\circ\!.00179 \sin D \\
&+ 0^\circ\!.00178 \sin E
\end{aligned}
$$

و تصحیحات زیر را نیز به بردار شعاعی اضافه کنید:

$$
\begin{aligned}
&+ 0.000\,005\,43 \sin A \\
&+ 0.000\,015\,75 \sin B \\
&+ 0.000\,016\,27 \sin C \\
&+ 0.000\,030\,76 \cos D \\
&+ 0.000\,009\,27 \sin H
\end{aligned}
$$

جملات شامل A و B مربوط به‌عمل زهره، جملهٔ باشناسهٔ C و H مربوط به‌مشتری وجملهٔ شامل D مربوط به ماه است. در صورتی که جملهٔ شامل E عبارت است از یک نابرابری درازمدت.

مثال ۱۸. الف — موضع خورشید را در ۱۲ نوامبر ۱۹۷۸ در JD ۲۴۴۳۸۲۴/۵ = ET 0^h محاسبه کنید.

به‌ترتیب به‌دست می‌آوریم:

$$T = +0.788\,624\,230$$
$$L = 28670^{\circ}.77554 = 230^{\circ}.77554$$
$$M = 28748^{\circ}.19863 = 308^{\circ}.19863$$
$$e = 0.016\,718\,00$$

با این مقادیر برای M و e، جواب معادلهٔ کپلر عبارت است از $E = ۳۰۷^{\circ}/۴۳۸۰۷$ (فصل ۲۲ را نگاه کنید).

سپس با به‌کار بردن فرمول (۲۵–۱) به‌دست می‌آوریم: $v = ۳۰۶^{\circ}/۶۷۳۵۸$.

در این صورت طول حقیقی خورشید عبارت است از:

$$\Theta = L + v - M = 229^{\circ}.25049 = 229^{\circ}15'02''$$

با استفاده از دومین روش درمی‌یابیم که معادلهٔ مرکز برابر است با:

$$C = 1^{\circ}.915\,6746 \sin M + 0^{\circ}.020\,0151 \sin 2M + 0^{\circ}.000\,293 \sin 3M$$
$$= -1^{\circ}.52505$$

ازآن‌جا:

$$\Theta = L + C = 229^{\circ}.25049$$

که همان نتیجهٔ بالا است.

لذا هر یک از فرمولهای (۱۸–۲) مقدار $R = ۰/۹۸۹۸۴$ را به‌دست می‌دهد.

مقادیر صحیح، برطبق $A.E.$، عبارتند از:

$$\Theta = 229^{\circ}15'05''.85 \quad \text{و} \quad R = 0.989\,8375$$

اگر طول ظاهری خورشید مطلوب باشد، داریم $\Omega = -۱۲۶۶^{\circ}/۱۳ = +۱۷۳^{\circ}/۸۷$، که ازآن‌جا:

$$\Theta_{app} = 229^{\circ}.25049 - 0^{\circ}.00569 - 0^{\circ}.00479 \sin 173^{\circ}.87$$
$$= 229^{\circ}.24429 = 229^{\circ}14'39''.$$

برطبق $A.E.$، مقدار صحیح عبارت است از $۲۲۹^{\circ}\ ۱۴'\ ۴۱''/۸۶$.

با استفاده از فرمولهای (۱۸–۴) و (۱۸–۵)، داریم $\varepsilon = ۲۳^{\circ}/۴۳۹۴۹$، و از آن با استفاده از $\Theta_{app} = ۲۲۹^{\circ}/۲۴۴۲۹$ نتیجه می‌گیریم:

$$\alpha = -133^{\circ}.20853 = +226^{\circ}.79147 = 15^{h}.119431 = 15^{h}07^{m}10^{s}.0$$
$$\delta = -17^{\circ}.53682 = -17^{\circ}32'13''$$

تقویم نجومی مقادیر $\alpha = 15^{h}07^{m}10^{s}.11$ و $\delta = -17^{\circ}32'13''.3$ را ارائه می‌کند.

۱۹

مختصات راستگوشه‌ای خورشید

برای محاسبهٔ زیج یک سیارهٔ کوچک یا یک ستارهٔ دنباله‌دار، مختصات استوایی زمین مرکزی راستگوشه‌ای خورشید X ، Y ، Z لازمند (فصل ۲۵ و ۲۶ را نگاه کنید). مبدا این مختصات مرکز زمین است. محور X به‌سمت اعتدال بهاری (طول جغرافیایی $0°$) متوجه است؛ محور Y نیز در صفحهٔ استوا واقع است و به سمت طول جغرافیایی $90°$ متوجه می‌باشد؛ در حالی که محور Z به‌سمت قطب شمال سماوی متوجه است.

مقادیر X ، Y ، Z برای هرروز در 0^h ET در **تقویم نجومی** داده شده‌اند؛ این مقادیر برحسب واحد نجومی بیان می‌شوند. اگر تقویم نجومی در دسترس نباشد، یا برای لحظه‌ای درگذشته یا آینده، مختصات استوایی زمین‌مرکزی راستگوشه‌ای خورشید را می‌توان ازروابط زیر محاسبه کرد:

$$\begin{aligned} X &= R \cos \Theta \\ Y &= R \sin \Theta \cos \varepsilon \\ Z &= R \sin \Theta \sin \varepsilon \end{aligned} \qquad (۱-۱۹)$$

که درآنها R بردار شعاعی خورشید برحسب واحد نجومی، Θ طول حقیقی خورشید مربوط به‌اعتدال متوسط تاریخ و ε تمایل (متوسط) دایره‌البروج برای آن تاریخ می‌باشند. کمیتهای

R و Θ را می‌توان با روش ارائه شده در فصل ۱۸ محاسبه کرد. در حالی که ε از فرمول (۱۸–۴) به‌دست می‌آید.

در فرمولهای (۱۹–۱) عرض خورشید که همواره خیلی کوچک می‌باشد. حذف شده است.

به هرحال مختصات X ، Y ، Z که‌به‌صورت مذکور در بالا محاسبه می‌شوند به‌استوای متوسط اعتدال متوسط تاریخ مربوطند. دربیشتر حالات، الزامی خواهد بودکه این‌مختصات را به‌استوا و اعتدال دیگری مربوط کنند، مثلا" برای اعتدال استاندارد ۱۹۵۰/۰، این‌کار را می‌توان به‌صورت زیر انجام داد:

اگر X_0 ، Y_0 ، Z_0 مقادیری در اعتدال ابتدایی و X ، Y ، Z مقادیری در اعتدال انتهایی باشند، آن‌گاه:

$$\begin{aligned} X &= X_x X_0 + Y_x Y_0 + Z_x Z_0 \\ Y &= X_y X_0 + Y_y Y_0 + Z_y Z_0 \\ Z &= X_z X_0 + Y_z Y_0 + Z_z Z_0 \end{aligned} \qquad (۱۹–۲)$$

که:

$$\begin{aligned} X_x &= \cos\zeta \cos z \cos\theta - \sin\zeta \sin z \\ X_y &= \sin\zeta \cos z + \cos\zeta \sin z \cos\theta \\ X_z &= \cos\zeta \sin\theta \\ Y_x &= -\cos\zeta \sin z - \sin\zeta \cos z \cos\theta \\ Y_y &= \cos\zeta \cos z - \sin\zeta \sin z \cos\theta \\ Y_z &= -\sin\zeta \sin\theta \\ Z_x &= -\cos z \sin\theta \\ Z_y &= -\sin z \sin\theta \\ Z_z &= \cos\theta \end{aligned}$$

مقادیر ζ ، z و θ ازفرمولهای (۱۴–۲) به‌دست می‌آیند. تذکر این مطلب که‌تقریبا" داریم:

$$Y_x = -X_y \qquad Z_x = -X_z \qquad Z_y = Y_z$$

ممکن است جالب باشد.

مثال ۱۹ .الف مختصات X ، Y ، Z خورشید ، مربوط به استوا و دایره البروج ۱۹۵۰/۰ را برای ۱۲ نوامبر ۱۹۷۸ در JD ۲۴۴۳۸۲۴/۵=ET 0^h به دست آورید .

در مثال ۱۸ .الف ، مقادیر زیر را برای این لحظه به‌دست آورده‌ایم :

$$\Theta = 229^\circ.25049 \qquad R = 0.98984$$

فرمولهای (۱۸–۱) و (۱۷–۴) مقادیر زیر را می‌دهند :

$$T = +0.788\ 624\ 230 \qquad \varepsilon = 23^\circ.442\ 031$$

سپس فرمولهای (۱۹–۱) مقادیر زیر را می‌دهند :

$$X = -0.646\ 121$$
$$Y = -0.687\ 981$$
$$Z = -0.298\ 316$$

این مقادیر به استواو دایره البروج تاریخ مربوطند .آنها باید توسط فرمولهای (۱۹–۲) به مقادیر مربوط به ۱۹۵۰/۰ تبدیل شوند .اما ،نخست باید ζ ، z و θ رامحاسبه کنیم (فصل ۱۴) ،به‌دست می‌آوریم :

$$\tau_0 = \frac{2443\ 824.5 - 2415\ 020.313}{36524.2199} = +0.788\ 632\ 504$$

$$\tau = \frac{2433\ 282.423 - 2443\ 824.5}{36524.2199} = -0.288\ 632\ 503$$

$$\zeta = -665''.374 = -0^\circ.184\ 826$$

$$z = -665''.309 = -0^\circ.184\ 808$$

$$\theta = -578''.457 = -0^\circ.160\ 682$$

در این صورت ،

$$X_x = +0.999\ 9753 \qquad Y_x = +0.006\ 4513 \qquad Z_x = +0.002\ 8044$$

$$X_y = -0.006\ 4513 \qquad Y_y = +0.999\ 9792 \qquad Z_y = -0.000\ 0090$$

$$X_z = -0.002\ 8044 \qquad Y_z = -0.000\ 0090 \qquad Z_z = +0.999\ 9961$$

و بالاخره ،طبق فرمولهای (۱۹–۲) :

$$X_{1950} = -0.651\ 38$$
$$Y_{1950} = -0.683\ 80$$
$$Z_{1950} = -0.296\ 50$$

برطبق تقویم نجومی ،مقادیر صحیح عبارتند از :

-0.651 3639
-0.683 8057
-0.296 5014

۲۰

اعتدالین و انقلابین

زمانهای اعتدالین و انقلابین عبارتند از لحظاتی که طول ظاهری خورشید مضربی از ۹۰ درجه باشد. این لحظات را می‌توان به‌صورت‌زیر محاسبه کرد.

نخست، یک زمان تقریبی (برحسب روز ژولینی) را از فرمول زیر به‌دست می‌آوریم:

$$JD = (\text{سال} + k/4) \times 365.2422 + 1721\,141.3 \qquad (۲۰-۱)$$

که در آن "سال" یک عدد صحیح می‌باشد، و:

$k = 0$ برای اعتدال مارس

1 برای انقلاب ژوئن

2 برای اعتدال سپتامبر

3 برای انقلاب دسامبر

برای JD ای که توسط فرمول (۲۰-۱) داده می‌شود، طول ظاهری خورشید را بوسیلهٔ روش مذکور در فصل ۱۸ محاسبه کنید. در این صورت یک تصحیح برای JD با رابطهٔ زیر داده می‌شود:

$$+ 58 \sin (k.90° - \Theta_{app}) \quad \text{روز} \qquad (۲۰-۲)$$

با به‌کار بردن مقدار جدید برای JD ،اگر لازم شد محاسبه باید دوباره تکرار شود تا یک تصحیح کوچک ، مثلا" کمتر از ۰/۰۰۱ روز ، به‌دست آید .

JD انتهایی را می‌توان با روش مشروحه در فصل ۳ به تاریخ تقویم معمولی تبدیل کرد .نتیجه برحسب زمان زیجی بیان شده است .

مثال ۲۰ .الف ــ لحظهٔ اعتدال سپتامبر ۱۹۷۹ را به‌دست آورید .

باقراردادن ۱۹۷۹ + = سال و ۲= k در فرمول (۲۰ــ۱) ،مقدارتقریبی ۲۴۴۴۱۳۸/۲۴= JD را به‌دست می‌آوریم .

برای این لحظه ،با روش مذکور در فصل ۱۸ به‌دست می‌آوریم :

Θ_{app} =۲۸۹۷۸°/۱۴۴=۱۷۸°/۱۴۴ و لذا تصحیحی که توسط فرمول (۲۰ــ۲) داده شده ، عبارت است از :

$$+58 \sin(180° - 178°.144) = +1.88 \text{ روز}$$

بنابر این لحظهٔ تصحیح شده عبارت است از :

$$JD = 2444\,138.24 + 1.88 = 2444\,140.12.$$

با این مقدارجدید ،به‌دست می‌آوریم Θ_{app} =۱۷۹/۹۸۴ ،و تصحیح جدید عبارت است از ۰/۰۱۷+ روز ،که مقدار تصحیح شدهٔ جدید برای این لحظه ۲۴۴۴ ۱۴۰/۱۳۷= JD را می‌دهد .

با استفادهٔ مجدد از این مقدار اخیر ،به‌دست می‌آوریم : Θ_{app} =۱۸۰°/۰۰۰ که نشان می‌دهد لحظهٔ صحیح درحقیقت عبارت است‌از ۲۴۴۴ ۱۴۰/۱۳۷= JD .این مقدار متناظربا ۲۳سپتامبر ۱۹۷۹ در ET $15^h\,17^m\,17^s$ می‌شود که باید به‌صورت UT $15^h\,16^m$ گرد شود .

(در ۱۹۷۹ ،تفاضل ET - UT تقریبا" ۵۰ ثانیه می‌باشد) .مقدارصحیح ،به‌صورتی‌که در تقویم نجومی داده شده ،عبارت است از UT $15^h\,17^m$.

به‌جای‌فرمول (۲۰ــ۱) ،زمانهای تقریبی مناسبتررا می‌توان به‌صورت‌زیر به‌دست آورد.

اعتدال مارس:

$$JD = 1721\,139.2855 + 365.242\,1376\,Y + 0.067\,9190\,y^2 - 0.002\,7879\,y^3$$

انقلاب ژوئن :

$$JD = 1721\,233.2486 + 365.241\,7284\,Y - 0.053\,0180\,y^2 + 0.009\,3320\,y^3$$

اعتدال سپتامبر:

$$JD = 1721\,325.6978 + 365.242\,5055\,Y - 0.126\,6890\,y^2 + 0.001\,9401\,y^3$$

انقلاب دسامبر:

$$JD = 1721\,414.3920 + 365.242\,8898\,Y - 0.010\,9650\,y^2 - 0.008\,4885\,y^3$$

در این فرمولها، Y سال و $y = \frac{Y}{۱۰۰۰}$ می‌باشد. توجه به این مطلب مهم است که Y باید یک **عدد صحیح** باشد. مقادیر دیگر برای Y نتایج بی‌معنی ارائه خواهند کرد!
زمانهای به‌دست‌آمده با این فرمولها، عموما "بیشتر از ۱۵ دقیقه خطا نخواهند داشت.

۲۱

معادلهٔ زمان

معادلهٔ زمان عبارت است از تفاضل بین زاویهٔ بعد خورشید ظاهری (حقیقی) و خورشید متوسط مجازی. اگر تقویم نجومی در دسترس باشد، معادلهٔ زمان E در 0^h UT را می‌توان از رابطهٔ زیر محاسبه کرد:

$$E = 12 \text{ ساعت} + \text{زمان‌نجومی ظاهری در } 0^h \text{ UT} - \text{زاویهٔ بعد ظاهری خورشید در } 0^h \text{ ET} - 0.002738\,\Delta T$$

که در آن $\Delta T = \text{ET} - \text{UT}$.

مثال ۲۱. الف ــ معادلهٔ زمان را در ۲۱ ژانویهٔ ۱۹۷۸ در 0^h زمان جهانی محاسبه‌کنید. مقادیر زیر را از تقویم نجومی استخراج می‌کنیم:

0^h UT زمان نجومی ظاهری در $= 8^h00^m01^s.193$

0^h ET زاویهٔ بعد ظاهری خورشید در $= 20^h11^m10^s.78$

$\Delta T = +48.6$ ثانیه

بنابر این:

$$E = 20^h00^m01^s.193 - 20^h11^m10^s.78 - (0.002738 \times 48^s.6)$$
$$= -11^m09^s.72$$

اگر تقویم نجومی در دسترس نباشد، معادلهٔ زمان را در هر لحظه می‌توان از فرمول زیرکه توسط دبلیو.ام.اسمارت[1] (*کتاب درسی در ستاره‌شناسی کروی*، صفحهٔ ۱۴۹ ازچاپ ۱۹۵۶) ارائه شده، محاسبه کرد:

$$E = y \sin 2L - 2e \sin M + 4e\, y \sin M \cos 2L - \frac{1}{2} y^2 \sin 4L - \frac{5}{4} e^2 \sin 2M \qquad (۱-۲۱)$$

که در آن:

$y = \tan^2 \frac{\varepsilon}{2}$ (ε تمایل دایره البروج)

L = طول متوسط خورشید

e = خروج از مرکز مدار زمین

M = آنومالی متوسط خورشید، می‌باشد.

مقادیر ε، L، e و M را می‌توان توسط فرمولهای ارائه شده در فصل ۱۸ به‌دست آورد.

مقدار E که ازفرمول (۲۱-۱) به‌دست می‌آید، برحسب رادیان بیان می‌شود. می‌توان نتیجه را به درجه و سپس با تقسیم بر ۱۵ به‌ساعت و اعشار تبدیل کرد.

مثال ۲۱.ب ــ معادلهٔ زمان را در ۲۱ ژانویهٔ ۱۹۷۸ در 0^h ET = ۲۴۴۳۵۲۹/۵ JD محاسبه کنید.

به‌ترتیب به‌دست می‌آوریم:

T = +0.780 547 5702

L = 28380°00957 = 300°00957

M = 28457°44655 = 17°44655

e = 0.016 718 34

ε = 23°442 136

y = 0.043 045 274

سپس فرمول (۲۱-۱) نتیجه می‌دهد:

E = −0.048 743 490 رادیان

= −2°792 7963

= −11 دقیقه 10.3 ثانیه

---

1. W.M.Smart.

۲۲

معادلهٔ کپلر

معادلهٔ کپلر عبارت است از:

$$E = M + e \sin E \qquad (۱-۲۲)$$

که در آن e خروج از مرکز مدار سیاره، M آنومالی متوسط سیاره در یک لحظهٔ مفروض و E آنومالی خارج‌از مرکز می‌باشد. عموما" e و M معلومند و معادلهٔ فوق راباید برای E همانند فصل ۱۸، ۲۵ و ۳۹ حل کرد. آنومالی خارج از مرکز، E، یک کمیت کمکی است که برای به دست آوردن آنومالی حقیقی، v، مورد احتیاج است.

معادلهٔ (۲۲-۱) یک‌معادلهٔ متعالی (غیرجبری) برحسب E است و مستقیما" نمی‌تواند حل شود. برای به‌دست آوردن E دو روش تکرار و بالاخره فرمولی که یک جواب تقریبی را ارائه می‌کند، تشریح خواهیم کرد.

اولین روش

این نکته را باید تذکر داد که در فرمول (۲۲-۱) زوایای M و E باید برحسب *رادیان* بیان شوند. بنابر این در ماشین حساب، محاسبات باید در "حالت رادیان" انجام شوند.

با ضرب کردن e در $\frac{180}{\pi}$ (تبدیل رادیان به درجه) در معادلهٔ (۲۲–۲)، می‌توان از این کار صرف‌نظر کرد. فرض کنید e_o، خروج ازمرکزی باشد که به این ترتیب "اصلاح شده" است. در این صورت معادلهٔ کپلر عبارت است از:

$$E = M + e_o \sin E \qquad (۲–۲۲)$$

و حال می‌توانیم آن را با درجهٔ معمولی محاسبه کنیم.

برای حل معادلهٔ (۲۲–۲)، یک مقدار تقریبی برای E را در سمت راست فرمول قرار دهید. سپس فرمول یک‌تقریب بهتر برای E ارائه خواهد کرد. این مطلب تا زمانی که دقت مطلوب به‌دست آید، تکرار می‌شود؛ این عمل را می‌توان بطور خودکار در یک محاسب برنامه‌ریزی شونده انجام داد. برای اولین تقریب، $E = M$ را به‌کار ببرید.

بنابر این داریم:

$$E_0 = M$$
$$E_1 = M + e \sin E_0$$
$$E_2 = M + e \sin E_1$$
$$E_3 = M + e \sin E_2$$

و الی‌آخر

E_1 ، E_2 ، E_3 ، . . . تقریبات‌متوالی وبهتری برای‌آنومالی خارج‌از مرکز، E، می‌باشند.

مثال ۲۲. الف ــ معادلهٔ کپلر را برای $e=۰/۱۰۰$ و $M=۵^\circ$ با دقت ۰/۰۰۰ ۰۰۱ درجه حل کنید.

به‌دست می‌آوریم:

$$e_o = 0.100 \times 180/\pi = 5^\circ.729\,577\,95$$

و معادلهٔ کپلر به‌صورت‌زیردر می‌آید:

$$E = 5 + 5.729\,577\,95 \sin E$$

که درآن همهٔ کمیت‌ها برحسب درجه‌اند. با شروع‌کردن از $E = M = ۵^\circ$، به‌ترتیب به‌دست می‌آوریم:

5.000 000
5.499 366
5.549 093

5.554 042
5.554 535
5.554 584
5.554 589
5.554 589

بنابر این ،مقدار مطلوب عبارت است از: E =۵/۵۵۴ ۵۸۹ .

دومین روش

اولین روش خیلی ساده است و وقتی که e کوچک باشد ،هیچ مساله‌ای پیش نخواهد آمد .گرچه تعداد تکرارهای مورداحتیاج عموما" با ازدیاد e افزایش می‌یابد . مثلا" برای e =۰/۹۹۰ و M =۲۰ مقادیر متوالی فرآیند تکرار به‌صورت زیرند :

2.000 000	15.168 909	24.924 579	29.813 009
3.979 598	16.842 404	25.904 408	30.200 940
5.936 635	18.434 883	26.780 556	30.533 515
7.866 758	19.937 269	27.557 863	30.817 592
9.763 644	21.341 978	28.242 483	⋮
11.619 294	22.643 349	28.841 471	⋮
13.424 417	23.837 929	29.362 399	⋮

بعداز پنجاهمین تکرار ،هنوزنتیجه (۳۲°/۳۴۵۴۵۲) با مقدارصحیح (۳۲°/۳۶۱۰۰۷) بیش از ۰/۰۱ درجه اختلاف دارد .

وقتی‌که e بزرگتراز ۰/۴ یا ۰/۵ باشد ،ممکن است همگرایی چنان کند باشد که‌مجبور به استفاده از یک دستور تکرار بهتر باشیم .یک مقدار بهتر E_1 برای E عبارت است از:

$$E_1 = E_0 + \frac{M + e_0 \sin E_0 - E_0}{1 - e \cos E_0} \qquad (۳-۲۲)$$

که درآن E_0 آخرین مقداری است که برای E به‌دست آمده است .در این فرمول همهٔ‌کمیتها برحسب درجه بیان می‌شوند .توجه به‌این نکته مهم است که صورت‌کسر شامل خروج ازمرکز "اصلاح شدهٔ" e_0 است که قبلا" تعریف شده ،در صورتی که مخرج کسر شامل خروج از مرکز معمولی e می‌باشد .

در این‌جا دوباره این عمل را می‌توان آنقدرکه لازم باشد ،تکرار کرد .

مثال ۲۲.ب ــ همان مساله درمثال ۲۲.الف، اما اکنون ازفرمول (۲۲ــ۳) استفاده می‌کنیم. در این حالت فرمول (۲۲ــ۳) بشکل زیر درمی‌آید:

$$E_1 = E_0 + \frac{5 + 5.729\,577\,95 \sin E_0 - E_0}{1 - 0.100 \cos E_0}$$

با شروع از $E_0 = M = 5^\circ$، مقادیر زیر را به‌دست می‌آوریم:

E_0	تصحیح	E_1
5.000 000 000	+0.554 616 193	5.554 616 193
5.554 616 193	−0.000 026 939	5.554 589 254
5.554 589 254	−0.000 000 001	5.554 589 253

دراین حالت، دقت ۰/۰۰۰۰۰۰۰۰۱ درجه تنها بعد از سه تکرار حاصل می‌گردد.

بعنوان تمرین، دومین روش را روی حالت مذکور در قبل امتحان کنید: $e = ۰/۹۹$، $M = ۲^\circ$. تنها بعد از نُه یا ده تکرار به‌دقت ۰/۰۰۰۰۰۰۱ درجه‌ای می‌رسیم.

هم در اولین روش و هم در دومین روش باید یک آزمایش را در برنامه گنجاند، زیرا تکرار جدید تنها باید تا زمانی که به‌دقت مطلوب (مثلا" ۰/۰۰۰۰۰۱ درجه) نرسیده باشیم، انجام شود. توجه به اختلافی که در امتحان برای این دو روش موجود است، مهم است.

در اولین روش، فرمول (۲۲ــ۲) مستقیما" یک تقریب جدید برای E را ارائه می‌کند. این مقدار جدید، پس از آن که در حافظه ذخیره شد، باید با مقدار قبلی مقایسه گردد که درنتیجه موقتا" باید درماشین نگاه داشته شود. بنابر این، این روش مستلزم استفاده‌از دو ثبات، یکی شامل مقدار جدید E و دیگری شامل مقدار قبلی، می‌باشد.

دردومین روش، فرمول (۲۲ــ۳) نیز یک تقریب جدید E_1 برای آنومالی خارج ازمرکز می‌دهد، اما کسر دومین طرف تساوی عملا" یک تصحیح برای مقدار قبلی، E_0، می‌باشد. در تعدادی از ماشینها، این تصحیح را می‌توان مستقیما" به‌مقدار E_0 ای که در یک‌ثبات قرار دارد، افزود ("حساب ثبات ذخیره"، برای نمونه دستور STO + 0 در ماشین HP-67)، پس از آن‌قدر مطلق تصحیح را (که هنوزهم نمایش داده می‌شود) می‌توان امتحان کرد. این روش تنها مستلزم یک ثبات برای آنومالی خارج از مرکز است.

سومین روش

فرمول

$$\tan E = \frac{\sin M}{\cos M - e} \qquad (۴-۲۲)$$

یک مقدار **تقریبی** را برای E می‌دهد و تنها برای مقادیر کوچک خروج از مرکز معتبر است.

برای همان داده‌های مثال ۲۲.الف، فرمول (۲۲-۴) می‌دهد:

$$\tan E = \frac{+0.087\,1557}{+0.896\,1947}$$

که از آن‌جا $E = ۵^\circ/۵۵۴\,۵۹۹$، مقدار دقیق $۵^\circ/۵۵۴\,۵۸۹$ است و خطا تنها $۰''/۰۳۵$ می‌باشد. (اما برای همان خروج از مرکز و $M = ۸۲^\circ$ خطا به $''۳۵$ می‌رسد).

بزرگترین خطای مربوط به استفاده فرمول (۲۲-۴) عبارت است از:

$e = 0.15$	برای	$0^\circ.0327$
$e = 0.20$	برای	0.0783
$e = 0.25$	برای	0.1552
$e = 0.50$	برای	1.42
$e = 0.99$	برای	24.7

برای مدار زمین ($e = ۰/۰۱۶۷۴$)، خطا کمتر از $''۰/۲$ خواهد بود، در این حالت فرمول (۲۲-۴) را می‌توان بجز وقتی که دقت خیلی زیادی خواسته شود، با اطمینان به‌کار برد.

۲۳

اجزای مدارهای سیاره‌ای

اجزای مداری سیاره‌های بزرگ را می‌توان به‌صورت چندجمله‌ایهایی بشکل زیر بیان کرد:

$$a_0 + a_1T + a_2T^2 + a_3T^3$$

که در آن T زمانی است برحسب قرن ژولینی، شامل ۳۶۵۲۵ روز زیجی، که از دورهٔ JD ۲۴۱۵۰۲۰/۰ = ET ۰/۵ ژانویهٔ ۱۹۰۰ به بعد اندازه گرفته می‌شود. بعبارت دیگر:

$$T = \frac{\mathrm{JD} - 2415020.0}{36525} \qquad (۱-۲۳)$$

این کمیت قبل‌از شروع سال ۱۹۰۰ منفی واز آن به بعد مثبت است. اجزای مداری عبارتند از:

L = طول متوسط سیاره

a = نیمقطر بزرگ مدار (درحقیقت، این جزء برای هر سیاره ثابت است)

e = خروج از مرکز مدار

i = میل صفحهٔ دایره البروج

ω = شناسهٔ قرین خورشید

Ω = طول گره صعودی

طول قرین خورشید را می‌توان از رابطهٔ $\pi = \omega + \Omega$ محاسبه کرد و آنومالی متوسط سیاره عبارت است از:

$$M = L - \pi = L - \omega - \Omega$$

برای آنومالی‌های متوسط فصل ۲۵ را نیز ملاحظه‌کنید.

فاصلهٔ قرین خورشیدی q و فاصلهٔ بعید خورشیدی Q عبارتند از:

$$q = a(1 - e) \qquad Q = a(1 + e)$$

داریم: $q + Q = 2a$.

کمیتهای L و π در دو صفحه مختلف اندازه گرفته می‌شوند، یعنی از اعتدال بهاری در امتداد دایره‌البروج تا گره صعودی مدار و سپس از این گره در امتداد مدار.

جدول ۲۳.الف ضرایب a_i را برای اجزای مداری سیارات عطارد تا نپتون می‌دهد. مقادیر مربوط به عطارد و زهره عبارتند از آنهایی که توسط اس. نیوکمب ارائه شده‌اند. مقادیر مقابل مریخ مربوط به اف. ای. راس[1] می‌باشند. اجزای مقابل مشتری، زحل، اورانوس و نپتون، مربوط به گِیوّ[2]، متأثر از جملات تناوبی کوتاه مدت نیستند، بنابر این با جملات کاملا" دراز مدتی متناظر می‌شوند.

اجزای مربوط به‌زمین درجدول ۲۳.الف داده نشده‌اند. چون برای این سیاره‌داریم $i = 0$، زوایای ω و Ω معلوم نیستند. مقدار آنومالیهای متوسط و خروج از مرکز مدار زمین با مقادیر مربوط به خورشید یکسان هستند (فصل ۱۸ را نگاه کنید). در حالی که طول متوسط و طول قرین خورشیدی زمین با افزودن 180° به مقادیر خورشیدی آنها برابر می‌باشند. بالاخره، برای زمین داریم $a = 1/000\,000\,02$.

درجدول ۲۳.الف، مقادیر مربوط به کمیتهای زاویه‌ای L، i، ω و Ω بر حسب درجه واعشار بیان شده‌اند.

مثال ۲۳.الف ــ اجزای مداری عطارد را در ET ۲۴/۰ ژوئن ۱۹۷۸ محاسبه کنید.

داریم (فصل ۳ را نگاه کنید):

$$\text{JD } 2443\,683.5 = \text{ژوئن } 24.0\ 1978$$

1.F.E.Ross. 2.Gaillot.

که ازآن‌جا ، بوسیلهٔ فرمول (۲۳–۱) :

$$T = +0.784\,763\,8604$$

درنتیجه از جدول ۲۳.الف به‌دست می‌آوریم :

$$L = 178^\circ.179\,078 + (149\,474^\circ.070\,78 \times 0.784\,763\,8604) + (0.000\,3011)\,(0.784\,763\,8604)^2$$
$$= 117\,480^\circ.0281 = 120^\circ.0281$$

$a = 0.387\,0986$

$e = 0.205\,630\,25$

$i = 7^\circ.004\,330$

$\omega = 29^\circ.044\,410$

$\Omega = 48^\circ.076\,160$ $\qquad M = 42^\circ.9075$

جدول (۲۳.الف)

اجزای مربوط به اعتدال متوسط تاریخ

	a_0	a_1	a_2	a_3
عطارد				
L	178.179 078	+ 149 474.070 78	+ 0.000 3011	
a	0.387 0986			
e	0.205 614 21	+ 0.000 020 46	− 0.000 000 030	
i	7.002 881	+ 0.001 8608	− 0.000 0183	
ω	28.753 753	+ 0.370 2806	+ 0.000 1208	
Ω	47.145 944	+ 1.185 2083	+ 0.000 1739	
زهره				
L	342.767 053	+ 58 519.211 91	+ 0.000 3097	
a	0.723 3316			
e	0.006 820 69	− 0.000 047 74	+ 0.000 000 091	
i	3.393 631	+ 0.001 0058	− 0.000 0010	
ω	54.384 186	+ 0.508 1861	− 0.001 3864	
Ω	75.779 647	+ 0.899 8500	+ 0.000 4100	

جدول ۲۳ .الف (ادامه)

	a_0	a_1	a_2	a_3
مریخ				
L	293.737 334	+ 19 141.695 51	+ 0.000 3107	
a	1.523 6883			
e	0.093 312 90	+ 0.000 092 064	− 0.000 000 077	
i	1.850 333	− 0.000 6750	+ 0.000 0126	
ω	285.431 761	+1.069 7667	+ 0.000 1313	+ 0.000 004 14
Ω	48.786 442	+ 0.770 9917	− 0.000 0014	− 0.000 005 33
مشتری				
L	238.049 257	+ 3036.301 986	+ 0.000 3347	− 0.000 001 65
a	5.202 561			
e	0.048 334 75	+ 0.000 164 180	− 0.000 000 4676	− 0.000 000 0017
i	1.308 736	− 0.005 6961	+ 0.000 0039	
ω	273.277 558	+ 0.599 4317	+ 0.000 704 05	+ 0.000 005 08
Ω	99.443 414	+ 1.010 5300	+ 0.000 352 22	− 0.000 008 51
زحل				
L	266.564 377	+ 1223.509 884	+ 0.000 3245	− 0.000 0058
a	9.554 747			
e	0.055 892 32	− 0.000 345 50	− 0.000 000 728	+ 0.000 000 000 74
i	2.492 519	− 0.003 9189	− 0.000 015 49	+ 0.000 000 04
ω	338.307 800	+ 1.085 2207	+ 0.000 978 54	+ 0.000 009 92
Ω	112.790 414	+ 0.873 1951	− 0.000 152 18	− 0.000 005 31
اورانوس				
L	244.197 470	+ 429.863 546	+ 0.000 3160	− 0.000 000 60
a	19.218 14			

جدول ۲۳ .الف (انتها)

	a_0	a_1	a_2	a_3
e	0.046 3444	− 0.000 026 58	+ 0.000 000 077	
i	0.772 464	+ 0.000 6253	+ 0.000 0395	
ω	98.071 581	+ 0.985 7650	− 0.001 0745	− 0.000 000 61
Ω	73.477 111	+ 0.498 6678	+ 0.001 3117	
نپتون				
L	84.457 994	+ 219.885 914	+ 0.000 3205	− 0.000 000 60
a	30.109 57			
e	0.008 997 04	+ 0.000 006 330	− 0.000 000 002	
i	1.779 242	− 0.009 5436	− 0.000 0091	
ω	276.045 975	+ 0.325 6394	+ 0.000 140 95	+ 0.000 004 113
Ω	130.681 389	+ 1.098 9350	+ 0.000 249 87	− 0.000 004 718

اجزای محاسبه شده به کمک ضرایب جدول ۲۳ .الف به اعتدال متوسط تاریخ، یعنی به دایره‌البروج تاریخ‌و استوای متوسط تاریخ مربوطند. درنتیجه اگربخواهیم مواضع سیاره‌ای مربوط به اعتدال متوسط تاریخ را محاسبه کنیم، باید این ضرایب را مورداستفاده قرار دهیم.

گرچه در بعضی حالات ممکن است نسبت دادن اجزای i، ω، Ω به یک اعتدال استاندارد مناسب باشد. برای نمونه هنگامی که بخواهیم حداقل فاصلهٔ بین مدار یک ستارهٔ دنباله‌دار و یک سیارهٔ بزرگ را وقتی که اجزای اولین مدار مربوط به یک اعتدال استاندارد می‌باشند محاسبه‌کنیم، این حالت اتفاق می‌افتد.

تبدیل کردن اجزای i، ω، Ω از یک اعتدال به اعتدال دیگر توسط فرمولهای فصل ۱۷ امکان‌پذیر است. البته مستقیما" محاسبه این‌اجزا برای سیارات بزرگ نسبت‌به اعتدال ۱۹۵۰/۰ یا ۲۰۰۰/۰ بوسیلهٔ جدول ۲۳ .ب و ۲۳ .ج امکان‌پذیر است. تاریخهای متناظر عبارتند از:

1950.0 = 1950 ژانویهٔ 0.923 = JD 2433 282.423

2000.0 = 2000 ژانویهٔ 1.5 = JD 2451 545.0

باید توجه داشت، در حالی که ۱۹۵۰/۰ با شروع سال بسلی[1] ۱۹۵۰ متناظر است و ۵۰ سال برجی بعد از دورهٔ ۱۹۰۰ ET = ۰/۸۱۳ ژانویهٔ ۱۹۰۰ JD = ۲۴۱۵۰۲۰/۳۱۳ می‌باشد، دورهٔ استاندارد جدید که با ۲۰۰۰/۰ نمایش داده می‌شود، دقیقا" ۳۶۵۲۵ روز بعد از دورهٔ ۰/۵ ژانویه ۱۹۰۰ JD = ۲۴۱۵۰۲۰/۰ خواهد بود.

جدول ۰۲۳ ب

اجزای مربوط به اعتدال ۱۹۵۰/۰

	a_0	a_1	a_2	a_3
عطارد				
i	7.006 790	− 0.005 9671	+ 0.000 000 70	− 0.000 000 036
ω	28.796 761	+ 0.284 3099	+ 0.000 074 64	+ 0.000 000 043
Ω	47.801 352	− 0.125 5041	− 0.000 088 63	− 0.000 000 068
زهره				
i	3.394 552	− 0.000 8226	− 0.000 032 51	+ 0.000 000 018
ω	54.493 527	+ 0.289 3249	− 0.001 144 35	− 0.000 000 792
Ω	76.368 593	− 0.277 7139	− 0.000 140 39	+ 0.000 000 767
زمین				
i	− 0.006 540	+ 0.013 0855	− 0.000 009 33	+ 0.000 000 014
ω	287.390 758	+ 0.564 7073	+ 0.000 136 10	+ 0.000 003 333
Ω	174.528 170	− 0.241 5735	+ 0.000 007 94	− 0.000 000 028
مریخ				
i	1.854 113	− 0.008 1839	− 0.000 023 05	− 0.000 000 045
ω	285.597 172	+ 0.738 5934	+ 0.000 466 47	+ 0.000 006 962
Ω	49.319 212	− 0.294 0497	− 0.000 644 35	− 0.000 008 182
مشتری				
i	1.307 028	− 0.002 2192	+ 0.000 029 52	+ 0.000 000 125
ω	273.553 214	+ 0.047 5910	− 0.000 210 41	+ 0.000 009 039
Ω	99.865 881	+ 0.166 1852	+ 0.000 958 57	− 0.000 012 500

1. Besselian year.

جدول ۲۳ . ب (انتها)

	a_0	a_1	a_2	a_3
زحل				
i	2.489 374	+ 0.002 4190	− 0.000 050 22	+ 0.000 000 002
ω	338.439 665	+ 0.821 8494	+ 0.000 706 12	+ 0.000 006 174
Ω	113.356 715	− 0.259 7237	− 0.000 188 62	− 0.000 001 587
اورانوس				
i	0.773 723	− 0.001 7599	− 0.000 000 22	+ 0.000 000 121
ω	98.546 561	+ 0.032 5540	− 0.000 501 25	+ 0.000 013 998
Ω	73.700 227	+ 0.055 7505	+ 0.000 429 88	− 0.000 014 630
نپتون				
i	1.774 485	− 0.000 0150	− 0.000 002 27	+ 0.000 000 018
ω	276.190 852	+ 0.036 7891	+ 0.000 038 42	+ 0.000 002 218
Ω	131.234 637	− 0.008 3952	+ 0.000 044 35	− 0.000 002 849

در موردزمین ،اگر میل به‌دست آمده منفی باشد ،آن‌گاه به‌مقادیر ω و Ω هر دو باید 180° اضافه شود یا از آنها کم شود .

جدول ۲۳ . ج

اجزای مربوط به اعتدال ۲۰۰۰/۰

	a_0	a_1	a_2	a_3
عطارد				
i	7.010 678	− 0.005 9556	+ 0.000 000 69	− 0.000 000 035
ω	28.839 814	+ 0.284 2765	+ 0.000 074 45	+ 0.000 000 043
Ω	48.456 876	− 0.125 4715	− 0.000 088 44	− 0.000 000 068
زهره				
i	3.395 459	− 0.000 7913	− 0.000 032 50	+ 0.000 000 018
ω	54.602 827	+ 0.289 2764	− 0.001 144 64	− 0.000 000 794
Ω	76.957 740	− 0.277 6656	− 0.000 140 10	+ 0.000 000 769
زمین				
i	−0.013 0762	+ 0.013 0855	− 0.000 009 27	+ 0.000 000 014
ω	287.511 505	+ 0.564 7920	+ 0.000 136 10	+ 0.000 003 333
Ω	175.105 679	− 0.241 6582	+0.000 007 94	− 0.000 000 028
مریخ				
i	1.857 866	− 0.008 1565	− 0.000 023 04	− 0.000 000 044
ω	285.762 379	+ 0.738 7251	+ 0.000 465 56	+ 0.000 006 939
Ω	49.852 347	− 0.294 1821	− 0.000 643 44	− 0.000 008 159
مشتری				
i	1.305 288	− 0.002 2374	+ 0.000 029 42	+ 0.000 000 127
ω	273.829 584	+ 0.047 8404	− 0.000 218 57	+ 0.000 008 999
Ω	100.287 838	+ 0.165 9357	+ 0.000 966 72	− 0.000 012 460
زحل				
i	2.486 204	+ 0.002 4449	− 0.000 050 17	+ 0.000 000 002
ω	338.571 353	+ 0.822 0515	+ 0.000 707 47	+ 0.000 006 177
Ω	113.923 406	− 0.259 9254	− 0.000 189 97	− 0.000 001 589
اورانوس				
i	0.774 950	− 0.001 7660	− 0.000 000 27	+ 0.000 000 123

جدول ۲۳ . ج (انتها)

	a_0	a_1	a_2	a_3
ω	99.021 587	+ 0.033 7219	− 0.000 498 12	+ 0.000 013 904
Ω	73.923 501	+ 0.054 5828	+ 0.000 426 74	− 0.000 014 536
نپتون				
i	1.769 715	− 0.000 0144	− 0.000 002 27	+ 0.000 000 018
ω	276.335 328	+ 0.036 8127	+ 0.000 038 49	+ 0.000 002 226
Ω	131.788 486	− 0.008 4187	+ 0.000 044 28	− 0.000 002 858

ملاحظه‌می‌کنیم که میل‌مدارعطاردنسبت‌به‌دایره‌البروج تاریخ‌درحال افزایش است،اما نسبت‌به دایره‌البروج ثابت ۱۹۵۰/۰ یا ۲۰۰۰/۰ در حال کاهش می‌باشد .برای زحل‌عکس این مطلب اتفاق می‌افتد .

میل مداری زهره نسبت به دایره البروج تاریخ ،بین ۲۰ − = T و ۲۰+ = T ، بطور پیوسته افزایش می‌یابد .اما نسبت به دایره البروج ثابت ۱۹۵۰/۰ ،میل زهره در حدود سال ۶۵۰+ ،به یک مقدار حداکثر رسیده است .

میل اورانوس نسبت به دایره البروج تاریخ درحدود سال ۱۱۱۰+ به حداقل رسیده، اما نسبت به اعتدالهای ۱۹۵۰/۰ و ۲۰۰۰/۰ مقدارش در ظرف مدت زمان درنظر گرفته شده دراین‌جا ،بطور پیوسته کاهش می‌یابد .

میل مداری نپتون نسبت به دایره البروج تاریخ ،بین ۲۰− = T و ۲۰+ = T ،بطور پیوسته در حال کاهش است .اما میل آن نسبت به دایره البروج ثابت ۱۹۵۰/۰ در حدود سال ۱۵۵۰+ ،به یک حداکثر هموار رسیده است .

برای تمام سیارات ،طول گرهها ،نسبت به اعتدال تاریخ ،در حال افزایش می‌باشد . اما این طولها ،بجز برای مشتری‌و اورانوس،نسبت‌به اعتدالهای ثابت ۱۹۵۰/۰ و۲۰۰۰/۰ در حال کاهش هستند .

وقتی که این اجزا از جدول ۲۳ .ب یا ۲۳ .ج اختیار می‌شوند ، طول متوسط L مربوط‌به همان اعتدال استاندارد را می‌توان از رابطه زیر به‌دست آورد :

$$L = \Omega + \omega + M$$

که در آن آنومالی متوسط را می‌توان از فصل ۲۴ (برای اورانوس و نپتون) ،و یا از فصل ۲۵ (برای سیارات دیگر) به‌دست آورد .

۲۴

سیارات : اختلالات اصلی

دراین فصل مهمترین اختلالات درحرکت سیارات‌عطارد ،زهره ،مریخ ،مشتری،زحل، اورانوس و نپتون راذکر خواهیم کرد .اگر دقتی بهتر از صرفا " به کار بردن داده‌های فصل ۲۳ مطلوب باشد ،می‌توان این جملات تناوبی را مورد استفاده قرار داد .اختلالات موجود درحرکات سیارات غول‌پیکر اهمیت خاصی دارند ؛ در طول ،این اختلالات می‌توانندبرای مشتری بزرگتر از ۰/۳ درجه ،و برای زحل بزرگتر از ۰/۱درجه باشند ،مهمترین اختلالات برای زمین (خورشید)در فصل ۱۸ ارائه شده‌اند .

درعبارات داده شده در زیر ، T زمانی‌است برحسب قرن ژولینی از ET ۰/۵ ژانویه ۱۹۰۰ به بعد ؛ فرمول (۲۳–۱)را نگاه کنید .

آنومالی متوسط خورشید ، M ،را می‌توان با عبارت داده شده در صفحهٔ اول فصل ۱۸ محاسبه کرد .

آنومالیهای متوسط عطارد ،زهره ،مریخ ،مشتری و زحل را با M_1 ، M_2 ، M_4 ، M_5 و M_6 نشان داده‌ایم و می‌توان آنهارا به کمک فرمولهای ارائه شده در فصل ۲۵ به‌دست‌آورد.

عطارد

اختلالات در طول

$$+0^\circ.00\,204 \times \cos(5M_2 - 2M_1 + 12^\circ.220)$$
$$+0.00\,103 \quad \cos(2M_2 - M_1 - 160^\circ.692)$$
$$+0.00\,091 \quad \cos(2M_5 - M_1 - 37^\circ.003)$$
$$+0.00\,078 \quad \cos(5M_2 - 3M_1 + 10^\circ.137)$$

اختلالات در بردار شعاعی

$$+0.000\,007\,525 \times \cos(2M_5 - M_1 + 53^\circ.013)$$
$$+0.000\,006\,802 \quad \cos(5M_2 - 3M_1 - 259^\circ.918)$$
$$+0.000\,005\,457 \quad \cos(2M_2 - 2M_1 - 71^\circ.188)$$
$$+0.000\,003\,569 \quad \cos(5M_2 - M_1 - 77^\circ.75)$$

زهره

جملهٔ درازمدت در طول متوسط و در آنومالی متوسط عبارت است از:

$$+0^\circ.00077 \sin(237^\circ.24 + 150^\circ.27\,T)$$

اختلالات در طول

$$+0^\circ.00\,313 \times \cos(2M - 2M_2 - 148^\circ.225)$$
$$+0.00\,198 \quad \cos(3M - 3M_2 + 2^\circ.565)$$
$$+0.00\,136 \quad \cos(M - M_2 - 119^\circ.107)$$
$$+0.00\,096 \quad \cos(3M - 2M_2 - 135^\circ.912)$$
$$+0.00\,082 \quad \cos(M_5 - M_2 - 208^\circ.087)$$

اختلالات در بردار شعاعی

$$+0.000\,022\,501 \times \cos(2M - 2M_2 - 58^\circ.208)$$
$$+0.000\,019\,045 \quad \cos(3M - 3M_2 + 92^\circ.577)$$
$$+0.000\,006\,887 \quad \cos(M_5 - M_2 - 118^\circ.090)$$
$$+0.000\,005\,172 \quad \cos(M - M_2 - 29^\circ.110)$$
$$+0.000\,003\,620 \quad \cos(5M - 4M_2 - 104^\circ.208)$$
$$+0.000\,003\,283 \quad \cos(4M - 4M_2 + 63^\circ.513)$$
$$+0.000\,003\,074 \quad \cos(2M_5 - 2M_2 - 55^\circ.167)$$

جملهٔ درازمدت (با ضریب ۰/۰۰۰۷۷) باید قبل از این که معادلهٔ کپلر حل شود، هم به طول متوسط و هم به آنومالی متوسط افزوده شود. همهٔ جملات تناوبی دیگر باید پس از حل معادله کپلر به طول و بردار شعاعی به‌دست آمده افزوده شوند.

مریخ

جملات درازمدت در طول متوسط و در آنومالی متوسط عبارتند از:

$$-0^\circ.01\,133 \sin(3M_5 - 8M_4 + 4M)$$
$$-0^\circ.00\,933 \cos(3M_5 - 8M_4 + 4M)$$

اختلالات در طول

$$+0^\circ.00\,705 \times \cos(M_5 - M_4 - 48^\circ.958)$$
$$+0.00\,607 \quad \cos(2M_5 - M_4 - 188^\circ.350)$$
$$+0.00\,445 \quad \cos(2M_5 - 2M_4 - 191^\circ.897)$$
$$+0.00\,388 \quad \cos(M - 2M_4 + 20^\circ.495)$$
$$+0.00\,238 \quad \cos(M - M_4 + 35^\circ.097)$$
$$+0.00\,204 \quad \cos(2M - 3M_4 + 158^\circ.638)$$
$$+0.00\,177 \quad \cos(3M_4 - M_2 - 57^\circ.602)$$
$$+0.00\,136 \quad \cos(2M - 4M_4 + 154^\circ.093)$$
$$+0.00\,104 \quad \cos(M_5 + 17^\circ.618)$$

اختلالات در بردار شعاعی

$$+0.000\,053\,227 \times \cos(M_5 - M_4 + 41^\circ.1306)$$
$$+0.000\,050\,989 \quad \cos(2M_5 - 2M_4 - 101^\circ.9847)$$
$$+0.000\,038\,278 \quad \cos(2M_5 - M_4 - 98^\circ.3292)$$
$$+0.000\,015\,996 \quad \cos(M - M_4 - 55^\circ.555)$$
$$+0.000\,014\,764 \quad \cos(2M - 3M_4 + 68^\circ.622)$$
$$+0.000\,008\,966 \quad \cos(M_5 - 2M_4 + 43^\circ.615)$$
$$+0.000\,007\,914 \quad \cos(3M_5 - 2M_4 - 139^\circ.737)$$
$$+0.000\,007\,004 \quad \cos(2M_5 - 3M_4 - 102^\circ.888)$$
$$+0.000\,006\,620 \quad \cos(M - 2M_4 + 113^\circ.202)$$
$$+0.000\,004\,930 \quad \cos(3M_5 - 3M_4 - 76^\circ.243)$$
$$+0.000\,004\,693 \quad \cos(3M - 5M_4 + 190^\circ.603)$$
$$+0.000\,004\,571 \quad \cos(2M - 4M_4 + 244^\circ.702)$$
$$+0.000\,004\,409 \quad \cos(3M_5 - M_4 - 115^\circ.828)$$

جملات دراز مدت باید *قبل از* این که معادلهٔ کپلر حل شود هم به طول متوسط و هم به آنومالی متوسط افزوده شوند. همهٔ جملات تناوبی دیگر باید *پس از* حل معادلهٔ کپلر به طول و بردار شعاعی به‌دست آمده افزوده شوند.

مشتری

$$\upsilon = \frac{T}{5} + 0.1$$
$$P = 237^\circ.47555 + 3034^\circ.9061\,T$$
$$Q = 265^\circ.91650 + 1222^\circ.1139\,T$$
$$S = 243^\circ.51721 + 428^\circ.4677\,T$$
$$V = 5Q - 2P$$
$$W = 2P - 6Q + 3S$$
$$\zeta = Q - P$$

اختلالات در طول متوسط (الف)

$$+(0^\circ.331\,364 - 0^\circ.010\,281\,\upsilon - 0^\circ.004\,692\,\upsilon^2)\ \sin V$$
$$+(0^\circ.003\,228 - 0^\circ.064\,436\,\upsilon + 0^\circ.002\,075\,\upsilon^2)\ \cos V$$
$$-(0^\circ.003\,083 + 0^\circ.000\,275\,\upsilon - 0^\circ.000\,489\,\upsilon^2)\ \sin 2V$$
$$+0^\circ.002\,472\ \sin W$$
$$+0^\circ.013\,619\ \sin \zeta$$
$$+0^\circ.018\,472\ \sin 2\zeta$$
$$+0^\circ.006\,717\ \sin 3\zeta$$
$$+0^\circ.002\,775\ \sin 4\zeta$$
$$+(0^\circ.007\,275 - 0^\circ.001\,253\,\upsilon)\ \sin \zeta \sin Q$$
$$+0^\circ.006\,417\ \sin 2\zeta \sin Q$$
$$+0^\circ.002\,439\ \sin 3\zeta \sin Q$$
$$-(0^\circ.033\,839 + 0^\circ.001\,125\,\upsilon)\ \cos \zeta \sin Q$$
$$-0^\circ.003\,767\ \cos 2\zeta \sin Q$$
$$-(0^\circ.035\,681 + 0^\circ.001\,208\,\upsilon)\ \sin \zeta \cos Q$$
$$-0^\circ.004\,261\ \sin 2\zeta \cos Q$$
$$+0^\circ.002\,178\ \cos Q$$
$$+(-0^\circ.006\,333 + 0^\circ.001\,161\,\upsilon)\ \cos \zeta \cos Q$$
$$-0^\circ.006\,675\ \cos 2\zeta \cos Q$$
$$-0^\circ.002\,664\ \cos 3\zeta \cos Q$$
$$-0^\circ.002\,572\ \sin \zeta \sin 2Q$$
$$-0^\circ.003\,567\ \sin 2\zeta \sin 2Q$$
$$+0^\circ.002\,094\ \cos \zeta \cos 2Q$$
$$+0^\circ.003\,342\ \cos 2\zeta \cos 2Q$$

اختلالات در خروج از مرکز

(ضرایب برحسب واحد هفتمین رقم اعشار داده شده‌اند*).

$$+(3606 + 130\,\upsilon - 43\,\upsilon^2)\ \sin V$$
$$+(1289 - 580\,\upsilon)\ \cos V$$
$$-6764\ \sin \zeta \sin Q$$
$$-1110\ \sin 2\zeta \sin Q$$
$$-224\ \sin 3\zeta \sin Q$$
$$-204\ \sin Q$$
$$+(1284 + 116\,\upsilon)\ \cos \zeta \sin Q$$
$$+188\ \cos 2\zeta \sin Q$$
$$+(1460 + 130\,\upsilon)\ \sin \zeta \cos Q$$
$$+224\ \sin 2\zeta \cos Q$$
$$-817\ \cos Q$$
$$+6074\ \cos \zeta \cos Q$$
$$+992\ \cos 2\zeta \cos Q$$
$$+508\ \cos 3\zeta \cos Q$$
$$+230\ \cos 4\zeta \cos Q$$
$$+108\ \cos 5\zeta \cos Q$$
$$-(956 + 73\,\upsilon)\ \sin \zeta \sin 2Q$$
$$+448\ \sin 2\zeta \sin 2Q$$
$$+137\ \sin 3\zeta \sin 2Q$$

---

* یعنی باید آنها را در 10^{-7} ضرب کرد. م.

$+(-997 + 108\,\upsilon) \cos \zeta \sin 2Q$
$+480 \cos 2\zeta \sin 2Q$
$+148 \cos 3\zeta \sin 2Q$
$+(-956 + 99\,\upsilon) \sin \zeta \cos 2Q$
$+490 \sin 2\zeta \cos 2Q$
$+158 \sin 3\zeta \cos 2Q$
$+179 \cos 2Q$
$+(1024 + 75\,\upsilon) \cos \zeta \cos 2Q$
$-437 \cos 2\zeta \cos 2Q$
$-132 \cos 3\zeta \cos 2Q$

اختلالات در فاصلهٔ قرین خورشیدی (ب)

$+(0^\circ\!.007\,192 - 0^\circ\!.003\,147\,\upsilon) \sin V$
$+(-0^\circ\!.020\,428 - 0^\circ\!.000\,675\,\upsilon + 0^\circ\!.000\,197\,\upsilon^2) \cos V$
$+(0^\circ\!.007\,269 + 0^\circ\!.000\,672\,\upsilon) \sin \zeta \sin Q$
$-0^\circ\!.004\,344 \sin Q$
$+0^\circ\!.034\,036 \cos \zeta \sin Q$
$+0^\circ\!.005\,614 \cos 2\zeta \sin Q$
$+0^\circ\!.002\,964 \cos 3\zeta \sin Q$
$+0^\circ\!.037\,761 \sin \zeta \cos Q$
$+0^\circ\!.006\,158 \sin 2\zeta \cos Q$
$-0^\circ\!.006\,603 \cos \zeta \cos Q$
$-0^\circ\!.005\,356 \sin \zeta \sin 2Q$
$+0^\circ\!.002\,722 \sin 2\zeta \sin 2Q$
$+0^\circ\!.004\,483 \cos \zeta \sin 2Q$
$-0^\circ\!.002\,642 \cos 2\zeta \sin 2Q$
$+0^\circ\!.004\,403 \sin \zeta \cos 2Q$
$-0^\circ\!.002\,536 \sin 2\zeta \cos 2Q$
$+0^\circ\!.005\,547 \cos \zeta \cos 2Q$
$-0^\circ\!.002\,689 \cos 2\zeta \cos 2Q$

اگر A مجموع اختلالات درطول متوسط، B مجموع اختلالات درفاصلهٔ قرین خورشیدی و e خروج ازمرکز مداری تصحیح‌نشده برای اختلالات باشد ،آن گاه تصحیح مربوط به آنومالی متوسط عبارت است از:

$$A - \frac{B}{e}$$

اختلالات در نیمقطر بزرگ

(ضرایب برحسب واحد ششمین رقم اعشار داده شده‌اند) .

$-263 \cos V$
$+205 \cos \zeta$
$+693 \cos 2\zeta$
$+312 \cos 3\zeta$
$+147 \cos 4\zeta$

$+299 \sin \zeta \sin Q$
$+181 \cos 2\zeta \sin Q$
$+204 \sin 2\zeta \cos Q$
$+111 \sin 3\zeta \cos Q$
$-337 \cos \zeta \cos Q$
$-111 \cos 2\zeta \cos Q$

تذکر مهم ــ اختلالات مربوط به‌طول متوسط، آنومالی متوسط، خروج ازمرکز و نیمقطربزرگ باید *قبل از* حل معادلهٔ کپلر و . . . به اجزای متوسط افزوده شوند .

زحل

υ ، V ، W ، ζ و . . . و همچنین $\psi = S - Q$ را همان‌گونه که برای مشتری گفته شد ، محاسبه کنید .

اختلالات در طول‌متوسط (الف)

$+(-0^\circ.814\,181 + 0^\circ.018\,150\,\upsilon + 0^\circ.016\,714\,\upsilon^2) \sin V$
$+(-0^\circ.010\,497 + 0^\circ.160\,906\,\upsilon - 0^\circ.004\,100\,\upsilon^2) \cos V$
$+0^\circ.007\,581 \sin 2V$
$-0^\circ.007\,986 \sin W$
$-0^\circ.148\,811 \sin \zeta$
$-0^\circ.040\,786 \sin 2\zeta$
$-0^\circ.015\,208 \sin 3\zeta$
$-0^\circ.006\,339 \sin 4\zeta$
$-0^\circ.006\,244 \sin Q$
$+(0^\circ.008\,931 + 0^\circ.002\,728\,\upsilon) \sin \zeta \sin Q$
$-0^\circ.016\,500 \sin 2\zeta \sin Q$
$-0^\circ.005\,775 \sin 3\zeta \sin Q$
$+(0^\circ.081\,344 + 0^\circ.003\,206\,\upsilon) \cos \zeta \sin Q$
$+0^\circ.015\,019 \cos 2\zeta \sin Q$
$+(0^\circ.085\,581 + 0^\circ.002\,494\,\upsilon) \sin \zeta \cos Q$
$+(0^\circ.025\,328 - 0^\circ.003\,117\,\upsilon) \cos \zeta \cos Q$
$+0^\circ.014\,394 \cos 2\zeta \cos Q$
$+0^\circ.006\,319 \cos 3\zeta \cos Q$
$+0^\circ.006\,369 \sin \zeta \sin 2Q$
$+0^\circ.009\,156 \sin 2\zeta \sin 2Q$
$+0^\circ.007\,525 \sin 3\psi \sin 2Q$
$-0^\circ.005\,236 \cos \zeta \cos 2Q$
$-0^\circ.007\,736 \cos 2\zeta \cos 2Q$
$-0^\circ.007\,528 \cos 3\psi \cos 2Q$

اختلالات در خروج از مرکز

(ضرایب برحسب واحد هفتمین رقم اعشار داده شده‌اند) .

$+(-7927 + 2548\,\upsilon + 91\,\upsilon^2)\ \sin V$
$+(13381 + 1226\,\upsilon - 253\,\upsilon^2)\ \cos V$
$+(248 - 121\,\upsilon)\ \sin 2V$
$-(305 + 91\,\upsilon)\ \cos 2V$
$+412\ \sin 2\zeta$
$+12415\ \sin Q$
$+(390 - 617\,\upsilon)\ \sin \zeta\ \sin Q$
$+(165 - 204\,\upsilon)\ \sin 2\zeta\ \sin Q$
$+26599\ \cos \zeta\ \sin Q$
$-4687\ \cos 2\zeta\ \sin Q$
$-1870\ \cos 3\zeta\ \sin Q$
$-821\ \cos 4\zeta\ \sin Q$
$-377\ \cos 5\zeta\ \sin Q$
$+497\ \cos 2\psi\ \sin Q$
$+(163 - 611\,\upsilon)\ \cos Q$
$-12696\ \sin \zeta\ \cos Q$
$-4200\ \sin 2\zeta\ \cos Q$
$-1503\ \sin 3\zeta\ \cos Q$
$-619\ \sin 4\zeta\ \cos Q$
$-268\ \sin 5\zeta\ \cos Q$
$-(282 + 1306\,\upsilon)\ \cos \zeta\ \cos Q$
$+(-86 + 230\,\upsilon)\ \cos 2\zeta\ \cos Q$
$+461\ \sin 2\psi\ \cos Q$
$-350\ \sin 2Q$
$+(2211 - 286\,\upsilon)\ \sin \zeta\ \sin 2Q$
$-2208\ \sin 2\zeta\ \sin 2Q$
$-568\ \sin 3\zeta\ \sin 2Q$
$-346\ \sin 4\zeta\ \sin 2Q$
$-(2780 + 222\,\upsilon)\ \cos \zeta\ \sin 2Q$
$+(2022 + 263\,\upsilon)\ \cos 2\zeta\ \sin 2Q$
$+248\ \cos 3\zeta\ \sin 2Q$
$+242\ \sin 3\psi\ \sin 2Q$
$+467\ \cos 3\psi\ \sin 2Q$
$-490\ \cos 2Q$
$-(2842 + 279\,\upsilon)\ \sin \zeta\ \cos 2Q$
$+(128 + 226\,\upsilon)\ \sin 2\zeta\ \cos 2Q$
$+224\ \sin 3\zeta\ \cos 2Q$
$+(-1594 + 282\,\upsilon)\ \cos \zeta\ \cos 2Q$
$+(2162 - 207\,\upsilon)\ \cos 2\zeta\ \cos 2Q$
$+561\ \cos 3\zeta\ \cos 2Q$
$+343\ \cos 4\zeta\ \cos 2Q$
$+469\ \sin 3\psi\ \cos 2Q$
$-242\ \cos 3\psi\ \cos 2Q$
$-205\ \sin \zeta\ \sin 3Q$
$+262\ \sin 3\zeta\ \sin 3Q$
$+208\ \cos \zeta\ \cos 3Q$
$-271\ \cos 3\zeta\ \cos 3Q$
$-382\ \cos 3\zeta\ \sin 4Q$
$-376\ \sin 3\zeta\ \cos 4Q$

اختلالات در فاصلهٔ قرین خورشیدی (ب)

$$+(0^\circ.077\,108 + 0^\circ.007\,186\,\upsilon - 0^\circ.001\,533\,\upsilon^2)\ \sin V$$
$$+(0^\circ.045\,803 - 0^\circ.014\,766\,\upsilon - 0^\circ.000\,536\,\upsilon^2)\ \cos V$$
$$-0^\circ.007\,075\ \sin \zeta$$
$$-0^\circ.075\,825\ \sin \zeta\ \sin Q$$
$$-0^\circ.024\,839\ \sin 2\zeta\ \sin Q$$
$$-0^\circ.008\,631\ \sin 3\zeta\ \sin Q$$
$$-0^\circ.072\,586\ \cos Q$$
$$-0^\circ.150\,383\ \cos \zeta\ \cos Q$$
$$+0^\circ.026\,897\ \cos 2\zeta\ \cos Q$$
$$+0^\circ.010\,053\ \cos 3\zeta\ \cos Q$$
$$-(0^\circ.013\,597 + 0^\circ.001\,719\,\upsilon)\ \sin \zeta\ \sin 2Q$$
$$+(-0^\circ.007\,742 + 0^\circ.001\,517\,\upsilon)\ \cos \zeta\ \sin 2Q$$
$$+(0^\circ.013\,586 - 0^\circ.001\,375\,\upsilon)\ \cos 2\zeta\ \sin 2Q$$
$$+(-0^\circ.013\,667 + 0^\circ.001\,239\,\upsilon)\ \sin \zeta\ \cos 2Q$$
$$+0^\circ.011\,981\ \sin 2\zeta\ \cos 2Q$$
$$+(0^\circ.014\,861 + 0^\circ.001\,136\,\upsilon)\ \cos \zeta\ \cos 2Q$$
$$-(0^\circ.013\,064 + 0^\circ.001\,628\,\upsilon)\ \cos 2\zeta\ \cos 2Q$$

همانند مشتری، تصحیح مربوط به‌طول متوسط برابر A است، وتصحیح مربوط به‌آنومالی متوسط عبارت است از: $A - \frac{B}{e}$.

اختلالات در نیمقطر بزرگ

(ضرایب برحسب واحد ششمین رقم اعشار داده شده‌اند).

$$+572\,\upsilon\ \sin V$$
$$+2933\ \cos V$$
$$+33629\ \cos \zeta$$
$$-3081\ \cos 2\zeta$$
$$-1423\ \cos 3\zeta$$
$$-671\ \cos 4\zeta$$
$$-320\ \cos 5\zeta$$
$$+1098\ \sin Q$$
$$-2812\ \sin \zeta\ \sin Q$$
$$+688\ \sin 2\zeta\ \sin Q$$
$$-393\ \sin 3\zeta\ \sin Q$$
$$-228\ \sin 4\zeta\ \sin Q$$
$$+2138\ \cos \zeta\ \sin Q$$
$$-999\ \cos 2\zeta\ \sin Q$$
$$-642\ \cos 3\zeta\ \sin Q$$
$$-325\ \cos 4\zeta\ \sin Q$$
$$-890\ \cos Q$$
$$+2206\ \sin \zeta\ \cos Q$$
$$-1590\ \sin 2\zeta\ \cos Q$$
$$-647\ \sin 3\zeta\ \cos Q$$
$$-344\ \sin 4\zeta\ \cos Q$$
$$+2885\ \cos \zeta\ \cos Q$$
$$+(2172 + 102\,\upsilon)\ \cos 2\zeta\ \cos Q$$
$$+296\ \cos 3\zeta\ \cos Q$$
$$-267\ \sin 2\zeta\ \sin 2Q$$
$$-778\ \cos \zeta\ \sin 2Q$$
$$+495\ \cos 2\zeta\ \sin 2Q$$
$$+250\ \cos 3\zeta\ \sin 2Q$$
$$-856\ \sin \zeta\ \cos 2Q$$
$$+441\ \sin 2\zeta\ \cos 2Q$$
$$+296\ \cos 2\zeta\ \cos 2Q$$
$$+211\ \cos 3\zeta\ \cos 2Q$$
$$-427\ \sin \zeta\ \sin 3Q$$
$$+398\ \sin 3\zeta\ \sin 3Q$$
$$+344\ \cos \zeta\ \cos 3Q$$
$$-427\ \cos 3\zeta\ \cos 3Q$$

بنابر این ،پس از اتمام کل محاسبه (معادلهٔ کپلر و غیره)اختلالات زیر را به عرض خورشید مرکزی بیفزایید .

$$+0^\circ.000\,747 \cos \zeta \sin Q$$
$$+0^\circ.001\,069 \cos \zeta \cos Q$$
$$+0^\circ.002\,108 \sin 2\zeta \sin 2Q$$
$$+0^\circ.001\,261 \cos 2\zeta \sin 2Q$$
$$+0^\circ.001\,236 \sin 2\zeta \cos 2Q$$
$$-0^\circ.002\,075 \cos 2\zeta \cos 2Q$$

اورانوس

T را توسط فرمول (۲۳–۱) ،و سپس υ ، P ، Q ، S ، W را به کمک فرمولهای ارائه شده در قسمت اختلالات در طول متوسط محاسبه کنید .آن‌گاه عبارات زیر را حساب‌کنید :

$$G = 83^\circ.76922 + 218^\circ.4901\, T$$
$$H = 2G - S$$

زاویهٔ H بکندی با زمان تغییر می‌کند ،و در یک مدت‌زمان ۴۲۲۹ ساله ۳۶۰ درجه افزایش می‌یابد .

می‌توان اجزای متوسط اورانوس را با ضریب مفروض در ادامه جدول ۲۳ .الف محاسبه کرد و آنومالی توسط این سیاره را از رابطهٔ زیر به‌دست آورد :

$$M_7 = 72^\circ.64878 + 428^\circ.37911\, T + 0^\circ.000\,079\, T^2$$

سپس عبارات زیر را محاسبه کنید :

$$\zeta = S - P, \qquad \eta = S - Q, \qquad \theta = G - S$$

$$\begin{aligned} A = \; & (0^\circ.864\,319 - 0^\circ.001\,583\,\upsilon) \sin H \\ & + (0.082\,222 - 0.006\,833\,\upsilon) \cos H \\ & + 0.036\,017 \sin 2H \\ & - 0.003\,019 \cos 2H \\ & + 0.008\,122 \sin W \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B = \; & 0^\circ.120\,303 \sin H \\ & + (0.019\,472 - 0.000\,947\,\upsilon) \cos H \\ & + 0.006\,197 \sin 2H \end{aligned}$$

همانند حالات مشتری و زحل ،تصحیح طول متوسط اورانوس عبارت است از A ، و تصحیح مربوط به آنومالی متوسط، M_7 ،عبارت است از :

$$A - \frac{B}{e}$$

e خروج از مرکز تصحیح نشده می‌باشد.

تصحیح مربوط به خروج ازمرکز مداری، برحسب واحد هفتمین رقم اعشار عبارت‌است از:

$$+ (-3349 + 163\,\upsilon)\ \sin H$$
$$+ 20981\ \cos H$$
$$+ 1311\ \cos 2H$$

و اختلال در نیمقطر بزرگ عبارت است از:

$$- 0.003\,825\ \cos H$$

به کمک اجزای متوسطی‌که به این‌ترتیب‌تصحیح شده‌اند، طول حقیقی، عرض و بردار شعاعی اورانوس را از فرمولهای کلاسیک محاسبه کنید (فصل ۲۲ و ۲۵ را نگاه کنید). سپس جملات‌افزایشی‌زیر را به آنها بیفزایید:

تصحیح مربوط به طول حقیقی:

$$+ (0^\circ.010\,122 - 0^\circ.000\,988\,\upsilon)\ \sin (S + \eta)$$
$$+ (-0.038\,581 + 0.002\,031\,\upsilon - 0.001\,910\,\upsilon^2)\ \cos (S + \eta)$$
$$+ (0.034\,964 - 0.001\,038\,\upsilon + 0.000\,868\,\upsilon^2)\ \cos (2S + \eta)$$
$$+ 0.005\,594\ \sin (S + 3\theta)$$
$$- 0.014\,808\ \sin \zeta$$
$$- 0.005\,794\ \sin \eta$$
$$+ 0.002\,347\ \cos \eta$$
$$+ 0.009\,872\ \sin \theta$$
$$+ 0.008\,803\ \sin 2\theta$$
$$- 0.004\,308\ \sin 3\theta$$

تصحیح مربوط به عرض خورشید مرکزی:

$$+ (0^\circ.000\,458\ \sin \eta - 0^\circ.000\,642\ \cos \eta - 0^\circ.000\,517\ \cos 4\theta)\ \sin S$$
$$- (0.000\,347\ \sin \eta + 0.000\,853\ \cos \eta + 0.000\,517\ \sin 4\eta)\ \cos S$$
$$+ 0.000\,403\ (\cos 2\theta\ \sin 2S + \sin 2\theta\ \cos 2S)$$

تصحیح مربوط به بردار شعاعی، برحسب واحد ششمین رقم اعشار:

$$- 25948 \qquad + (5795\ \cos S - 1165\ \sin S + 1388\ \cos 2S)\ \sin \eta$$
$$+ 4985\ \cos \zeta \qquad + (1351\ \cos S + 5702\ \sin S + 1388\ \sin 2S)\ \cos \eta$$
$$- 1230\ \cos S \qquad + 904\ \cos 2\theta$$
$$+ 3354\ \cos \eta \qquad + 894\ (\cos \theta - \cos 3\theta)$$

T را از فرمول (۲۳–۱) و سپس υ ، P ، Q ، S را توسط فرمولهای داده شده در در صفحه ۱۳۷ محاسبه کنید . آن‌گاه G و H را همان‌گونه که‌برای اورانوس گفته‌شده محاسبه کنید .

می‌توان اجزای متوسط نپتون را با ضرایب داده شده در انتهای جدول ۲۳ .الف محاسبه کرد و آنومالی متوسط این سیاره را از رابطه زیر به‌دست آورد :

$$M_\theta = 37°.73063 + 218°.46134\,T - 0°.000\,070\,T^2$$

سپس عبارات زیر را محاسبه کنید :

$$\zeta = G - P, \qquad \eta = G - Q, \qquad \theta = G - S$$

$$\begin{aligned} A = \; & (-0°.589\,833 + 0°.001\,089\,\upsilon)\sin H \\ & + (-0.056\,094 + 0.004\,658\,\upsilon)\cos H \\ & - 0.024\,286 \sin 2H \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B = \; & + 0°.024\,039 \sin H \\ & - 0.025\,303 \cos H \\ & + 0.006\,206 \sin 2H \\ & - 0.005\,992 \cos 2H \end{aligned}$$

همانند قبل، تصحیح مربوط به طول متوسط عبارت است از A ، و تصحیح مربوط به آنومالی متوسط، M_Ξ ، عبارت است از :

$$A - \frac{B}{e}$$

e خروج از مرکز مداری تصحیح نشده است .

تصحیح مربوط به خروج ازمرکز مداری ، برحسب واحد هفتمین رقم اعشار عبارت‌است از :

$$\begin{aligned} & + 4389 \sin H \qquad & & + 1129 \sin 2H \\ & + 4262 \cos H \qquad & & + 1089 \cos 2H \end{aligned}$$

تصحیح مربوط به‌نیمقطر بزرگ برحسب‌واحد ششمین رقم اعشار عبارت است از :

$$- 817 \sin H + 8189 \cos H + 781 \cos 2H$$

با اجزای متوسطی که به این طریق تصحیح شده‌اند ، طول حقیقی ، عرض و بردارشعاعی نپتون را بوسیلهٔ فرمولهای کلاسیک محاسبه کنید (فصل ۲۲ و ۲۵ را نگاه کنید) . سپس

تصحیحات افزایشی زیر را به آنها بیفزایید :

تصحیح مربوط به طول حقیقی :

$$
\begin{aligned}
&- 0^\circ.009\,556 \sin \zeta \\
&- 0.005\,178 \sin \eta \\
&+ 0.002\,572 \sin 2\theta \\
&- 0.002\,972 \cos 2\theta \sin G \\
&- 0.002\,833 \sin 2\theta \cos G
\end{aligned}
$$

تصحیح مربوط به عرض خورشید مرکزی :

$$
\begin{aligned}
&+ 0^\circ.000\,336 \cos 2\theta \sin G \\
&+ 0\ .000\,364 \sin 2\theta \cos G
\end{aligned}
$$

تصحیح مربوط به بردار شعاعی برحسب واحد ششمین رقم اعشار :

$$
\begin{aligned}
&- 40596 \\
&+ \ \ 4992 \cos \zeta \\
&+ \ \ 2744 \cos \eta \\
&+ \ \ 2044 \cos \theta \\
&+ \ \ 1051 \cos 2\theta
\end{aligned}
$$

تذکر

اختلالات تناوبی برای سیارات غول پیکر به کتاب زیر منسوبند :

Gaillot :

مشتری : *Annales de l'Cbservatoire de Paris, Mémoires* ; tome XXXI (1913);

زحل : *ibid.*, tome XXIV (1904);

اورانوس و نپتون : *ibid.*, tome XXVIII (1910).

بسیاری از جملات تناوبی کوچک، برای مشتری و زحل، در این جا ذکر نشده‌اند. برای اورانوس و نپتون، تنها مهمترین جملات تناوبی ارائه شده‌اند و انتظار می‌رود که خطای احتمالی در طول خورشید مرکزی به دست آمده برای این دو سیاره از مرتبه ۰/۰۱ درجه باشد.
برای پلوتو و سیارات کوچک، هیچ جزء متوسط و جملهٔ تناوبی را نمی‌توان ارائه کرد زیرا هیچ "نظریهٔ سیاره‌ای" عمومی برای این اجسام ساخته نشده است. مواضع بعدی آنها با انتگرال‌گیری عددی، با شروع از اجزای به اصطلاح بوسان، که تنها برای یک مدت خیلی کوتاه معتبرند، محاسبه می‌شوند.

۲۵

حرکت بیضوی

در این فصل دو روش برای محاسبهٔ یک زیج زمین مرکزی در مورد یک مدار بیضوی را شرح خواهیم داد. در اولین روش، که می‌توان آن‌را برای‌سیارات بزرگ به‌کار برد، طول و عرض دایره البروجی زمین مرکزی از مختصات دایره البروجی خورشید مرکزی سیاره و طول زمین مرکزی‌و بردار شعاعی خورشید به‌دست می‌آید. دردومین روش، که برای سیارات کوچک و ستاره‌های دنباله‌دار مناسبتر است، زاویه بعد و میل جسم، مربوط به یک اعتدال استاندارد، مستقیما" به‌دست می‌آید؛ دراین‌جامختصات زمین مرکزی راستگوشه‌ای خورشید مورداستفاده قرار می‌گیرند.

اولین روش

دراین روش، اجزای مداری سیاره‌را که به *اعتدال متوسط تاریخ* مربوط می‌شوند، به‌کار می‌بریم.

از جدول ۲۳. الف، طول متوسط سیاره، L، نیمقطر بزرگ، a، خروج از مرکز مداری، e، میل، i، و طول گره صعودی، Ω، را برای لحظهٔ معین، محاسبه کنید.

آنومالی متوسط سیاره، M، را توسط یکی از فرمولهای زیر محاسبه کنید:

عطارد	$M_1 = 102^\circ.27\,938 + 149\,472^\circ.51\,529\,T + 0^\circ.000\,007\,T^2$
زهره	$M_2 = 212^\circ.603\,22 + 58\,517^\circ.80\,387\,T + 0^\circ.001\,286\,T^2$
مریخ	$M_4 = 319^\circ.51\,913 + 19\,139^\circ.85\,475\,T + 0^\circ.000\,181\,T^2$
مشتری	$M_5 = 225^\circ.32\,833 + 3034^\circ.69\,202\,T - 0^\circ.000\,722\,T^2$
زحل	$M_6 = 175^\circ.46\,622 + 1221^\circ.55\,147\,T - 0^\circ.000\,502\,T^2$

که T عبارت است از زمان برحسب قرن ژولیئنی از ET ۰/۵ ژانویهٔ ۱۹۰۰ به بعد؛ فرمول (۲۳–۱) را نگاه کنید. در این جا اورانوس و نپتون به‌دلیل بزرگی اختلالات حرکاتشان درنظر گرفته نمی‌شوند. از مقادیر e و M، آنومالی خارج از مرکز E (فصل ۲۲)، و سپس آنومالی حقیقی، v، را از فرمول زیر محاسبه کنید:

$$\tan \frac{v}{2} = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \tan \frac{E}{2} \qquad (۲۵–۱)$$

اگر لازم شد، اختلالات اساسی را نیز به‌حساب آورید (فصل ۲۴).

بردار شعاعی سیاره را می‌توان با یکی از دو فرمول زیر محاسبه کرد:

$$r = a\,(1 - e \cos E)$$
$$r = \frac{a\,(1 - e^2)}{1 + e \cos v} \qquad (۲۵–۲)$$

شناسهٔ عرض سیاره عبارت است از:

$$u = L + v - M - \Omega \qquad (۲۵–۳)$$

طول دایره البروجی، l، را می‌توان از $(l - \Omega)$ که توسط فرمول زیر داده می‌شود نتیجه گرفت:

$$\tan (l - \Omega) = \cos i \tan u \qquad (۲۵–۴)$$

همان‌گونه که برای سیارات بزرگتر گفته شد، اگر $i < 90^\circ$، $(l - \Omega)$ و u باید در یک ربع واقع شوند. وقتی که یک محاسب قابل برنامه‌ریزی مورد استفاده قرار می‌گیرد، برای اجتناب از به‌کار بردن آزمایش، فرمول (۲۵–۴) را می‌توان به‌صورت مناسبتر زیر نوشت:

$$\tan (l - \Omega) = \frac{\cos i \sin u}{\cos u} \qquad (۲۵–۵)$$

و سپس باید تبدیل مختصات راستگوشه‌ای به قطبی را برای صورت و مخرج کسر سمت‌راست به‌کار برد. این عمل، $(l - \Omega)$ را مستقیما" در ربع صحیح خواهد داد.

عرض‌دایره البروجی سیاره، b، از فرمول زیر به‌دست می‌آید:

$$\sin b = \sin u \sin i \qquad (۶-۲۵)$$

که $-90° < b < +90°$.

اکنون مختصات دایره البروجی خورشید مرکزی سیاره، l، b، r، را برای لحظهٔ داده شده به دست آورده‌ایم. مختصات زمین مرکزی سیاره را می‌توان به‌صورت زیر به‌دست آورد.

با به کار بردن روش شرح داده شده در فصل ۱۸، طول هندسی خورشید، Θ، مربوط به اعتدال متوسط تاریخ و بردار شعاعی آن، R، را برای لحظهٔ داده شده محاسبه کنید. طول زمین مرکزی سیاره، λ، را می‌توان از $(\lambda - \Theta)$ که از فرمول زیربه‌دست می‌آید، نتیجه گرفت:

$$\tan(\lambda - \Theta) = \frac{r \cos b \sin(l - \Theta)}{r \cos b \cos(l - \Theta) + R} = \frac{N}{D} \qquad (۷-۲۵)$$

دوباره، $(\lambda - \Theta)$ را می‌توان بلافاصله با به کار بردن تبدیل مختصات راستگوشه‌ای به قطبی برای N صرت کسر و D مخرج کسر در ربع صحیح به‌دست آورد.

فاصلهٔ سیاره تا زمین، Δ، برحسب واحد نجومی، توسط روابط زیر به‌دست می‌آید:

$$\left.\begin{aligned} \Delta^2 &= N^2 + D^2 + (r \sin b)^2 \\ &\text{یا:} \\ \Delta^2 &= R^2 + r^2 + 2rR \cos b \cos(l - \Theta) \end{aligned}\right\} \qquad (۸-۲۵)$$

بالاخره، عرض زمین مرکزی سیاره، β، بوسیلهٔ فرمول زیر به‌دست می‌آید:

$$\sin \beta = \frac{r}{\Delta} \sin b \qquad (۹-۲۵)$$

مختصات زمین مرکزی سیاره که به این صورت به‌دست آمده‌اند، مختصات هندسی سیاره مربوط به‌اعتدال متوسط تاریخ می‌باشند. اگر دقت زیاد خواسته شده باشد، به‌حساب آوردن اثر زمان سیر نور الزامی است (در زمان t، سیاره در جهتی دیده می‌شود که از ترکیب موضع زمین (خورشید) در زمان t با موضع سیاره در زمان $t - \tau$ به‌دست آمده، که در

آن τزمانی است که صرف رسیدن نور از سیاره به زمین می‌شود) .این زمان از فرمول زیر به‌دست می‌آید :

$$\tau = 0.005\,7756\ \Delta \quad \text{روز} \qquad (۱۰-۲۵)$$

کشیدگی سیاره ، ψ ، یعنی فاصلهٔ زاویه‌ای آن تا خورشید ،را می‌توان از فرمول زیر محاسبه کرد :

$$\cos\psi = \cos\beta\cos(\lambda - \Theta) \qquad (۱۱-۲۵)$$

طول و عرض سیاره را می‌توان توسط فرمولهای (۸-۳) و (۸-۴) به زاویه بعدو میل تبدیل کرد .

مختصات استوایی که به این صورت به‌دست آمده‌اند هنوز هم به اعتدال **متوسط** تاریخ مربوط می‌شوند . می‌توان آنها را با تصحیح رقص محوری و انحراف به زاویه بعدومیل **ظاهری** تبدیل کرد (فصل ۱۶ را نگاه کنید) .

مثال ۲۵ . الف ــ مواضع زمین‌مرکزی‌وخورشید مرکزی عطاردرا برای ET ۱۲/۰ نوامبر ۱۹۷۸ محاسبه کنید . به‌ترتیب به‌دست می‌آوریم :

$JD = 2443\,824.5$	$E = 248^\circ.932\,38$
$T = +0.788\,624\,230$	$v = 238^\circ.250\,67$
$L = 337^\circ.053\,200$	$r = 0.415\,71$
$a = 0.387\,0986$	$u = 267^\circ.296\,53$
$e = 0.205\,630\,33$	$l - \Omega = 267^\circ.276\,24$
$i = 7^\circ.004\,337$	
$\Omega = 48^\circ.080\,736$	$l = 315^\circ.35697 = 315^\circ 21' 25''$
$M_1 = 259^\circ.926\,60$	$b = -6^\circ.99650 = -6^\circ 59' 47''$

در مثال ۱۸ . الف ، برای همین لحظه چنین به‌دست آورده‌ایم :

$$\Theta = 229^\circ.25049 \quad \text{و} \quad R = 0.98984$$

بنابراین :

$$l - \Theta = 86^\circ.10648$$

$$\tan(\lambda - \Theta) = \frac{+0.411\,6621}{+1.017\,8575}$$

$$\lambda - \Theta = 22^\circ.02037$$

$$\lambda = 251^\circ.27086$$
$$\Delta = 1.09912$$
$$\beta = -2^\circ.64058$$
$$\psi = 22^\circ.17$$

ازفرمول (۱۸–۴)، به‌دست می‌آوریم $\varepsilon = 23^\circ/4420032$. بنابر این، طبق فرمولهای (۸–۳) و (۸–۴) داریم:

$$\alpha = 249^\circ.31740 = 16\ 37^m16^s.2$$
$$\delta = -24^\circ.74770 = -24^\circ 44' 52''$$

حال نتایج خود را با مقادیری که در جدول نجومی ارائه شده مقایسه می‌کنیم:

		نتایج ما	A.E.
l	طول خورشید مرکزی	$315^\circ 21' 25''$	$315^\circ 21' 17''$
b	عرض خورشید مرکزی	$-6^\circ 59' 47''$	$-6^\circ 59' 47''$
r	بردار شعاعی	0.41571	0.41572
α	زاویهٔ بعد	$16^h 37^m 16^s.2$	$16^h 37^m 14^s.4$
δ	میل	$-24^\circ 44' 52''$	$-24^\circ 44' 39''$
Δ	فاصله تا زمین	1.09912	1.09914

خطای موجود در l مربوط به این واقعیت است که اختلالات حرکت عطارد و زمین را ندیده گرفتیم. خطای موجود در α و δ تا اندازه‌ای به‌همین دلیل مربوط است و تا اندازه‌ای نیز ارتباط به این دارد که اثر زمان سیر نور، رقص محوی و انحراف را نادیده گرفتیم.

دومین روش

دراین‌جا اجزای مداری مربوط به یک اعتدال استاندارد، مثلاً ۱۹۵۰/۰، ومختصات استوایی راستگوشه‌ای زمین مرکزی خورشید X، Y، Z، مربوط به **همان** اعتدال را به کار می‌بریم. این مختصات راستگوشه‌ای را می‌توان از **تقویم نجومی** استخراج کرد، یا با روش مشروح در فصل ۱۹ محاسبه نمود.

طول وعرض‌خورشید مرکزی سیاره یا ستارهٔ دنباله‌دار با این روش محاسبه نمی‌شوند. درعرض، مختصات استوایی راستگوشه‌ای خورشید مرکزی جسم x، y، z، را پس از این‌که زاویهٔ بعد، میل و کمیتهای دیگر با فرمولهای ساده به‌دست آمدند، محاسبه می‌کنیم.

اجزای مداری زیر داده شده‌اند :

a = نیمقطر بزرگ، برحسب AU*

e = خروج از مرکز

i = میل

ω = شناسهٔ قرین خورشید

Ω = طول گره صعودی

n = حرکت متوسط، برحسب $\frac{\text{درجه}}{\text{روز}}$

که در آنها i ، ω و Ω به یک اعتدال استاندارد مربوط می‌شوند .

اگر a و n معلوم نباشند ، می‌توان آنها را از روابط زیر محاسبه کرد :

$$a = \frac{q}{1 - e} \qquad n = \frac{0.985\,609}{a\sqrt{a}} \qquad (۱۲-۲۵)$$

که در آن q عبارت است از فاصلهٔ قرین خورشیدی برحسب AU .

به بیان دقیق ، همهٔ این اجزاء فقط برای یک لحظهٔ معین ، موسوم به **دوره**، داده شده‌اند . این اجزاء تحت اثر اختلالات سیاره‌ای به آهستگی با زمان تغییر می‌کنند . بجز درمواردی که دقت زیاد خواسته شده باشد ، این اجزاء را می‌توان در طی چندین ماه، مثلا" در هنگام ظهور کامل یک ستاره دنباله‌دار ، به‌صورت نامتغیر درنظر گرفت .

علاوه بر اجزای مداری مذکور در بالا ، مقدار آنومالی متوسط، M_0 ، دردوره ، یا زمان عبور از قرین خورشید ، T ، نیز داده می‌شود . این مطلب محاسبهٔ آنومالی متوسط، M ، را درهر لحظهٔ مفروض جایز می‌دارد . آنومالی متوسط n درجه‌در هرروز اضافه شده ، و درزمان T صفر می‌شود .

اجزای مداری یک سیارهٔ کوچک یایک ستارهٔ دنباله‌دار تناوبی داده شده‌اند . موضع زمین مرکزی‌را برای یک تاریخ معین می‌توان به‌صورت زیر محاسبه کرد . نخست باید کمیت‌های a ، b ، c و زوایای A ، B ، C را که برای یک مدار مفروض ثابت هستند ، حساب کنیم .

فرض‌کنید ε تمایل دایره‌البروج باشد . اگراجزای مداری به‌اعتدال استاندارد ۱۹۵۰/۰ مربوط شوند باید مقدار زیر را به‌کاربرد :

$$\varepsilon_{1950} = 23^\circ\!.445\,7889$$

---

* فاصلهٔ زمین تاخورشید را بعنوان واحد فاصله نجومی درنظر می‌گیرند . م .

(Astronomical Unit, **AU**)

سپس عبارات زیر را محاسبه می‌کنیم :

$$\begin{array}{l|l} F = \cos\Omega & P = -\sin\Omega\cos i \\ G = \sin\Omega\cos\varepsilon & Q = \cos\Omega\cos i\cos\varepsilon - \sin i\sin\varepsilon \\ H = \sin\Omega\sin\varepsilon & R = \cos\Omega\cos i\sin\varepsilon + \sin i\cos\varepsilon \end{array}$$

بعنوان بررسی ،داریم : $P^2 + Q^2 + R^2 = 1, \quad F^2 + G^2 + H^2 = 1$

لیکن در یک برنامه به این محاسبه احتیاجی نیست .

دراین صورت‌کمیتهای a ، b ، c ، A ، B ، C توسط فرمولهای‌زیر به‌دست می‌آیند :

$$\left.\begin{array}{ll} \tan A = \dfrac{F}{P} & a = \sqrt{F^2 + P^2} \\ \tan B = \dfrac{G}{Q} & b = \sqrt{G^2 + Q^2} \\ \tan C = \dfrac{H}{R} & c = \sqrt{H^2 + R^2} \end{array}\right\} \qquad (۱۳-۲۵)$$

کمیتهای a ، b ، c باید مثبت درنظر گرفته شوند ، درحالی‌که زوایای A ، B ، C را باید مطابق قواعد زیر ،در ربع صحیح قرار داد :

$\sin A$ همان علامت $\cos\Omega$ را دارد .

$\sin B$ و $\sin C$ همان علامت $\sin\Omega$ را دارند .

گرچه ، بهتراست دوباره تبدیل مختصات راستگوشه‌ای به قطبی را برای F و P ، G و Q و H و R به‌کار بریم .این روند نه تنها زوایای A ، B ، C را در ربع صحیح قرار خواهد داد ،بلکه درعین حال مقادیر a ، b ، c رانیز ارائه خواهد کرد ،ولذا چند مرحله دربرنامه صرفه‌جویی می‌شود .

برای هر موضع مطلوب ،آنومالی متوسط جسم ، M ،سپس آنومالی خارج از مرکز ، E ، (فصل ۲۲ رانگاه کنید)و آنومالی حقیقی ، v ،را از فرمول (۲۵-۱)و بردار شعاعی ، r ،را از فرمول (۲۵-۲)محاسبه کنید .در این صورت مختصات استوایی راستگوشه‌ای خورشید مرکزی جسم با دستورات زیر داده می‌شوند :

$$\left.\begin{array}{l} x = r\,a\,\sin(A + \omega + v) \\ y = r\,b\,\sin(B + \omega + v) \\ z = r\,c\,\sin(C + \omega + v) \end{array}\right\} \qquad (۱۴-۲۵)$$

بررسی‌این فرمولها هنگامی‌که مختصات راستگوشه‌ای برای چندین موضع جسم مطلوب

باشد، مشاهده می‌شود. کمیتهای کمکی a ، b ، c ، A ، B ، C توابعی صرفا" از Ω ، i و ε هستند و بنابر این برای همهٔ زیجها ثابت می‌باشند؛ برای هر موضع فقط باید مقادیر v و r را محاسبه کرد. گرچه، این نکته را باید تذکر داد که Ω ، i و ω تنها در صورتی ثابتند که جسم در یک مدار بدون اختلال واقع باشد.

برای همین لحظه، مختصات راستگوشه‌ای خورشید، X ، Y ، Z ، (فصل ۱۹) را محاسبه، یا آنها را از تقویم نجومی استخراج کنید. در این صورت زاویه بعد α و میل δ زمین مرکزی مربوط به سیاره یا ستارهٔ دنباله‌دار از فرمولهای زیر محاسبه می‌شوند:

$$\left.\begin{aligned} \tan\alpha &= \frac{Y+y}{X+x} \\ \Delta^2 &= (X+x)^2 + (Y+y)^2 + (Z+z)^2 \\ \sin\delta &= \frac{Z+z}{\Delta} \end{aligned}\right\} \qquad (۱۵-۲۵)$$

که در آنها Δ فاصلهٔ جسم تا زمین است و بنابر این مثبت می‌باشد. ربع صحیح α با این حقیقت مشخص می‌شود که $\sin\alpha$ همان علامت $(Y+y)$ را دارد؛ گر چه، بار دیگر به کار بردن تبدیل مختصات راستگوشه‌ای به قطبی درصورت و مخرج کسر، بدون هیچ امتحانی α را در ربع صحیح قرار خواهد داد.

اگر α منفی باشد ۳۶۰ درجه به آن بیفزایید. سپس α را باتقسیم کردن بر ۱۵ از درجه به ساعت تبدیل کنید.

کشیدگی خورشیدی، ψ ، و زاویهٔ شکل، β ، (از زاویهٔ خورشید ــ جسم ــ زمین) را می‌توان از روابط زیر محاسبه کرد:

$$\cos\psi = \frac{(X+x)X + (Y+y)Y + (Z+z)Z}{R\Delta} = \frac{R^2 + \Delta^2 - r^2}{2R\Delta}$$

$$\cos\beta = \frac{(X+x)x + (Y+y)y + (Z+z)z}{r\Delta} = \frac{r^2 + \Delta^2 - R^2}{2r\Delta}$$

که در آنها $R=\sqrt{X^2+Y^2+Z^2}$. زوایای ψ و β هر دو بین ۰ و ۱۸۰+ درجه قرار دارند.

دراین صورت قدر، به‌صورت زیر محاسبه می‌شود. درمورد یک ستارهٔ دنباله‌دار، قدر کلی با فرمول زیر داده می‌شود:

$$m = g + 5\log\Delta + \kappa\log r \qquad (۱۶-۲۵)$$

g قدرمطلق و κ ثابتی است که برای هر ستارهٔ دنباله‌داری متفاوت می‌باشد. در حالت کلی، κ عددی بین ۵ و ۱۵ می‌باشد.

در مورد یک سیارهٔ کوچکتر، داریم :

$$m = g + 5 \log r\Delta + k\beta$$

که β زاویهٔ شکل برحسب درجه، و k ضریب شکل است. بطور کلی برای سیارات کوچکتر مقدار $k = ۰/۰۲۳$ به‌کار می‌رود؛ هرچند که برای بعضی از اجسام، مقادیر بزرگتری به‌دست آمده‌اند، مثلاً" برای سِرِس[1] مقدار ۰/۰۴۹ به‌دست آمده است.

مثال ۲۵ . ب ــ موضع زمین مرکزی اِروس[2] ۴۳۳ را برای ۱۱/۰ ET فوریه ۱۹۷۵، با به‌کار بردن اجزای مداری زیر محاسبه کنید (IAUC ۲۷۲۲) :

دوره = 1975 ژانویهٔ 28.0 ET
T = 1975 ژانویهٔ 24.70450 ET
a = 1.457 9641 AU
e = 0.222 7021
i = 10°82772
ω = 178°44991
Ω = 303°83085
دایره‌البروج‌واعتدال 1950.0
n = 0.559 865 65 روز / درجه
g = 12.4 (عکاسی)

ابتدا ثابتهای کمکی مدار را محاسبه می‌کنیم :

F = +0.556 742 97 $\quad$ P = +0.815 895 71
G = −0.762 100 94 $\quad$ Q = +0.426 938 36
H = −0.330 513 88 $\quad$ R = +0.389 920 29

ازآن‌جا، طبق فرمولهای (۲۵ــ۱۳)، داریم :

A = +34°30847 $\quad$ a = 0.987 749 23
B = −60°74191 $\quad$ b = 0.873 541 19
C = −40°28610 $\quad$ c = 0.511 152 87

برای تاریخ داده شده (۱۱/۰ فوریه ۱۹۷۵)، زمان گذشته از قرین خورشید ۱۷/۲۹۵۵۰+ روز است. بنابر این آنومالی متوسط عبارت است از :

$$M = 17.29550 \times 0°559\,865\,65 = +9°683\,156$$

سپس به‌دست می‌آوریم :

E = 12°429 591 $\quad$ x = −0.841 5580
v = 15°554 375 $\quad$ y = +0.725 7529
r = 1.140 8828 $\quad$ z = +0.258 2179

---

1. Ceres. 2. Eros 433.

مختصات استوایی راستگوشه‌ای زمین‌مرکزی خورشید برای این‌تاریخ، مربوط به‌همان اعتدال استاندارد (۱۹۵۰/۰)، از تقویم نجومی استخراج شده‌اند:

$X = +0.770\,0006 \qquad Y = -0.566\,4014 \qquad Z = -0.245\,6064$

سپس بازهم به‌دست می‌آوریم:

$$X + x = -0.071\,5574$$
$$Y + y = +0.159\,3515$$
$$Z + z = +0.012\,6115$$
$$R = 0.986\,9316$$
$$\Delta = 0.175\,1354$$
$$\alpha_{1950} = 114^\circ.182\,647 = 7^h36^m44^s$$
$$\delta_{1950} = +4^\circ07'.8$$
$$\psi = 149^\circ.19$$
$$\beta = 26^\circ.30$$
$$\text{قدر} = 9.5$$

بعنوان تمرین، با به کار بردن اجزای مداری زیر، یک زیج را برای سیارهٔ کوچک باربارا[1] ۲۳۴، محاسبه کنید:

$$\text{دوره} = 1979\ \text{November}\ 23.0\ ET$$
$$M_0 = 34^\circ.88670$$
$$a = 2.384\,8264$$
$$e = 0.245\,6180$$
$$\left.\begin{aligned} i &= 15^\circ.38354 \\ \omega &= 191^\circ.11341 \\ \Omega &= 144^\circ.17952 \end{aligned}\right\} \text{دایره‌البروج‌واعتدال } 1950.0$$
$$n = 0^\circ.267\,620\,22$$

نتایج خودرا بازیج زیر، که درکتاب زیج سیارات‌کوچک برای ۱۹۷۹[2] (لنینگراد[3]، ۱۹۷۸) منتشر شده، مقایسه کنید:

0^h ET		α_{1950}	δ_{1950}
سپتامبر ۱۹۷۹	4	$1^h24^m.8$	$-9^\circ19'$
	14	1 24.6	−12 14
	24	1 21.0	−15 04
اکتبر	4	1 15.2	−17 30
	14	1 08.4	−19 15
	24	1 02.2	−20 11
نوامبر	3	0 57.9	−20 17
	13	0 56.2	−19 39

---

1. Barbara 234.
2. Ephemerides of Minor Planets for 1979.
3. Leningrad.

معادلهٔ مرکز

اگر خروج ازمرکز مدار کوچک باشد ،آن‌گاه می‌توان به‌جای حل معادلهٔ کپلر (فصل ۲۲) و سپس به کار بردن فرمول (۲۵–۱) ،معادلهٔ مرکز ، C ،یا $v-M$ ،را به کمک فرمول زیر مستقیما" برحسب e و M به‌دست آورد .

$$C = (2e - \frac{e^3}{4} + \frac{5}{96}e^5) \sin M + (\frac{5}{4}e^2 - \frac{11}{24}e^4) \sin 2M$$
$$+ (\frac{13}{12}e^3 - \frac{43}{64}e^5) \sin 3M + \frac{103}{96}e^4 \sin 4M + \frac{1097}{960}e^5 \sin 5M$$

نتیجه برحسب **رادیان** بیان‌شده ،و بنابراین برای تبدیل‌آن به‌درجه باید در $\frac{180}{\pi}$ یا ۵۷/۲۹۵۷۷۹۵۱ ضرب شود .این فرمول از یک بسط سری نتیجه شده ،و جملهٔ e^5 به‌بعد آن حذف شده است .بنابر این ،این فرمول تنها برای مقادیر کوچک خروج از مرکز مناسب می‌باشد .اگر خروج ازمرکز **خیلی** کوچک باشد ،جملات برحسب e^4 و e^5 را نیز می‌توان حذف کرد .

بزرگترین خطا عبارت است از :

		فرمول تا جملات e^5	فرمول با جملات حذف شده e^4 و e^5
برای	$e = 0.03$	0.″0003	0.″24
	0.05	0.007	1.8
	0.10	0.45	30
	0.15	5	152
	0.20	29	483
	0.25	111	1183
	0.30	331	2456

مثال ۲۵.ج ــ مانند مثال ۲۵ .الف ،مقادیر $e=$ ۰/۲۰۵۶۳۰۳۳ و $M=$ ۲۵۹°/۹۲۶۶۰ را فرض کنید .

در این صورت فرمول فوق ،می‌دهد : $C = -$ ۰/۳۷۸۴۵۶۸۸ رادیان
$= -$ ۲۱°/۶۸۴۱۵

ازآن‌جا : $v = M + C =$ ۲۳۸°/۲۴۲۴۵ .

مقدار صحیح ،که در مثال ۲۵ .الف به‌دست آمد ،عبارت است از ۲۳۸°/۲۵۰۶۷ .بنابراین، در این حالت خطا ۰/۰۰۸۲۲ درجه یا "۳۰ می‌باشد .

۲۶

حرکت سهموی

در این فصل فرمولهایی برای محاسبهٔ موضع یک ستارهٔ دنباله‌دار، که حول خورشید روی یک مدار سهموی حرکت می‌کند، ارائه خواهیم کرد. فرض می‌کنیم که اجزای این مدار نامتغیرند (اختلالات سیاره‌ای ندارند) ومربوط به‌یک اعتدال استاندارد (مثلاً ۱۹۵۰/۰) می‌باشند.

اجزای مداری زیر داده شده‌اند:

T = زمان عبور از قرین خورشید

q = فاصلهٔ قرین خورشیدی، برحسب AU

i = میل

ω = شناسهٔ قرین خورشید

Ω = طول گره صعودی

نخست، ثابتهای کمکی a، b، c، A، B، C را، همانند یک مدار بیضوی، محاسبه می‌کنیم: فرمولهای (۲۵–۱۳) را نگاه کنید. سپس برای یافتن هر موضع مطلوب از ستارهٔ دنباله‌دار، به‌صورت زیر عمل می‌کنیم.

فرض کنید $t - T$ زمان گذشته از قرین خورشید، برحسب روز باشد. این کمیت برای لحظه‌ای قبل از زمان قرین خورشیدی منفی است. کمیت زیر را محاسبه می‌کنیم:

$$W = \frac{0.036\,491\,1624}{q\sqrt{q}}(t - T) \qquad (۱-۲۶)$$

دراین صورت آنومالی حقیقی، v، و بردارشعاعی، r، مربوط به ستارهٔ دنباله‌دار، توسط فرمولهای زیر داده می‌شوند:

$$\tan\frac{v}{2} = s \qquad r = q(1 + s^2) \qquad (۲-۲۶)$$

که s عبارت است از ریشهٔ معادلهٔ:

$$s^3 + 3s - W = 0 \qquad (۳-۲۶)$$

این معادله را می‌توان به آسانی باروند تکرار حل کرد. می‌توان روند تکرار را با هر مقدار برای s شروع کرد؛ انتخاب خوب عبارت است از $s = 0$. در این صورت یک مقدار بهتر برای s از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\frac{2s^3 + W}{3(s^2 + 1)} \qquad (۴-۲۶)$$

این محاسبه تا زمانی که مقدار صحیح s به‌دست آید، تکرار می‌شود. باید توجه کرد که در فرمول (۲۶-۴) مکعب s را باید محاسبه نمود؛ در بعضی از ماشینهای محاسب، اگر s منفی باشد این عمل ممکن نیست؛ در این حالت، به‌جای s^3، مقدار $s^2 \times s$ را محاسبه کنید.

به‌جای حل‌کردن معادلهٔ (۲۶-۳) بوسیلهٔ تکرار، s را می‌توان مستقیما "به‌صورت زیر به‌دست آورد (جی. باشینگر، **جدولهای نجوم نظری**، صفحهٔ ۹، لیپزیک، ۱۹۳۴)[1]

$$\tan\beta = \frac{2}{W} = 54.807\,791\,\frac{q\sqrt{q}}{t - T}$$

$$\tan\gamma = \sqrt[3]{\tan\frac{\beta}{2}} \qquad (۵-۲۶)$$

$$s = \frac{2}{\tan 2\gamma}$$

برای محاسبهٔ $\tan\gamma$، باید ریشهٔ سوم یک کمیت را که امکان دارد منفی باشد، استخراج کنیم. دراین حالت، این عمل دربیشتر ماشینهای محاسب غیرممکن است. اشکال را می‌توان بااستفاده از یک آزمایش، علامت، یا هر کلک دیگری برطرف نمود. برای نمونه، دراین‌جادوطریقه برای محاسبهٔ ریشهٔ‌سوم یک‌عدد دلخواه در ماشین محاسب HP-67 ارائه شده است:

1. J.Bauschinger, Tafeln Zur Theoretischen Astronomie, Leipzig, 1934.

روش اول	روش دوم
$f\ x < 0$	h ABS
h SF 2	h LST x
h ABS	:
3	h LST x
$h\ 1/x$	h ABS
$h\ y^x$	3
h F? 2	$h\ 1/x$
CHS	$h\ y^x$
	×

گرچه، موءلف فرمول‌تکرار (۲۶–۴) راکه بدون هیچ‌اشکالی کار می‌کند، ترجیح‌می‌دهد. وقتی که s به‌دست آمد، v و r را نیز می‌توان از فرمول (۲۶–۴) به‌دست آورد. پس از آن، محاسبه همان‌گونه که برای حرکت بیضوی گفته شد (: فرمولهای (۲۵–۱۴) و (۲۵–۱۵))، ادامه می‌یابد.

باید تذکر داد که s همان علامت $t - T$ را دارد. و بنابر این قبل از قرین خورشید منفی و بعد از آن مثبت می‌باشد.

در حرکت سهموی $e=1$ در حالی که a و دورهٔ تناوب گردش نامحدودند؛ حرکت متوسط روزانه صفر است وبنابر این آنومالیهای متوسط و خارج از مرکز وجود ندارند (در حقیقت، صفر می‌باشند).

مثال ۲۶.الف ــ موضع زمین مرکزی ستارهٔ دنباله‌دار کُهلر[1] ($1977m$) را در ۲۹/۰ ET سپتامبر ۱۹۷۷ با به کار بردن اجزای سهموی زیر محاسبه کنید (IAUC ۳۱۳۷):

T = 1977 نوامبر 10.5659 ET
q = 0.990 662
i = 48°.7196
ω = 163.4799 } 1950.0
Ω = 181.8175

قدر = 6.0 + 5 log Δ + 10 log r

ابتدا ثابتهای کمکی مدار را محاسبه می‌کنیم:

F = −0.999 496 92	P = +0.020 924 49
G = −0.029 097 47	Q = −0.903 973 29
H = −0.012 619 22	R = +0.427 076 64

---

1. Kohler.

ازآن‌جا ،طبق فرمولهای (۲۵–۱۳) داریم :

$$A = -\ 88^\circ.800\ 69 \qquad a = 0.999\ 715\ 92$$
$$B = -178^\circ.156\ 38 \qquad b = 0.904\ 441\ 47$$
$$C = -\ \ 1^\circ.692\ 48 \qquad c = 0.427\ 263\ 04$$

برای تاریخ داده شده (۲۹/۰ سپتامبر ۱۹۷۷) ،زمان گذشته ازقرین خورشید عبارت است از :

روز ۴۲/۵۶۵۹ – = $t - T$ بنابر این ،طبق فرمول (۲۶–۱) ،داریم :

$$W = -1.575\ 2927$$

باشروع ازمقدار ۰= s ،به‌کمک فرمول تکرار (۲۶–۴) ،تقریبات متوالی زیررا به‌دست می‌آوریم :

$$\begin{array}{r} 0.000\ 0000 \\ -0.525\ 0976 \\ -0.487\ 2672 \\ -0.486\ 6745 \\ -0.486\ 6743 \end{array}$$

لذا ، ۰۹۴۸۶۶۷۴۳ – = s ،و درنتیجه :

$$v = -51^\circ.90199 \qquad r = 1.225\ 3022$$

اگر به‌جای روند تکرار ،فرمولهای (۲۶–۵) را ترجیح دهیم ،به‌ترتیب به‌دست می‌آوریم :

$$\tan \beta = -1.269\ 6053$$
$$\beta = -51^\circ.774\ 3927$$
$$\tan \gamma = \sqrt[3]{-0.485\ 2978} = -0.785\ 8436$$
$$\gamma = -38^\circ.161\ 8063$$

$s = -0.486\ 6743$ ، همانند قبل .

سپس ،از فرمولهای (۲۵–۱۴) ،به‌دست می‌آوریم :

$$x = +0.474\ 2398$$
$$y = -1.016\ 9032$$
$$z = +0.492\ 3109$$

مختصات استوایی راستگوشه‌ای زمین‌مرکزی خورشید برای‌تاریخ داده شده ،که‌مربوط‌به‌همان اعتدال استاندارد (۱۹۵۰/۰) می‌باشند ،از **تقویم نجومی** به‌صورت‌زیراستخراج‌شده‌اند :

$$X = -0.997\ 3057$$
$$Y = -0.085\ 7667$$
$$Z = -0.037\ 1837$$

در این‌صورت به دست می‌آوریم :

$$X + x = -0.523\,0659$$

$$Y + y = -1.102\,6699 \qquad R = 1.001\,6772$$

$$Z + z = +0.455\,1272 \qquad \Delta = 1.302\,5435$$

$$\alpha_{1950} = -115^{\circ}.377\,936 = 16^{h}18^{m}29^{s}$$

$$\delta_{1950} = +20^{\circ}27'.1$$

$$\psi = 62^{\circ}.66$$

قدر = 7.5

۲۷

سیارات در قرین خورشید و بعید خورشید

روزژولینی متناظر با زمانی را که یک سیاره در قرین خورشید یا بعید خورشید است، می‌توان از فرمولهای زیر محاسبه کرد:

عطارد	$JD = 2414\,995.007 + 87.969\,349\,97\,k$
زهره	$JD = 2415\,112.001 + 224.700\,8454\,k - 0.000\,000\,0304\,k^2$
زمین	$JD = 2415\,021.546 + 365.259\,6413\,k + 0.000\,000\,0152\,k^2$
مریخ	$JD = 2415\,097.251 + 686.995\,8091\,k - 0.000\,000\,1221\,k^2$
مشتری	$JD = 2416\,640.884 + 4332.894\,375\,k + 0.000\,1222\,k^2$
زحل	$JD = 2409\,773.47 + 10\,764.180\,10\,k + 0.001\,3033\,k^2$

که k برای قرین خورشید یک‌عدد صحیح و برای بعیدخورشید عدد صحیحی است که به‌آن دقیقا" ۰/۵ اضافه شده است.

هر مقدار دیگر برای k نتیجه‌ای بی‌معنی خواهد داد!

یک مقدار مثبت (منفی) برای k تاریخی بعد از (قبل از) شروع سال ۱۹۰۰ راخواهد داد.

مثلا" $k = +۱۴$ و $k = -۲۲۲$ عبورهای قرین خورشیدی را ارائه می‌کنند، درحالی‌که $k = +۲۷/۵$ و $k = -۱۱۹/۵$ عبورهای بعید خورشیدی را می‌دهند.

یک‌مقدار **تقریبی** برای k را می‌توان به‌صورت‌زیربه‌دست آورد ،که‌اگر لازم شد ، "سال" را باید با اعداد اعشاری درنظر گرفت .

عطارد	$k \simeq 4.15201$ (سال - 1900)
زهره	$k \simeq 1.62549$ (سال - 1900)
زمین	$k \simeq 0.99997$ (سال - 1900)
مریخ	$k \simeq 0.53166$ (سال - 1900)
مشتری	$k \simeq 0.08430$ (سال - 1900)
زحل	$k \simeq 0.03393$ (سال - 1900)

مثال ۲۷ .الف ــ نزدیکترین زمان عبور قرین خورشیدی زهره به ۱۵ اکتبر ۱۹۷۸ ،یعنی ۱۹۷۸/۷۹ ،را به‌دست آورید .مقدار تقریبی k به‌صورت زیر داده می‌شود .

$$k \simeq 1.62549\ (1978.79 - 1900) = 128.07$$

وچون k باید یک عدد صحیح باشد (قرین خورشید!) ،مقدار $k=$ ۱۲۸ را اختیار می‌کنیم . با قرار دادن این مقدار در فرمول مربوط به زهره ،به‌دست می‌آوریم :

JD = 2443 873.709

که با ۳۱/۰۲۹ دسامبر ۱۹۷۸= ۳۱ دسامبر ۱۹۷۸ در ET 5^h ،متناظر است .

مثال ۲۷ . ب ــ زمان عبور بعید خورشیدی مریخ در ۱۹۷۸ را به‌دست آورید .
بااختیار کردن ۱۹۷۸= سال ،به‌دست می‌آوریم $k \simeq$ ۴۱/۴۷ .چون k بایدیک عددصحیح باشد که ۰/۵ به آن اضافه شده (بعید خورشید!) ،اختیار می‌کنیم $k=$ ۴۱/۵ .
با استفاده از فرمول مربوط به‌مریخ ،نتیجه می‌شود JD =۲۴۴۳۶۰۷/۵۷۷ ،که‌با ۹/۰۷۷ آوریل ۱۹۷۸ یا ۹ آوریل ۱۹۷۸ در ET 2^h متناظر است .

تذکر این‌مطلب مهم است‌که فرمول داده‌شده برای زمین عملا" برای ***گرانیگاه*** سیستم زمین ــ ماه معتبر می‌باشد .بعلت عمل ماه ،ممکن‌است زمان کمترین یا بیشترین فاصله بین مراکز خورشید و زمین ،از آنچه که برای گرانیگاه آنها وجود دارد ،بیشتر از یک روز تفاوت داشته باشد . برای نمونه ، در فرمول مربوط به زمین ، $k = 78$ نتیجه می‌دهد JD =۲۴۴۳۵۱۱/۸۰ ،که با ۳/۳۰ ژانویهٔ ۱۹۷۸ متناظر است ،در حالی که لحظهٔ صحیح برای زمین ۱ ژانویه در 23^h است .

بعلت اختلالات سیاره‌ای متقابل، امکان دارد لحظات مربوط به مشتری، که از روش شرح داده شده دراین‌جا محاسبه شده‌اند، تا حدود نیم ماه خطاداشته باشند. برای زحل، ممکن است خطا بیشتر از یک ماه باشد.

برای نمونه، قراردادن $k = ۶/۵$ درفرمول مربوط به‌مشتری، ۱۹ ژوئیه ۱۹۸۱ رابعنوان تاریخ یک‌عبور بعید خورشیدی می‌دهد، در حالی‌که تاریخ صحیح ۲۸ژوئیه ۱۹۸۱ می‌باشد. برای زحل، $k = ۲$ تاریخ ۳۰ ژوئیه ۱۹۴۴ را نتیجه می‌دهد، در حالی که‌سیاره عملا" در ۸ سپتامبر ۱۹۴۴ به قرین خورشید رسیده است.

برای اورانوس و نپتون خطا حتی از اینها نیز بزرگتر خواهد بود. به این دلیل هیچ فرمولی برای این سیارات ارائه نمی‌شود. اورانوس در ۱۹مه ۱۹۶۶ به قرین خورشیدرسیده و در ۲۷ فوریه ۲۰۰۹ در بعید خورشید خواهد بود.

۲۸

عبور از میان گرهها

اگر اجزای مداری یک سیاره یا ستارهٔ دنباله‌دار معلوم باشند، زمان عبور آن جسم از میان گرههای مدارش، t، را می‌توان بسادگی به‌صورت زیر محاسبه کرد:

داریم:

در گره صعودی: $v = -\omega$ یا $360° - \omega$

در گره نزولی: $v = 180° - \omega$

که درآنها، همانند گذشته، v آنومالی حقیقی و ω شناسهٔ قرین خورشید است. سپس با این مقادیر از v، محاسبه را به صورت زیر ادامه می‌دهیم:

حالت مدار بیضوی

$$\tan\frac{E}{2} = \sqrt{\frac{1-e}{1+e}}\tan\frac{v}{2} \qquad (۱-۲۸)$$

$$M = E - e_o \sin E$$

$$t = T + \frac{M}{n} \quad \text{روز} \qquad (۲-۲۸)$$

که e عبارت است از خروج از مرکز مداری، در حالی که e_0 همان e است که از رادیان به‌درجه تبدیل شده است، یعنی:

$$e_0 = e \times 57^\circ.295\,779\,51$$

در فرمول (۲۸-۱)، E باید برحسب درجه بیان شود. در فرمول (۲۸-۲)، T زمان عبور قرین خورشیدی است و M برحسب درجه بیان می‌شود، در حالی که n حرکت متوسط برحسب $\frac{\text{درجه}}{\text{روز}}$ می‌باشد.

مقدار متناظر با بردار شعاعی، r، را می‌توان از روابط زیر محاسبه کرد:

$$r = a\,(1 - e \cos E)$$

که در آن a نیمقطر بزرگ، برحسب واحد نجومی، می‌باشد.

اگر a و n داده نشده باشند، می‌توان آنها را از روابط زیر محاسبه کرد:

$$a = \frac{q}{1 - e} \qquad\qquad n = \frac{0.985\,609}{a\sqrt{a}}$$

که q فاصلهٔ قرین خورشیدی برحسب واحد نجومی می‌باشد.

حالت مدار سهموی

$$s = \tan\frac{v}{2}$$

$$t = T + 27.403\,896\,(s^3 + 3s)\,q\sqrt{q} \quad \text{روز}$$

که فاصلهٔ قرین خورشیدی، q، برحسب AU بیان شده است. مقدار متناظر با بردار شعاعی عبارت است از:

$$r = q\,(1 + s^2)$$

تذکر ـ گرهها مربوط به دایره البروج همان دوره‌ای می‌شوند که اعتدال به‌کار رفته برای اجزای مداری، به‌آن مربوط است. مثلاً، اگر اجزای مداری به اعتدال استاندارد ۱۹۵۰/۰ مربوط باشند، فرمولهای مذکور در بالا نیز عبور از میان گرهها در دایره البروج ۱۹۵۰/۰ را ارائه می‌کنند، نه در دایره البروج تاریخ. عموماً، بجز وقتی که میل خیلی کوچک باشد. می‌توان از این اختلاف صرف‌نظر کرد.

مثال ۲۸ .الف ــ همان اجزای‌مداری مثال ۲۵ .ب رابرای سیارهٔ‌کوچک اروس به کار می‌بریم.

T = 1975 ژانویهٔ 24.70450 ET
ω = 178°.44991
e = 0.222 7021
n = 0°.559 865 65 در روز
a = 1.457 9641 AU

برای عبور از گره نزولی ،داریم :

$$v = 180° - \omega = 1°.55009$$
$$\tan\frac{E}{2} = 0.797\,3214 \times 0.013\,5279 = 0.010\,7861$$
$$E = 1°.235\,9474$$
$$M = 1°.235\,9474 - (0.222\,7021 \times 57°.295\,779\,51)\ \sin 1°.2359474$$
$$= 0°.960\,7206$$
$$t = T + \frac{0.960\,7206}{0.559\,865\,65} = T + 1.71598 \text{ روز}$$
$$= 1975 \text{ ژانویهٔ } 26.4205$$
$$r = 1.13335 \text{ AU}$$

مشابها" برای گره صعودی به‌دست می‌آوریم :

$v = -\omega = -178°.44991$
$E = -178°.05595$
$M = -177°.62308$
$t = T - 317.26019$ روز = 1974 مارس 13.4443
$r = 1.78247$ AU

مثال ۲۸ . ب ــ ستارهٔ دنباله‌دار کهلر (m ۱۹۷۷) .همان اجزای مداری مثال ۲۶ .الف را به‌کار می‌بریم :

T = 1977 نوامبر 10.5659 ET
q = 0.990 662 AU
ω = 163°.4799

برای گره صعودی ،داریم :

$v = 180° - \omega = 16°.5201$
$s = +0.145\,1722$
$t = T + 11.8507$ روز
= 1977 نوامبر 22.4166 ET
$r = 1.0115$ AU

در گره نزولی داریم :

$v = -\omega = -163°.4799$
$s = -6.888\,371$
$t = T - 9390.2$ روز
= 1952 فوریه 25
$r = 47.997$ AU

مثال ۲۸.ج ــ نزدیکترین زمان عبورزهره، از گره صعودی، به دورهٔ ۱۹۷۹/۰ را محاسبه کنید.

اجزای داده شده در جدول ۲۳.الف را به‌کار می‌بریم. در آن‌جا به‌دست آوردیم:

$n = 1.602\,133$ ، که از آن‌جا $a = 0.723\,3316$

$e = 0.006\,820\,69 - 0.000\,047\,74\,T + 0.000\,000\,091\,T^2$

$\omega = 54^\circ.384\,186 + 0^\circ.508\,1861\,T - 0.001\,3864\,T^2$

اجزای e و ω باگذشت زمان تغییر می‌کنند. مقادیر آنها را برای دورهٔ ۱۹۷۹/۰، یعنی برای $T = +0/79$ محاسبه می‌کنیم. به‌دست می‌آوریم:

$e = 0.006\,783\,03$ $\qquad$ $\omega = 54^\circ.784\,788$

آن‌گاه به‌ترتیب حاصل می‌شود:

$v = -\omega = -54^\circ.784\,788$ $\qquad$ $M = -54^\circ.151\,620$

$E = -54^\circ.467\,890$ $\qquad$ $t = T - 33.7997$ روز

در مثال ۲۷.الف، برای زمان عبور قرین خورشیدی زهره ۳۱/۲۰۹ دسامبر ۱۹۷۸ = T را به دست آوردیم. بنابر این، داریم:

27 نوامبر 1978 در 10^h ET $\qquad$ یا $\qquad$ $t =$ 1978 نوامبر 27.409

۲۹

تصحیح اختلاف منظر

می‌خواهیم مختصات مکان مرکزی یک جسم (ماه، خورشید، سیاره، ستارهٔ دنباله‌دار) را هنگامی‌که مختصات زمین مرکزی آن معلومند، محاسبه کنیم. **زمین مرکزی** = همان‌گونه‌که ازمرکز زمین دیده می‌شود؛ **مکان مرکزی** = همان‌گونه که‌از مکان ناظر دیده می‌شود (درزبان یونانی: *topos* = مکان؛ با Topology مقایسه کنید).

بعبارت دیگر می‌خواهیم تصحیحات $\Delta\alpha$ و $\Delta\delta$ (اختلاف منظر در زاویهٔ بعد و میل) را به منظور به‌دست آوردن زاویه بعد مکان مرکزی، $\alpha' = \alpha + \Delta\alpha$ و میل مکان مرکزی، $\delta' = \delta + \Delta\delta$ هنگامی که مقادیر زمین مرکزی α و δ معلومند، پیداکنیم.

فرض کنید ρ شعاع زمین مرکزی و ϕ' عرض زمین مرکزی ناظر باشد. عبارات $\rho\sin\phi'$ و $\rho\cos\phi'$ را می‌توان با روش مشروح در فصل ۶ محاسبه کرد.

فرض کنید π اختلاف منظر افقی استوایی جسم باشد. اکثر اوقات برای خورشید، سیارات و ستاره‌های دنباله‌دار، مناسبتر است که به‌جای اختلاف منظر، فاصله تا زمین، Δ، (برحسب واحد نجومی) را به‌کار بریم. در این صورت داریم:

$$\sin\pi = \frac{\sin 8''.794}{\Delta}$$

یا، با دقت کافی، داریم:

$$\pi = \frac{8''.794}{\Delta} \qquad (۲۹-۱)$$

دراین صورت، اگر H زاویهٔ ساعتی زمین مرکزی باشد، فرمولهای دقیق عبارت خواهندبود از:

$$\tan \Delta\alpha = \frac{-\rho \cos \phi' \sin \pi \sin H}{\cos \delta - \rho \cos \phi' \sin \pi \cos H} \qquad (۲۹-۲)$$

درمورد میل، به‌جای محاسبه $\Delta\delta$، می‌توانیم δ' رامستقیما" ازفرمول زیرمحاسبه‌کنیم:

$$\tan \delta' = \frac{(\sin \delta - \rho \sin \phi' \sin \pi) \cos \Delta\alpha}{\cos \delta - \rho \cos \phi' \sin \pi \cos H} \qquad (۲۹-۳)$$

اغلب می‌توان فرمولهای غیردقیق زیر را، بجز برای ماه، به‌جای فرمولهای (۲۹-۲) و (۲۹-۳) به‌کاربرد:

$$\Delta\alpha = \frac{-\pi \rho \cos \phi' \sin H}{\cos \delta} \qquad (۲۹-۴)$$

$$\Delta\delta = -\pi (\rho \sin \phi' \cos \delta - \rho \cos \phi' \cos H \sin \delta) \qquad (۲۹-۵)$$

اگر π برحسب ثانیهٔ درجه (") بیان شود، آن‌گاه $\Delta\alpha$ و $\Delta\delta$ نیز برحسب این واحد بیان می‌شوند. برای بیان $\Delta\alpha$ برحسب ثانیهٔ زمان، نتیجه را بر ۱۵ تقسیم کنید.

مثال ۲۹. الف ــ مختصات مکان مرکزی مریخ را در ۱۲ اوت ۱۹۷۱ در UT $2^h 34^m 00^s$ در رصدخانهٔ Uccle، که برای آن مقادیر زیر را داریم، محاسبه کنید:

$$\rho \sin \phi' = +0.771\,306$$
$$\rho \cos \phi' = +0.633\,333$$
$$L = \text{قدر} = -0^h 17^m 26^s$$

مختصات استوایی زمین مرکزی مریخ برای لحظهٔ داده شده، که از **تقویم نجومی** درونیابی شده، عبارتند از:

$$\alpha = 21^h 24^m 46^s.85, \qquad \delta = -22°24'09''.9$$

فاصلهٔ سیاره در آن لحظه عبارت است از ۰/۳۷۵۷ AU و بنابر این، طبق فرمول (۲۹-۱)، اختلاف منظر افقی استوایی آن $\pi = 23''/41$ می‌باشد.

هنوز به زاویه ساعتی زمین مرکزی، که با $H = \theta_0 - L - \alpha$ برابر است، نیاز داریم؛ که در

آن θ'_0، زمان نجومی در گرینویچ، را می‌توان همان‌طور که در فصل ۷ نشان داده شد، به دست آورد. برای لحظهٔ داده شده به‌دست می‌آوریم:

$\theta_0 = 23^h 53^m 36^s$. بنابراین:

$$H = 23^h53^m36^s + 0^h17^m26^s - 21^h24^m47^s$$
$$= +2^h46^m15^s = +41^\circ.562$$

سپس فرمول (۲۹–۲) نتیجه می‌دهد:

$$\tan \Delta\alpha = \frac{-0.000\,047\,687}{+0.924\,474}$$

از آن‌جا:

$$\Delta\alpha = -0^\circ.002\,9555 = -0^s.71$$
$$\alpha' = \alpha + \Delta\alpha = 21^h24^m46^s.14$$

فرمول (۲۹–۳) نتیجه می‌دهد:

$$\tan \delta' = \frac{-0.381\,202\,29}{+0.924\,473\,96}$$

از آن جا:

$$\delta' = -22^\circ24'30''.8$$

اگر به‌جای فرمولهای (۲۹–۲) و (۲۹–۳)، فرمولهای غیردقیق (۲۹–۴) و (۲۹–۵) را انتخاب کنیم، به‌دست می‌آوریم:

$\Delta\alpha = -10''.64 = -0^s.71$، مانند آنچه که در بالا به‌دست آمد؛

$\Delta\delta = -20''.9$، از آن‌جا $\delta' = \delta - 20''.9 = -22^\circ24'30''.8$، همانند فوق.

بعنوان تمرین، محاسبات را برای ماه، مجددا" برای رصدخانه Uccle، با استفاده از مقادیر فرضی، مثلا" مقادیر زیر، انجام دهید:

$$\alpha = 1^h00^m00^s.00 = 15^\circ.000\,000$$
$$\delta = +5^\circ.000\,000$$
$$H = +4^h00^m00^s.00 = +60^\circ.000\,000$$
$$\pi = 0^\circ59'00''$$

نتایج فرمولهای دقیق را با فرمولهای غیردقیق محاسبه کنید.

می‌توانیم عکس مساله را درنظر بگیریم: از مختصات مکان مرکزی رصدشدهٔ α' و δ'، مقادیرزمین‌مرکزی α و δ رانتیجه بگیرید. درمورد یک‌سیاره یاستارهٔ دنباله‌دار، تصحیحات

$\Delta\alpha$ و $\Delta\delta$ آنقدر کوچکند، که فرمولهای (۲۹–۴) و (۲۹–۵) را می‌توان برای تبدیل مختصات مکان مرکزی به زمین مرکزی نیز به‌کار برد.

اختلاف منظر برحسب مختصات دایره البروجی

می‌توان مختصات مکان مرکزی یک جسم سماوی‌را مستقیما" از مقادیر زمین مرکزیش، برحسب مختصات دایره‌البروجی، محاسبه کرد. فرمولهای‌زیر توسط ژوزف‌یوهان فون‌لیترو[1] (**نجوم نظری و عملی**[2]، جلد ۱، صفحهٔ ۹۱؛ وین، ۱۸۲۱)، ارائه شده‌اند.

فرض‌کنید، λ = طول دایره‌البروجی زمین‌مرکزی‌جسم (ماه، سیاره، ستارهٔ‌دنباله‌دار)،

β = عرض دایره البروجی زمین مرکزی جسم،

s = نیمقطر زمین مرکزی جسم،

λ', β', s' = مقادیر مکان مرکزی مطلوب همین کمیتها،

ϕ = عرض ناظر،

ε = تمایل دایره البروج،

θ = زمان نجومی محلی.

$$\phi' = \phi - 0''.193 \sin 2\phi$$

$$N = \cos\lambda \cos\beta - \sin\pi \cos\phi' \cos\theta$$

$$\tan\lambda' = \frac{\sin\lambda \cos\beta - \sin\pi\,(\sin\phi' \sin\varepsilon + \cos\phi' \cos\varepsilon \sin\theta)}{N}$$

$$\tan\beta' = \frac{\cos\lambda'\,(\sin\beta - \sin\pi\,(\sin\phi' \cos\varepsilon - \cos\phi' \sin\varepsilon \sin\theta))}{N}$$

$$\sin s' = \frac{\cos\lambda' \cos\beta' \sin s}{N}$$

بعنوان تمرین، از داده‌های زیر λ' ، β' ، s' را محاسبه کنید.

$\lambda = 181°46'22''.5$ $\qquad$ $\varepsilon = 23°28'00''.8$

$\beta = +2°17'26''.2$ $\qquad$ $\theta = 209°46'07''.9$

$\pi = 0°59'27''.7$ $\qquad$ $\phi = +50°05'07''.8$

$s = 0°16'15''.5$

جواب:

$\lambda' = 181°48'05''.2$

$\beta' = +1°29'01''.3$

$s' = 0°16'25''.5$

---

1. Joseph Johann Von Littrow.
2. Theoretische und Practische Astronomie.

۳۰

موضع ماه

برای محاسبهٔ یک موضع دقیق ماه، به حساب آوردن صدها جملهٔ تناوبی برحسب طول، عرض و اختلاف منظر ماه الزامی است. به این دلیل، خود را به مهمترین جملات تناوبی محدود می‌کنیم. و به‌دقتی در حدود "۱۰ در طول ماه، "۳ در عرضش و ۲/"۰ در اختلاف منظرش، اکتفا می‌کنیم.

با استفاده از روش مشروح در زیر، طول زمین‌مرکزی، λ، وعرض زمین مرکزی مرکز ماه، β، مربوط به طول متوسط تاریخ، به‌دست می‌آیند. اگر لازم شد، λ و β را می‌توان با به‌کار بردن فرمولهای (۸–۳) و (۸–۴) به α و δ تبدیل کرد. اختلاف‌منظر افقی استوایی ماه، π، نیز به همین روش به‌دست می‌آید.

وقتی که اختلاف‌منظر، π، معلوم باشد، فاصلهٔ بین مراکز زمین و ماه را می‌توان از رابطهٔ زیر به دست آورد:

$$D = \frac{1}{\sin \pi} \quad \text{شعاع استوایی زمین}$$

یا:

$$D = \frac{6378.14}{\sin \pi} \quad \text{کیلومتر}$$

برای لحظهٔ داده شده (برحسب ET !)، JD را محاسبه کنید (فصل ۳ را نگاه‌کنید)،

و سپس T راتوسط فرمول (۱۵—۱) به‌دست‌آورید. به‌یاد داشته باشید که T برحسب قرن بیان می‌شود و بنابر این باید با تعداد ارقام اعشاری کافی درنظر گرفته شود (حداقل نه رقم، چون در خلال ۰/۰۰۰۰۰۰۰۰۱ قرن، ماه بیش از یک قوس ۷/"۱ را طی می‌کند).

سپس زوایای L' ، M ، M' ، D ، F و Ω را از فرمولهای زیر، که در آنها ثابتهای گوناگون برحسب درجه و اعشار بیان شده‌اند، محاسبه کنید.

طول متوسط ماه:

$$L' = 270.434\,164 + 481\,267.8831\,T - 0.001\,133\,T^2 + 0.000\,0019\,T^3$$

آنومالی متوسط خورشید:

$$M = 358.475\,833 + 35\,999.0498\,T - 0.000\,150\,T^2 - 0.000\,0033\,T^3$$

آنومالی متوسط ماه:

$$M' = 296.104\,608 + 477\,198.8491\,T + 0.009\,192\,T^2 + 0.000\,0144\,T^3$$

کشیدگی متوسط ماه:

$$D = 350.737\,486 + 445\,267.1142\,T - 0.001\,436\,T^2 + 0.000\,0019\,T^3$$

فاصلهٔ متوسط ماه از گره صعودیش:

$$F = 11.250\,889 + 483\,202.0251\,T - 0.003\,211\,T^2 - 0.000\,0003\,T^3$$

طول گره صعودی ماه:

$$\Omega = 259.183\,275 - 1934.1420\,T + 0.002\,078\,T^2 + 0.000\,0022\,T^3$$

بعضی از تغییرات تناوبی، موسوم به "جملات افزایشی"، را باید به مقادیر متوسط این شناسه‌ها افزود:

افزایشی مربوط به	جمله
L'	$+0^\circ.000\,233 \sin(51^\circ.2 + 20^\circ.2\,T)$
M	$-0^\circ.001\,778 \sin(51^\circ.2 + 20^\circ.2\,T)$
M'	$+0^\circ.000\,817 \sin(51^\circ.2 + 20^\circ.2\,T)$
D	$+0^\circ.002\,011 \sin(51^\circ.2 + 20^\circ.2\,T)$
L', M', D, F	$+0^\circ.003\,964 \sin(346^\circ.560 + 132^\circ.870\,T - 0^\circ.009\,1731\,T^2)$
L'	$+0^\circ.001\,964 \sin\Omega$
M'	$+0^\circ.002\,541 \sin\Omega$
D	$+0^\circ.001\,964 \sin\Omega$
F	$-0^\circ.024\,691 \sin\Omega$
F	$-0^\circ.004\,328 \sin(\Omega + 275^\circ.05 - 2^\circ.30\,T)$

چهارجملهٔ اول یک‌دورهٔ تناوب ۱۷۸۲ساله دارند. پنجمین‌جمله، با ضریب ۰/۰۰۳۹۶۴°، "جملهٔ زهره بزرگ" است، که دورهٔ تناوبش ۲۷۱ سال می‌باشد.

با مقادیر L'، M، M'، D و F که توسط جملات افزایشی تصحیح‌شده‌اند، می‌توان λ، β و π را از عبارات زیر، که مجدداً "همهٔ ضرایب آن برحسب درجه و اعشارند، محاسبه کرد. جملاتی که با e یا e^2 نشان داده شده‌اند باید در e یا e^2 ضرب شوند، در حالی که:

$$e = 1 - 0.002\,495\,T - 0.000\,007\,52\,T^2$$

$$
\begin{aligned}
\lambda = L' &+ 6.288\,750 \sin M' \\
&+ 1.274\,018 \sin (2D - M') \\
&+ 0.658\,309 \sin 2D \\
&+ 0.213\,616 \sin 2M' \\
(e) \quad &- 0.185\,596 \sin M \\
&- 0.114\,336 \sin 2F \\
&+ 0.058\,793 \sin (2D - 2M') \\
(e) \quad &+ 0.057\,212 \sin (2D - M - M') \\
&+ 0.053\,320 \sin (2D + M') \\
(e) \quad &+ 0.045\,874 \sin (2D - M) \\
(e) \quad &+ 0.041\,024 \sin (M' - M) \\
&- 0.034\,718 \sin D \\
(e) \quad &- 0.030\,465 \sin (M + M') \\
&+ 0.015\,326 \sin (2D - 2F) \\
&- 0.012\,528 \sin (2F + M') \\
&- 0.010\,980 \sin (2F - M') \\
&+ 0.010\,674 \sin (4D - M') \\
&+ 0.010\,034 \sin 3M' \\
&+ 0.008\,548 \sin (4D - 2M') \\
(e) \quad &- 0.007\,910 \sin (M - M' + 2D) \\
(e) \quad &- 0.006\,783 \sin (2D + M) \\
&+ 0.005\,162 \sin (M' - D) \\
(e) \quad &+ 0.005\,000 \sin (M + D) \\
(e) \quad &+ 0.004\,049 \sin (M' - M + 2D) \\
&+ 0.003\,996 \sin (2M' + 2D) \\
&+ 0.003\,862 \sin 4D \\
&+ 0.003\,665 \sin (2D - 3M') \\
(e) \quad &+ 0.002\,695 \sin (2M' - M) \\
&+ 0.002\,602 \sin (M' - 2F - 2D) \\
(e) \quad &+ 0.002\,396 \sin (2D - M - 2M') \\
&- 0.002\,349 \sin (M' + D) \\
(e^2) \quad &+ 0.002\,249 \sin (2D - 2M) \\
(e) \quad &- 0.002\,125 \sin (2M' + M) \\
(e^2) \quad &- 0.002\,079 \sin 2M \\
(e^2) \quad &+ 0.002\,059 \sin (2D - M' - 2M) \\
&- 0.001\,773 \sin (M' + 2D - 2F) \\
&- 0.001\,595 \sin (2F + 2D) \\
(e) \quad &+ 0.001\,220 \sin (4D - M - M') \\
&- 0.001\,110 \sin (2M' + 2F) \\
&+ 0.000\,892 \sin (M' - 3D)
\end{aligned}
$$

(e)	− 0.000 811	sin $(M + M' + 2D)$
(e)	+ 0.000 761	sin $(4D - M - 2M')$
(e^2)	+ 0.000 717	sin $(M' - 2M)$
(e^2)	+ 0.000 704	sin $(M' - 2M - 2D)$
(e)	+ 0.000 693	sin $(M - 2M' + 2D)$
(e)	+ 0.000 598	sin $(2D - M - 2F)$
	+ 0.000 550	sin $(M' + 4D)$
	+ 0.000 538	sin $4M'$
(e)	+ 0.000 521	sin $(4D - M)$
	+ 0.000 486	sin $(2M' - D)$

$B =$	+ 5.128 189	sin F
	+ 0.280 606	sin $(M' + F)$
	+ 0.277 693	sin $(M' - F)$
	+ 0.173 238	sin $(2D - F)$
	+ 0.055 413	sin $(2D + F - M')$
	+ 0.046 272	sin $(2D - F - M')$
	+ 0.032 573	sin $(2D + F)$
	+ 0.017 198	sin $(2M' + F)$
	+ 0.009 267	sin $(2D + M' - F)$
	+ 0.008 823	sin $(2M' - F)$
(e)	+ 0.008 247	sin $(2D - M - F)$
	+ 0.004 323	sin $(2D - F - 2M')$
	+ 0.004 200	sin $(2D + F + M')$
(e)	+ 0.003 372	sin $(F - M - 2D)$
(e)	+ 0.002 472	sin $(2D + F - M - M')$
(e)	+ 0.002 222	sin $(2D + F - M)$
(e)	+ 0.002 072	sin $(2D - F - M - M')$
(e)	+ 0.001 877	sin $(F - M + M')$
	+ 0.001 828	sin $(4D - F - M')$
(e)	− 0.001 803	sin $(F + M)$
	− 0.001 750	sin $3F$
(e)	+ 0.001 570	sin $(M' - M - F)$
	− 0.001 487	sin $(F + D)$
(e)	− 0.001 481	sin $(F + M + M')$
(e)	+ 0.001 417	sin $(F - M - M')$
(e)	+ 0.001 350	sin $(F - M)$
	+ 0.001 330	sin $(F - D)$
	+ 0.001 106	sin $(F + 3M')$
	+ 0.001 020	sin $(4D - F)$
	+ 0.000 833	sin $(F + 4D - M')$
	+ 0.000 781	sin $(M' - 3F)$
	+ 0.000 670	sin $(F + 4D - 2M')$
	+ 0.000 606	sin $(2D - 3F)$
	+ 0.000 597	sin $(2D + 2M' - F)$
(e)	+ 0.000 492	sin $(2D + M' - M - F)$
	+ 0.000 450	sin $(2M' - F - 2D)$
	+ 0.000 439	sin $(3M' - F)$
	+ 0.000 423	sin $(F + 2D + 2M')$
	+ 0.000 422	sin $(2D - F - 3M')$
(e)	− 0.000 367	sin $(M + F + 2D - M')$
(e)	− 0.000 353	sin $(M + F + 2D)$

$$
\begin{array}{ll}
 & + 0.000\,331 \sin (F + 4D) \\
(e) & + 0.000\,317 \sin (2D + F - M + M') \\
(e^2) & + 0.000\,306 \sin (2D - 2M - F) \\
 & - 0.000\,283 \sin (M' + 3F)
\end{array}
$$

$$\omega_1 = 0.000\,4664 \cos \Omega$$

$$\omega_2 = 0.000\,0754 \cos (\Omega + 275^\circ\!.05 - 2^\circ\!.30\, T)$$

$$\beta = B \times (1 - \omega_1 - \omega_2)$$

$$
\begin{array}{ll}
 & \pi = 0.950\,724 \\
 & + 0.051\,818 \cos M' \\
 & + 0.009\,531 \cos (2D - M') \\
 & + 0.007\,843 \cos 2D \\
 & + 0.002\,824 \cos 2M' \\
 & + 0.000\,857 \cos (2D + M') \\
(e) & + 0.000\,533 \cos (2D - M) \\
(e) & + 0.000\,401 \cos (2D - M - M') \\
(e) & + 0.000\,320 \cos (M' - M) \\
 & - 0.000\,271 \cos D \\
(e) & - 0.000\,264 \cos (M + M') \\
 & - 0.000\,198 \cos (2F - M') \\
 & + 0.000\,173 \cos 3M' \\
 & + 0.000\,167 \cos (4D - M') \\
(e) & - 0.000\,111 \cos M \\
 & + 0.000\,103 \cos (4D - 2M') \\
 & - 0.000\,084 \cos (2M' - 2D) \\
(e) & - 0.000\,083 \cos (2D + M) \\
 & + 0.000\,079 \cos (2D + 2M') \\
 & + 0.000\,072 \cos 4D \\
(e) & + 0.000\,064 \cos (2D - M + M') \\
(e) & - 0.000\,063 \cos (2D + M - M') \\
(e) & + 0.000\,041 \cos (M + D) \\
(e) & + 0.000\,035 \cos (2M' - M) \\
 & - 0.000\,033 \cos (3M' - 2D) \\
 & - 0.000\,030 \cos (M' + D) \\
 & - 0.000\,029 \cos (2F - 2D) \\
(e) & - 0.000\,029 \cos (2M' + M) \\
(e^2) & + 0.000\,026 \cos (2D - 2M) \\
 & - 0.000\,023 \cos (2F - 2D + M') \\
(e) & + 0.000\,019 \cos (4D - M - M')
\end{array}
$$

مثال ۳۰.الف ــ طول ،عرض و اختلاف‌منظر افقی استوایی زمین مرکزی ماه را در ۷/۰ ET دسامبر ۱۹۷۹ محاسبه کنید .

به ترتیب به‌دست می‌آوریم :

$$JD = 2444\,214.5$$
$$T = +0.799\,301\,8480$$

$L' = 108^\circ.7418$ $\quad M = 332^\circ.5828$ $\quad M' = 122^\circ.0324$

$D = 213.5638$ $\quad F = 315.5204$ $\quad \Omega = 153.2213$

بااحتساب جملات افزایشی داریم :

$L' = 108^\circ.7469$ $\quad M = 332^\circ.5812$ $\quad M' = 122^\circ.0383$

$D = 213.5705$ $\quad F = 315.5093$

$e = 0.998\,001$

در این صورت طول ماه برابر است با مجموع کمیتهای زیر :

108°.7469	+0.020 806	−0.005 160	+0.001 266	+0.000 660
+5.330 934	+0.019 198	−0.000 535	+0.001 693	+0.000 285
−1.042 303	−0.030 305	−0.002 409	−0.000 002	−0.000 037
+0.606 608	+0.006 204	−0.003 006	+0.001 755	−0.000 534
−0.192 122	−0.006 834	+0.002 765	+0.000 593	+0.000 423
+0.085 294	−0.005 658	+0.003 206	+0.000 777	+0.000 163
+0.114 318	+0.002 264	−0.002 689	−0.000 467	+0.000 247
−0.003 143	+0.001 069	+0.001 534	−0.000 324	
−0.026 346	−0.008 043	−0.001 213	−0.000 253	
−0.008 506	+0.007 823	+0.000 970	−0.000 753	
+0.045 637	−0.004 326	+0.001 900	+0.000 039	

بنابر این ،

$$\lambda = 113^\circ.6604 = 113^\circ 39' 37''$$

به روش مشابه ، به‌دست می‌آوریم :

$$B = -3^\circ.162\,450$$
$$\omega_1 = -0.000\,4164$$
$$\omega_2 = +0.000\,0301$$
$$\beta = -3^\circ.162\,450 \times 1.000\,3863 = -3^\circ.163\,672 = -3^\circ 09' 49''$$
$$\pi = +0^\circ.930\,249 = 55' 48''.9$$

تقویم نجومی مقادیر زیر را ارائه می‌کند :

$$\lambda = 113^\circ 39' 28''.27$$
$$\beta = -3^\circ 09' 49''.22$$
$$\pi = 55' 48''.985$$

دقت کمتر ــ البته ، وقتی‌که دقت زیاد موردنظر نباشد ، محاسبه را می‌توان به‌صورت قابل ــ ملاحظه‌ای ساده کرد :

ــ در فرمولهای ارائه شده برای L' ، M ، M' ، D و F ، بجز در حالتی که T بزرگ است ، جملات برحسب T^2 و T^3 ، را می‌توان حذف کرد ؛

ـ Ω مورد احتیاج نیست؛

ـ جملات افزایشی مربوط به L' ، M ، M' ، D و F راحذف کنید ،

ـ در عبارات مربوط به λ ، B و π ،تنها تعداد محدودی از جملات تناوبی را به‌کار ببرید؛

ـ قرار دهید $\beta = B$

بعنوان تمرین ، با ساده‌سازیهای مذکور دربالا ،مختصات ماه‌را برای ۷ دسامبر ۱۹۷۹ در 0^h ET ،محاسبه کنید .نتایج خودرا با جوابهای به دست آمده در مثال ۳۰ .الف مقایسه کنید .

تندی زاویه‌ای ماه

در بعضی کاربردها داشتن یک مقدار مناسب برای تندی زاویه‌ای ماه می‌تواند جالب باشد .البته ،این مقدار را باید از دو یا چند موضع محاسبه شدهٔ ماه به‌دست آورد .اما ، اگر دقتی حدود ۰/۰۰۵ $\frac{\text{درجه}}{\text{روز}}$ مناسب باشد ،سرعت را می‌توان مستقیما" از فرمول زیر محاسبه کرد .

برای لحظهٔ داده شده (برحسب ET !) ، JD (فصل ۳ را نگاه کنید) ،و سپس T را توسط فرمول (۱۵ـ۱) محاسبه‌کنید .آن‌گاه زوایای M ، M' ، D و F رابافرمولهای داده شده . در صفحات قبل محاسبه کنید .در این صورت حرکت زاویه‌ای **زمین مرکزی** ماه در ***طول دایره البروجی*** ، برحسب درجه در روز ،عبارت است از :

$$
\begin{aligned}
& 13.176\,397 \\
& + 1.434\,006 \cos M' \\
& + 0.280\,135 \cos 2D \\
& + 0.251\,632 \cos (2D - M') \\
& + 0.097\,420 \cos 2M' \\
& - 0.052\,799 \cos 2F \\
& + 0.034\,848 \cos (2D + M') \\
& + 0.018\,732 \cos (2D - M) \\
& + 0.010\,316 \cos (2D - M - M') \\
& + 0.008\,649 \cos (M - M') \\
& - 0.008\,642 \cos (2F + M') \\
& - 0.007\,471 \cos (M + M') \\
& - 0.007\,387 \cos D \\
& + 0.006\,864 \cos 3M' \\
& + 0.006\,650 \cos (4D - M') \\
& + 0.003\,523 \cos (2D + 2M') \\
& + 0.003\,377 \cos (4D - 2M') \\
& + 0.003\,287 \cos 4D
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&- 0.003\,193 \cos M \\
&- 0.003\,003 \cos (2D + M) \\
&+ 0.002\,577 \cos (M' - M + 2D) \\
&- 0.002\,567 \cos (2F - M') \\
&- 0.001\,794 \cos (2D - 2M') \\
&- 0.001\,716 \cos (M' - 2F - 2D) \\
&- 0.001\,698 \cos (2D + M - M') \\
&- 0.001\,415 \cos (2D + 2F) \\
&+ 0.001\,183 \cos (2M' - M) \\
&+ 0.001\,150 \cos (D + M) \\
&- 0.001\,035 \cos (D + M') \\
&- 0.001\,019 \cos (2F + 2M') \\
&- 0.001\,006 \cos (M + 2M')
\end{aligned}
$$

برای به‌دست آوردن سرعت ماه نسبت به خورشید متحرک، ۱۳/۱۷۶۳۹۷ را به ۱۲/۱۹۰۷۴۹، و ضریب $\cos M$ را به ۰/۰۳۶۲۱۱ ــ تغییر دهید.

۳۱

بخش درخشان قرص ماه

بخش درخشان قرص ماه، k، را، همان‌گونه که ازمرکز زمین دیده می‌شود، می‌توان از فرمول زیر محاسبه کرد:

$$k = \frac{1 + \cos i}{2} \qquad (۱-۳۱)$$

که در آن i زاویهٔ شکل ماه است، یعنی فاصلهٔ زاویه‌ای خورشید ــ زمین همان‌گونه که از ماه دیده می‌شود.

زاویهٔ شکل، i، را می‌توان به‌صورت زیر به‌دست آورد. طول خورشید ⊙ (فصل ۱۸)، و نیز طول λ، و عرض β، ماه (فصل ۳۰) را به‌دست آورید. به حساب آوردن تنها تعداد کمی از جملات تناوبی برای ماه کافی است. برای نمونه، برای عرض آن، کافی است عبارت زیر را محاسبه کنیم:

$$\begin{aligned}\beta = {} & +5^\circ\!.1282 \sin F \\ & +0^\circ\!.2806 \sin (F + M') \\ & +0^\circ\!.2777 \sin (M' - F) \\ & +0^\circ\!.1732 \sin (2D - F)\end{aligned}$$

آن‌گاه d را از فرمول زیر محاسبه کنید:

$$\cos d = \cos(\lambda - \Theta)\cos\beta \qquad (۲-۳۱)$$

d بین ۰ و ۱۸۰ درجه می‌باشد. بنابر این با دقت کافی داریم:

$$i = 180° - d - 0°.1468\,\frac{1 - 0.0549\sin M'}{1 - 0.0167\sin M}\sin d \qquad (۳-۳۱)$$

که در آن M و M'، مانند گذشته، به‌ترتیب آنومالیهای متوسط خورشید و ماه هستند.

مثال ۳۱.الف ــ بخش درخشان قرص ماه را در ۲۵ دسامبر ۱۹۷۹ در 0^h ET محاسبه‌کنید. به‌جای‌این که خودمان مختصات خورشید و ماه را محاسبه کنیم، مقادیر آنها را از تقویم نجومی استخراج می‌کنیم:

$$\Theta = 272°35'23''$$
$$\lambda = 346°39'01''$$
$$\beta = -1°22'54''$$

که ازآن‌جا، طبق فرمول (۳۱-۲)، $d = ۷۴°/۰۶۵$ به‌دست می‌آید.
پس از آن داریم:

$$JD = 2444\,232.5 \qquad T = +0.799\,794\,6612$$

ازآن‌جا، از عبارات داده شده در فصل ۳۰، داریم:

$$M = 350°.32 \qquad M' = 357°.20$$

و سپس، بوسیلهٔ فرمولهای (۳۱-۳) و (۳۱-۱):

$$i = 180° - 74°.065 - \left(0°.1468 \times \frac{1.0027}{1.0028} \times \sin 74°.065\right)$$
$$i = 180° - 74°.065 - 0°.141 = 105°.794$$

$k = 0.3639$، که باید به ۰/۳۶ گرد شود.

دقت کمتر، که هنوز هم نتیجهٔ مناسبی به‌نظر می‌رسد، با حذف عرض ماه، و محاسبهٔ یک مقدار تقریبی i به‌صورت زیر، به‌دست می‌آید:

$$\begin{aligned} i = 180° - D &- 6°.289 \sin M' \\ &+ 2°.100 \sin M \\ &- 1°.274 \sin(2D - M') \\ &- 0°.658 \sin 2D \\ &- 0°.214 \sin 2M' \\ &- 0°.112 \sin D \end{aligned} \qquad (۴-۳۱)$$

مثال ۳۱.ب ــ مجددا" بخش درخشان قرص ماه را در ۲۵/۰ دسامبر ۱۹۷۹، اما حال با به‌کار بردن فرمول (۳۱ــ۴)، محاسبه کنید. داریم:

$$JD = 2444\,232.5 \qquad T = +0.799\,794\,6612$$

که ازآن‌جا، از عبارات داده شده در فصل ۳۰، نتیجه می‌شود:

$$M = 350^\circ.324 \qquad M' = 357^\circ.202 \qquad D = 72^\circ.997$$

سپس، طبق فرمول (۳۱ــ۴)، داریم: $\iota = 105^\circ.843$

و از فرمول (۳۱ــ۱) نتیجه می‌شود $k = ۰/۳۶۳۵$، که دوباره به ۰/۳۶ گرد می‌شود.

بعنوان تمرین، بخش درخشان قرص‌ماه رابرای 0^h ET درتاریخهای زیر محاسبه‌کنید، و نتایج خود را با مقدار داده شده در **تقویم نجومی** مقایسه کنید:

		A.E.
1978	24 اکتبر	0.50
1978	13 دسامبر	0.98
1979	1 آوریل	0.18
1979	9 دسامبر	0.73

برای ۹/۰ دسامبر ۱۹۷۹، تقویم شوروی *Astronomicheskii Ezhegodnik* به‌جای ۰/۷۳ مقدار $k = ۰/۷۴$ را می‌دهد. کدام صحیح است؟

۳۲

اهلهٔ ماه

زمان اهلهٔ **متوسط** ماه، که قبلاً تحت تاثیر انحراف خورشید قرار گرفته، با فرمول زیر داده می‌شود:

$$\begin{aligned} JD = 2415\,020.759\,33 &+ 29.530\,588\,68\,k \\ &+ 0.000\,1178\,T^2 \\ &- 0.000\,000\,155\,T^3 \\ &+ 0.000\,33\,\sin(166^\circ.56 + 132^\circ.87\,T - 0^\circ.009\,173\,T^2) \end{aligned} \qquad (۱-۳۲)$$

این لحظات برحسب زمان زیجی (روززیجی ژولینی) بیان شده‌اند. در فرمول فوق، یک مقدار صحیح k یک ماه نو را نتیجه می‌دهد. یک عدد صحیح که:

۰/۲۵ به آن اضافه شده، یک تربیع اول را می‌دهد،

۰/۵۰ به آن اضافه شده، یک ماه کامل را می‌دهد،

۰/۷۵ به آن اضافه شده، یک تربیع آخر را می‌دهد،

هر مقدار دیگر برای k، نتایجی بی‌معنی ارائه خواهد کرد!

یک مقدار منفی k، یک هلال ماه پیش از سال ۱۹۰۰، و در صورتی که k مثبت باشد بعد از شروع سال ۱۹۰۰ را می‌دهد، بنابراین، مثلاً:

۴۷۹/۰۰ـ و ۲۷۹۳/۰۰ ـ با یک ماه نو متناظرند،

۴۷۹/۲۵+ و ۲۷۹۲/۷۵ ــ با یک تربیع اول متناظرند ،
۴۷۹/۵۰ + و ۲۷۹۲/۵۰ ــ با یک ماه کامل متناظرند ،
۴۷۹/۷۵ + و ۲۷۹۲/۲۵ ــ با یک تربیع آخر متناظرند ،

مقدار تقریبی k ،با فرمول زیر داده می‌شود :

$$k \simeq (\text{سال} - 1900) \times 12.3685 \qquad (۳۲-۲)$$

که درآن "سال" باید بااعداد اعشاری قرار داده شود ،مثلا" ۱۹۷۷/۲۵ برای پایان مارس ۱۹۷۷.

بالاخره ،در فرمول (۳۲-۱) T مدت زمان گذشته از ۰/۵ ژانویه ۱۹۰۰ برحسب قرن ژولینی می‌باشد .هربار که مقدار صحیح k به‌دست آمده باشد ،T را می‌توان با دقت‌کافی از فرمول زیر محاسبه کرد :

$$T = \frac{k}{1236.85} \qquad (۳۲-۳)$$

سپس زوایای زیر را محاسبه کنید ،این زوایا برحسب درجه واعشار بیان شده‌اند و می‌توان آنهارا پیش از ادامه محاسبه به بازهٔ ۳۶۰ ــ ۰ درجه تبدیل کرد .

آنومالی متوسط‌خورشید در زمان JD :

$$M = 359.2242 + 29.105\,356\,08\,k - 0.000\,0333\,T^2 - 0.000\,003\,47\,T^3$$

آنومالی متوسط ماه :

$$M' = 306.0253 + 385.816\,918\,06\,k + 0.010\,7306\,T^2 + 0.000\,012\,36\,T^3$$

شناسهٔ عرض ماه :

$$F = 21.2964 + 390.670\,506\,46\,k - 0.001\,6528\,T^2 - 0.000\,002\,39\,T^3$$

برای به‌دست آوردن زمان هلال حقیقی ،باید تصحیحات زیررا به‌زمان هلال متوسط که توسط فرمول (۳۲-۱)داده شده افزود .ضرایب زیر برحسب اعشارهای یک روز داده شده‌اند ،و کمیتهای کوچکتر حذف شده‌اند .

برای ماه نو و کامل:

$$
\begin{aligned}
&+ (0.1734 - 0.000\,393\,T) \sin M \\
&+ 0.0021 \sin 2M \\
&- 0.4068 \sin M' \\
&+ 0.0161 \sin 2M' \\
&- 0.0004 \sin 3M' \\
&+ 0.0104 \sin 2F \\
&- 0.0051 \sin (M + M') \\
&- 0.0074 \sin (M - M') \\
&+ 0.0004 \sin (2F + M) \\
&- 0.0004 \sin (2F - M) \\
&- 0.0006 \sin (2F + M') \\
&+ 0.0010 \sin (2F - M') \\
&+ 0.0005 \sin (M + 2M')
\end{aligned}
\qquad (۴-۳۲)
$$

برای تربیع اول و آخر:

$$
\begin{aligned}
&+ (0.1721 - 0.0004\,T) \sin M \\
&+ 0.0021 \sin 2M \\
&- 0.6280 \sin M' \\
&+ 0.0089 \sin 2M' \\
&- 0.0004 \sin 3M' \\
&+ 0.0079 \sin 2F \\
&- 0.0119 \sin (M + M') \\
&- 0.0047 \sin (M - M') \\
&+ 0.0003 \sin (2F + M) \\
&- 0.0004 \sin (2F - M) \\
&- 0.0006 \sin (2F + M') \\
&+ 0.0021 \sin (2F - M') \\
&+ 0.0003 \sin (M + 2M') \\
&+ 0.0004 \sin (M - 2M') \\
&- 0.0003 \sin (2M + M')
\end{aligned}
\qquad (۵-۳۲)
$$

و بعلاوه:

برای تربیع اول: $+ 0.0028 - 0.0004 \cos M + 0.0003 \cos M'$

برای تربیع آخر: $- 0.0028 + 0.0004 \cos M - 0.0003 \cos M'$

مثال ۳۲. الف ــ لحظهٔ رخ دادن ماه نو را در فوریهٔ ۱۹۷۷ محاسبه کنید.

نیمهٔ فوریه ۱۹۷۷ برابر با ۱۹۷۷/۱۳ می‌باشد؛ از فرمول (۳۲-۲) به‌دست می‌آوریم:

$$k \simeq (1977.13 - 1900) \times 12.3685 = 953.982$$

که از آن‌جا $k = ۹۵۴$، چون برای هلال ماه نو، k باید یک عدد صحیح باشد. آن‌گاه طبق فرمول (۳۲-۳):

$T = +0/77131$ ، و لذا فرمول (۳۲–۱) نتیجه می‌دهد :

$$JD = 2443\,192.9407$$

با $k = 954$ و $T = +0/77131$ ، به‌دست خواهیم آورد :

$$\begin{aligned} M &= 28125^\circ.7339 = 45^\circ.7339 \\ M' &= 368375^\circ.3715 = 95^\circ.3715 \\ F &= 372720^\circ.9585 = 120^\circ.9585 \end{aligned}$$

دراین‌صورت جملات تصحیح‌کننده که‌توسط فرمول (۳۲–۴) داده‌شده‌اند ، همراه‌با اعشارهای اضافی عبارتند از :

+0.123956	+0.005639
+0.002099	−0.000381
−0.405014	+0.000111
−0.003001	+0.000232
+0.000384	+0.000551
−0.009176	−0.000417
−0.003202	

که مجموع آنها ۰/۲۸۸۲ ــ روز می‌باشد . بنابر این ، زمان ماه نو حقیقی عبارت است از :

$$JD = 2443\,192.9407 - 0.2882 = 2443\,192.6525$$

که با ۱۸/۱۵۲۵ فوریه ۱۹۷۷ متناظر است .

= 18 فوریهٔ 1977 در $3^h39^m.6$ ET

مقدارصحیح ، که از داده‌های تقویم‌نجومی نتیجه شده ، عبارت است‌از : $3^h\ 37^m/6$ ET .

مثال ۳۲.ب ــ زمان تربیع آخر نوامبر ۱۹۵۲ را محاسبه کنید .

با به کاربردن ۱۹۵۲/۸۸ = سال ، فرمول (۳۲–۲) مقدار $k \simeq 654/05$ را می‌دهد و بنابر این قرار می‌دهیم $k = 653/75$. سپس به‌دست می‌آوریم :

$$T = +0.52856 \qquad JD = 2434\,326.3814$$

$$\begin{aligned} M &= 306^\circ.8507 \\ M' &= 173^\circ.8385 \\ F &= 182^\circ.1395 \end{aligned}$$

و تصحیح‌کلی که ازفرمول (۳۲–۵) به‌دست آمده عبارت است‌از ۰/۲۲۶۱ ــ روز، که‌ازآن‌جا :

$$JD = 2434\,326.3814 - 0.2261 = 2434\,326.1553$$

که با ۹/۶۵۵۳ نوامبر ۱۹۵۲ متناظر است.

= 9 نوامبر 1952 در $15^h43^m.6$ ET

یا $۱۵^h\ ۴۳^m$ UT؛ زیرا در ۱۹۵۲ تفاضل ET - UT، ۰/۵ + دقیقه بوده است (فصل ۵ را نگاه کنید).

مقدار صحیح نیز در واقع $۱۵^h\ ۴۳^m$ UT می‌باشد.

مؤلف با به کار بردن روش مشروح در این فصل، کلیهٔ اهلهٔ ماه در سالهای ۱۹۷۵–۱۹۷۱ را محاسبه کرده است. معلوم شد که هیچ لحظه‌ای بیشتر از ۲ دقیقه خطا ندارد. در $\frac{۳}{۴}$ حالات، خطا حتی کمتر از ۱ دقیقه بود.

اگر دقت نیم ساعت کافی باشد، می‌توان جملهٔ آخر فرمول (۳۲–۱) و جملات دارای ضرایب کمتر از ۰/۰۰۳۰ را در فرمولهای (۳۲–۴) و (۳۲–۵) حذف کرد.

۳۳

گرفتگی‌ها

می‌توان بدون محاسبات بیش از اندازه، مشخصات اصلی یک خورشید گرفتگی یا ماه گرفتگی‌را بادقت مناسب به‌دست آورد. در یک‌خورشید گرفتگی، وضعیت، بعلت این حقیقت که مراحل واقعه برای ناظرهای متفاوت در سطح زمین مختلف است، پیچیده می‌باشد. در صورتی که درمورد یک ماه گرفتگی همهٔ ناظرها در لحظات یکسان مراحل‌یکسانی رامشاهده می‌کنند.

به‌این‌دلیل، دراین‌جا محاسبهٔ وضعیت‌محلی یک خورشید گرفتگی‌را درنظر نخواهیم گرفت. خوانندهٔ علاقه‌مند می‌تواند این پیشامدها را که سالیانه در **تقویم نجومی** (که از سال ۱۹۸۱ به‌اسم جدید *سالنمای نجومی* نامیده می‌شود) به چاپ می‌رسد، از اجزای بسلی محاسبه کند. در همان‌جا فرمولهای مورد نیاز را به دست خواهد آورد. فرمولهای بیشتر، به اضافهٔ مثالهای عددی، در ضمیمهٔ تشریحی **تقویم نجومی** (که در سال ۱۹۸۴ اززیر چاپ بیرون آمده) ارائه شده‌اند.

نخست، زمان (JD) ماه نویا ماه کامل **متوسط**را با به کار بردن فرمولهای (۳۲-۱) تا (۳۲-۳) از فصل قبل، محاسبه کنید. به‌یاد داشته باشید که k برای یک ماه‌نو (خورشید - گرفتگی) باید یک عدد صحیح، و برای یک ماه کامل (ماه‌گرفتگی) یک عدد صحیح بعلاوهٔ

۰/۵ باشد.

سپس، با به کار بردن عبارات داده شده بعد از فرمول (۳۲ـ۳)، مقادیر M ، M' و F را برای این لحظه محاسبه کنید.

مقدار F اطلاعات اولیه‌ای در مورد وقوع یک خورشید گرفتگی یا ماه گرفتگی ارائه خواهد کرد. اگر F بانزدیکترین مضرب 180° کمتراز $13^\circ/9$ اختلاف داشته باشد، آن‌گاه مطمئنا" یک گرفتگی وجود دارد؛ اگر این اختلاف بزرگتر از $12^\circ/0$ باشد هیچ گرفتگی وجود ندارد؛ بین این دو مقدار، گرفتگی قطعی نیست و این حالت بایستی بیشتر بررسی شود. در یک ماشین محاسب قابل برنامه‌ریزی می‌توان قاعدهٔ زیر را مورداستفاده قرارداد:

اگر $|\sin F| > 0/36$ ، هیچ گرفتگی وجود ندارد.

توجه کنید که بعد از یک ماه قمری، F به اندازهٔ $30^\circ/6705$ اضافه می‌شود.

اگر F نزدیک به 0° یا 360° باشد، گرفتگی نزدیک گره صعودی ماه رخ می‌دهد. اگر F نزدیک 180° باشد، گرفتگی نزدیک گره نزولی مدار ماه اتفاق می‌افتد.

برای به‌دست آوردن زمان حداکثر گرفتگی (که برای زمین معمولا" حالت یک خورشید گرفتگی است)، تصحیحات زیر را باید به زمان متوسط مقارنه، که با فرمول (۳۲ـ۱) داده شده، افزود. ضرایب زیر برحسب اعشار روز داده شده و کمیتهای کوچکتر حذف شده‌اند.

$$
\begin{aligned}
&+ (0.1734 - 0.000\,393\,T) \sin M \\
&+ 0.0021 \sin 2M \\
&- 0.4068 \sin M' \\
&+ 0.0161 \sin 2M' \\
&- 0.0051 \sin (M + M') \\
&- 0.0074 \sin (M - M') \\
&- 0.0104 \sin 2F
\end{aligned}
\qquad (۳۳ـ۱)
$$

توجه‌کنید که ضریب $\sin 2F$ در این‌جا منفی‌است، درحالی‌که درفرمول (۳۲ـ۴) مثبت بود؛ دلیل این مطلب این است‌که دراین‌جا زمان بزرگترین گرفتگی را محاسبه می‌کنیم، نه زمان مقارنه در طول را.

در این صورت بازهم محاسبه کنید:

$$
\begin{aligned}
S = {} & 5.19\,595 \\
& - 0.0048 \cos M \\
& + 0.0020 \cos 2M \\
& - 0.3283 \cos M' \\
& - 0.0060 \cos (M + M') \\
& + 0.0041 \cos (M - M')
\end{aligned}
\qquad
\begin{aligned}
C = {} & + 0.2070 \sin M \\
& + 0.0024 \sin 2M \\
& - 0.0390 \sin M' \\
& + 0.0115 \sin 2M' \\
& - 0.0073 \sin (M + M') \\
& - 0.0067 \sin (M - M') \\
& + 0.0117 \sin 2F
\end{aligned}
$$

$$\gamma = S \sin F + C \cos F$$

$$
\begin{aligned}
u = {} & 0.0059 \\
& + 0.0046 \cos M \\
& - 0.0182 \cos M' \\
& + 0.0004 \cos 2M' \\
& - 0.0005 \cos (M + M')
\end{aligned}
$$

گرفتگیهای خورشیدی

در حالت یک خورشید گرفتگی ، γ ،کمترین فاصلهٔ محور سایهٔ ماه را تا مرکز زمین ، برحسب واحد شعاع استوایی زمین ،نشان می‌دهد .کمیت γ بسته به این که محور سایه‌از شمال یا جنوب مرکز زمین می‌گذرد ،مثبت یا منفی می‌باشد .وقتی که γ بین ۰/۹۹۷۲+و ۰/۹۹۷۲ ــ باشد ،خورشید گرفتگی مرکزی است: یعنی یک خط گرفتگی مرکزی روی سطح زمین وجود دارد .

کمیت u شعاع مخروط **سایهٔ** ماه را در صفحهٔ اصلی ،مجددا" برحسب واحد شعاع استوایی زمین ،نشان می‌دهد . (صفحهٔ اصلی ،صفحه‌ای است مارّبر مرکز زمین و عمود بر محور سایهٔ ماه) .شعاع مخروط **نیمسایه** در صفحهٔ اصلی عبارت است از:

$$u + 0.5460$$

اگر $|\gamma|$ بین ۰/۹۹۷۲ و u +۱/۵۴۳۲ باشد ،گرفتگی مرکزی نیست .در این صورت دربیشتر حالات ،گرفتگی جزیی می‌باشد .گرچه وقتی‌که $|\gamma|$ بین ۰/۹۹۷۲ و ۱/۰۲۶۰ باشد قسمتی‌از مخروط سایه ممکن است با سطح زمین (در نواحی قطبی) تماس پیدا کند .اما محور مخروط با زمین تماس پیدا **نمی‌کند** .این گرفتگیهای کلی یا حلقوی غیرمرکزی،وقتی‌که $|u|$ +۰/۹۹۷۲> $|\gamma|$ >۰/۹۹۷۲ رخ می‌دهد .بین سالهای ۱۹۵۰ و ۲۱۰۰ ،هفت گرفتگی از این نوع وجود دارد:

حلقوی ،غیر مرکزی	۱۸ مارس	۱۹۵۰
حلقوی ،غیر مرکزی	۳۰ آوریل	۱۹۵۷
کلی ، غیرمرکزی	۲۳ اکتبر	۱۹۵۷
کلی ،غیر مرکزی	۲ نوامبر	۱۹۵۷
حلقوی ،غیرمرکزی	۲۹ آوریل	۲۰۱۴
کلی ، غیرمرکزی	۹ آوریل	۲۰۴۳
حلقوی ،غیرمرکزی	۳ اکتبر	۲۰۴۳

اگر u+ ۱/۵۴۳۲< $|\gamma|$ ، هیچ گرفتگی از سطح زمین قابل رویت نمی‌باشد .

در حالت یک گرفتگی **مرکزی** ، نوع گرفتگی را می‌توان به کمک قاعده‌های زیرمعلوم

کرد :

اگر $u < 0$، گرفتگی کلی است ؛

اگر $u > +0/0047$، گرفتگی حلقوی است ؛

اگر u بین ۰ و ۰/۰۰۴۷ + باشد ، گرفتگی حلقوی و یا حلقوی ــ کلی است .

در حالت آخر ، ابهام به‌صورت زیر رفع می‌شود . عبارت زیر را محاسبه کنید :

$\sin W = \gamma$ که ، $\omega = 0.00464 \cos W$

در این‌صورت اگر $\omega > u$ ، گرفتگی حلقوی ــ کلی می‌باشد ؛ وگرنه یک گرفتگی حلقوی است .

در مورد یک خورشید گرفتگی جزیی ، بزرگترین قدر در نقطه‌ای از سطح زمین که به محور سایه نزدیکتر است ، حاصل می‌شود . قدر گرفتگی در آن نقطه عبارت است از :

$$\frac{1.5432 + u - |\gamma|}{0.5460 + 2u} \qquad (۲-۳۳)$$

گرفتگیهای ماه

درمورد یک‌ماه گرفتگی ، γ ، کمترین فاصلهٔ مرکز ماه را تا محور سایهٔ زمین ، برحسب واحد شعاع استوایی زمین ، نشان می‌دهد . کمیت γ بسته به این که مرکز ماه از شمال یا از جنوب محور سایه بگذرد ، مثبت یا منفی است .

شعاع سایه و نیمسایه در فاصلهٔ ماه (یعنی در صفحهٔ اصلی . م .) عبارتند از :

برای نیمسایه : $\rho = 1.2847 + u$

برای سایه : $\sigma = 0.7404 - u$

در حالی که قدر گرفتگی را می‌توان به‌صورت زیر به‌دست آورد :

برای گرفتگیهای نیمسایه‌ای : $$\frac{1.5572 + u - |\gamma|}{0.5450} \qquad (۳-۳۳)$$

برای گرفتگیهای سایه‌ای : $$\frac{1.0129 - u - |\gamma|}{0.5450} \qquad (۴-۳۳)$$

اگر قدر منفی شد ، این مطلب حاکی از این است که هیچ گرفتگی وجود ندارد .

نیم‌مدت حالتهای جزیی و کلی را در سایه می‌توان به‌صورت زیر به‌دست آورد . محاسبه کنید :

$$P = 1.0129 - u$$
$$T = 0.4679 - u$$
$$n = 0.5458 + 0.0400 \cos M'$$

در این صورت نیم‌مدتها برحسب **دقیقه** عبارتند از:

$\frac{60}{n}\sqrt{T^2 - \gamma^2}$: حالت کلی ، $\frac{60}{n}\sqrt{P^2 - \gamma^2}$: حالت جزیی

مثال ۳۳.الف ــ خورشید گرفتگی ۲ اکتبر ۱۹۷۸.

چون ۲ اکتبر عبارت است از ۲۷۵ اُمین روز سال، تاریخ مفروض با ۱۹۷۸/۷۵ متناظر است. آن‌گاه فرمول (۳۲ــ۲) مقدار $k \simeq$ ۹۷۴/۰۲ را ارائه می‌کند، که ازآن‌جا $k=$ ۹۷۴ .
بنابر این، طبق فرمولهای (۳۲ــ۳) و (۳۲ــ۱)، داریم:

$$JD = 2443\,783.5524$$

سپس به‌دست می‌آوریم:

$$M = 267^\circ.8410 \qquad M' = 251^\circ.7102 \qquad F = 14^\circ.3687$$

چون F بین ۹/°۱۳ و ۰/°۲۱ است، گرفتگی قطعی نیست، بعد به‌دست می‌آوریم:

$$S = 5.3067 \qquad C = -0.1616 \qquad \gamma = +1.1604 \qquad u = +0.0116$$

چون $|\gamma|$ بین ۰/۹۶۷۲ و $u +$ ۱/۵۴۳۲ است، گرفتگی جزیی می‌باشد. بابه‌کار بردن فرمول (۳۲ــ۲)، حداکثر قدر را به‌صورت زیر به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{1.5432 + 0.0116 - 1.1604}{0.5460 + 0.0232} = 0.693$$

چون F نزدیک به °۰ است، گرفتگی در گره صعودی ماه رخ **می‌دهد**. و چون γ مثبت است، گرفتگی در نیمکرهٔ شمالی زمین قابل رویت می‌باشد.

برای به دست آوردن زمان حداکثر گرفتگی، جملات داده‌شده با فرمول (۳۳ــ۱) را به JD اضافه می‌کنیم. نتیجه بقرار زیر است:

$$\begin{aligned} JD = 2443\,783.5524 \\ -0.1730 \\ +0.0002 \\ +0.3862 \\ +0.0096 \\ -0.0018 \\ -0.0021 \\ -0.0050 \end{aligned}$$

که نتیجه‌می‌دهد JD =۲۴۴۳۷۸۳/۷۶۷ ،و با ۲اکتبر ۱۹۷۸ در ET $۶^h ۲۴^m$ متناظراست.
مقادیر صحیح ،که در تقویم نجومی داده شده ،عبارتنداز ET $۶^h۲۸^m/۷$و حداکثرقدر ۰/۶۹۱ .

مثال ۳۳.ب ــ خورشید گرفتگی ۱۶ فوریه ۱۹۸۰ .

همانند مثال قبل به دست می‌آوریم :

k = 991
JD = 2444 285.572
M = 42°.6321
M' = 330°.5979
F = 175°.7671

16، فوریه 1980 در ET 8^h54^m = 2444 285.871 = JD تصحیح‌شده

S = +4.9020 C = +0.1421 γ = +0.2201 u = −0.0069

چون ۰/۹۹۷۲ > |γ| ،گرفتگی ازنوع مرکزی است .و چون u منفی است ،گرفتگی‌کلی می‌باشد .به دلیل این که |γ|کوچک است ،گرفتگی از نواحی استوایی زمین قابل رویت می‌باشد .گرفتگی نزدیک گره نزولی مدار ماه اتفاق می‌افتد ،زیرا $F \simeq ۱۸۰°$ است .

مثال ۳۳. ج ــ ماه گرفتگی ژوئن ۱۹۷۳ .

به ترتیب به‌دست می‌آوریم :

k = 908.5
JD = 2441 849.299
M = 161°.4402
M' = 180°.7011
F = 345°.4506

15 ژوئن 1973 در ET 20^h48^m = 2441 849.367 = JD تصحیح‌شده

S = +5.5285 C = +0.0640 γ = −1.3269 u = +0.0197

گرفتگی نزدیک گره صعودی ماه اتفاق افتاده ($F \simeq ۳۶۰°$)و مرکز ماه از جنوب مرکز سایهٔ زمین عبور کرده است (γ < 0) .

برطبق فرمول (۳۳ــ۴) ،قدر درسایه عبارت است از ۰/۶۱۲ ــ .چون این مقدار منفی است هیچ گرفتگی در سایه وجود ندارد .با به کار بردن فرمول (۳۳ــ۳) ،می‌بینیم‌که قدر در نیمسایه عبارت‌است از ۰/۴۵۹ .بنابر این گرفتگی از نوع نیمسایه‌ای بوده است .

برطبق *Connaissance des Temps* ،حداکثر گرفتگی در ET $۲۰^h۵۰^m/۷$اتفاق افتاده و قدر ۰/۴۶۹ بوده است .

مثال ۳۳. د ــ اولین گرفتگی بعد از ۱ ژوئیه ۱۹۷۸ را به‌دست آورید.

برای ۱۹۷۸/۵، فرمول (۳۲ــ۳) می‌دهد $k \approx ۹۷۰/۹۳$. بنابراین باید مقدار $k = ۹۷۱/۵$ را امتحان کنیم. نتیجه می‌شود $F = ۱۱۷^\circ/۶۹۲۴$، که بیشتر از ۲۱ درجه با نزدیکترین مضرب ۱۸۰° اختلاف دارد و بنابر این هیچ‌گرفتگیی به دست نمی‌آید.

ماه کامل بعدی، $k = ۹۷۲/۵$، می‌دهد $F = ۱۴۸^\circ/۳۶۲۹$، بنابر این، دوباره هیچ گرفتگی وجود ندارد. اماواضح است که ماه کامل بعدی، $F \approx ۱۷۹^\circ$ را خواهد دادوبنابراین گرفتگی حاصل می‌شود. سپس، مانند قبل، به‌دست می‌آوریم:

$k = 973.5$
$JD = 2443\,768.787$
$M = 253^\circ.2883$
$M' = 58^\circ.8017$
$F = 179^\circ.0334$

16 سپتامبر 1978 در ET 19^h05^m = JD = 2443 768.295 تصحیح‌شده
$= 19^h04^m$ UT

$S = +5.0176 \qquad C = -0.2134 \qquad \gamma = +0.2980 \qquad u = -0.0054$

در این صورت فرمول (۳۳ــ۴) قدر ۱/۳۳۲ را نتیجه می‌دهد. بنابر این گرفتگی ازنوع کلی در سایه می‌باشد. سپس به‌دست می‌آوریم:

$P = 1.0183 \qquad T = 0.4733 \qquad n = 0.5665$

نیم مدت حالت جزیی عبارت است از:

$$\frac{60}{0.5665}\sqrt{(1.0183)^2 - (0.2980)^2} = 103 \text{ دقیقه}$$

نیم مدت حالت کلی عبارت است از:

$$\frac{60}{0.5665}\sqrt{(0.4733)^2 - (0.2980)^2} = 39 \text{ دقیقه}$$

بنابر این، برحسب زمان جهانی:

شروع حالت جزیی:	17^h21^m	$= 19^h04^m - 103^m$
شروع حالت کلی:	18 25	$= 19^h04^m - 39^m$
حداکثر گرفتگی:	19 04	
پایان حالت کلی:	19 43	$= 19^h04^m + 39^m$
پایان حالت جزیی:	20 47	$= 19^h04^m + 103^m$

تمرین

اولین خورشید گرفتگی سال ۱۹۷۹ را به دست آورید و نشان دهید که از نوع کلی بوده‌و از نیمکرهٔ شمالی قابل رویت بوده است. خورشید گرفتگی آوریل ۱۹۷۷ ازنوع کلی بوده یا از نوع حلقوی؟

نشان دهید که هیچ خورشید گرفتگی در ژوئیه ۱۹۴۷ رخ نداده است.

نشان دهید که چهار خورشید گرفتگی در سال ۲۰۰۰ موجود خواهد بود، که همهٔ چهار خورشید گرفتگی جزیی می‌باشند.

نشان دهید که در ژانویهٔ ۱۹۷۱ هیچ ماه گرفتگی رخ نداده است.

نشان دهید که سه ماه گرفتگی کلی در ۱۹۸۲ رخ داده است.

اولین ماه گرفتگی سال ۱۲۳۴ را پیدا کنید. (جواب: ماه گرفتگی جزیی ۱۷ مارس ۱۲۳۴).

۳۴

بخش درخشان قرص یک سیاره

همانندماه (فصل ۳۱ رانگاه کنید) ،بخش درخشان ، k ،قرص یک سیاره‌را ،همان‌طور که از ماه دیده می‌شود ،می‌توان از رابطهٔ زیر محاسبه کرد :

$$k = \frac{1 + \cos i}{2}$$

که درآن i زاویهٔ شکل است . درمورد یک سیاره ،این زاویه‌را می‌توان از رابطهٔ زیر به‌دست آورد :

$$\cos i = \frac{r^2 + \Delta^2 - R^2}{2 r \Delta}$$

r فاصلهٔ سیاره تا خورشید ، Δ فاصلهٔ آن تازمین و R فاصلهٔ خورشید ــ زمین می‌باشد ،که همه برحسب واحد نجومی‌اند . با ترکیب این دو فرمول ،به‌دست می‌آوریم :

$$k = \frac{(r + \Delta)^2 - R^2}{4 r \Delta} \qquad (۱-۳۴)$$

اگر موضع سیاره طبق اولین روش فصل ۲۵ به‌دست آمده‌باشد ، می‌توانیم k رابه‌صورت زیر به‌دست آوریم :

$$k = \frac{r + \Delta + R \cos b \cos (l - \Theta)}{2\Delta}$$

مثال ۳۴. الف ــ بخش درخشان قرص عطارد، زهره و مریخ را در ۱۷ آوریل ۱۹۷۹ در 0^h ET به‌دست آورید.

فرمول (۳۴ــ۱) را به‌کار خواهیم برد، و مقادیر r، Δ و R را از تقویم نجومی استخراج می‌کنیم.

	عطارد	زهره	مریخ
r	0.466 674	0.728 149	1.387 513
Δ	0.785 473	1.300 500	2.300 530
R	1.003 712	1.003 712	1.003 712
k	0.382	0.821	0.986

برای عطارد و زهره، k می‌تواند همهٔ مقادیر بین ۰ و ۱ را اختیار کند. برای مریخ k هرگز نمی‌تواند کمتر از تقریبا" ۰/۸۳۸ باشد. در مورد مشتری، i هرگز کمتر از 12° نیست، که ازآن‌جا k می‌تواند تنها بین ۰/۹۸۹ و ۱ تغییر کند.

در مورد زهره، یک مقدار تقریبی k را می‌توان به‌صورت زیر به‌دست آورد.

T را توسط فرمول (۱۸ــ۱) محاسبه کنید. سپس:

$$\begin{aligned}
V &= 63^\circ\!.07 + 22518^\circ\!.443\, T \\
M &= 178^\circ\!.48 + 35999^\circ\!.050\, T \\
M' &= 212^\circ\!.60 + 58517^\circ\!.804\, T \\
W &= V + 1^\circ\!.92 \sin M + 0^\circ\!.78 \sin M' \\
\Delta^2 &= 1.523\,209 + 1.446\,664 \cos W \qquad (\Delta > 0) \\
k &= \frac{(0.723\,332 + \Delta)^2 - 1}{2.893\,329\,\Delta}
\end{aligned} \qquad (۳۴ــ۲)$$

مثال ۳۴. ب ــ بخش درخشان قرص زهره را در ۱۷/۰ ET آوریل ۱۹۷۹، با به‌کار بردن روش تقریبی مشروح در بالا به‌دست آورید.

به‌ترتیب به‌دست می‌آوریم:

$$JD = 2443\,980.5$$
$$T = +0.792\,895\,277$$
$$V = 17917^\circ.84 = 277^\circ.84$$
$$M = 28721^\circ.96 = 281^\circ.96$$
$$M' = 46611^\circ.09 = 171^\circ.09$$

$$W = V - 1^\circ.88 + 0^\circ.12 = 276^\circ.08$$
$$\Delta^2 = 1.676\,435$$
$$\Delta = 1.294\,772$$
$$k = 0.820$$

مقدار صحیح، که در مثال قبل به‌دست آمد، عبارت است از ۰/۸۲۱ .

کشیدگی یک سیاره، ψ، را می‌توان از فرمول (۲۵–۱۱) محاسبه کرد. اگر فاصله‌های R، r و Δ معلوم باشند، می‌توان آن‌را ازفرمول زیر به‌دست آورد:

$$\cos\psi = \frac{R^2 + \Delta^2 - r^2}{2R\Delta} \qquad (۳–۳۴)$$

در مورد **زهره**، یک مقدار **تقریبی** ψ را می‌توان، نخست با محاسبهٔ Δ از (۳۴–۲)، و سپس با رابطهٔ زیر به‌دست آورد:

$$\cos\psi = \frac{\Delta^2 + 0.4768}{2\Delta} \qquad (۴–۳۴)$$

با اختیار کردن مقادیر داده شده در مثال ۳۴.الف، توسط فرمول (۳۴–۳)، به‌دست می‌آوریم $\cos\psi = ۰/۸۳۰۶۴۹$، که از آن‌جا $\psi = ۳۳^\circ ۵۰'$.

با اختیار کردن مقدار تقریبی Δ که در مثال ۳۴.ب به‌دست آمد، فرمول (۳۴–۴) نتیجه می‌دهد $\cos\psi = ۰/۸۳۱۵$، که از آن‌جا $\psi = ۳۳^\circ ۴۵'$.

۳۵

نصف النهار مرکزی مشتری

برای مشتری سه دستگاه چرخشی مورد قبول قرار گرفته‌اند. دستگاه I برای مناطق استوایی با پوشش ابری سیاره و دستگاه II برای مناطقی که نسبت به استوا شمالی‌تر یا جنوبی‌ترند به‌کارمی‌رود؛ در حالی که دستگاه III برای تابشهای رادیویی مشتری مورد ـ استفاده است. در این فصل تنها دستگاههای I و II را، که برای ناظرهای بصری جالب هستند درنظر خواهیم گرفت.

طول نصف‌النهار مرکزی مشتری، برای هر روز از سال در 0^h UT، را می‌توان در تقویمهای نجومی متعدد پیدا کرد. گرچه، این طول‌را می‌توان، برای هرلحظه، به کمک روش زیر نیز محاسبه کرد. دقت نتیجه ۰/۱ درجه می‌باشد. که در اکثر حالات کافی است. خروج از مرکز مدارهای مشتری و زمین، و اثرهای حالت سیاره و زمان سیر نور را (زمان لازم برای رسیدن نور ازسیاره به‌زمین) به‌حساب آورده‌ایم. یک جملهٔ درازمدت نیز درحرکت مشتری به‌حساب آورده می‌شود، اماتمام جملات‌تناوبی دیگردر حرکت‌زمین ومشتری حذف شده‌اند. برای خروج از مرکز مدارها، مقادیرشان در سال ۱۹۸۰ به‌کار رفته است.

برای لحظهٔ داده شده (برحسب ET!)، مقدار JD را محاسبه کنید (فصل ۳ را نگاه کنید)، و سپس به روش زیر عمل کنید:

تعداد روزها (و اعشار یک روز) تا ۳۱ دسامبر ۱۸۹۹ در 12^h ET:

$$d = \text{JD} - 2415\,020$$

شناسهٔ جملهٔ درازمدت در حرکت مشتری:

$$V = 134.63 + 0.001\,115\,87\,d$$

آنومالیهای متوسط زمین و مشتری:

$$M = 358.476 + 0.985\,6003\,d$$
$$N = 225.328 + 0.083\,0853\,d + 0.33 \sin V$$

تفاضل بین طولهای خورشید مرکزی متوسط زمین و مشتری:

$$J = 221.647 + 0.902\,5179\,d - 0.33 \sin V$$

باید تذکر داد که زوایای V ، M ، N و J برحسب درجه و اعشار بیان شده‌اند. اگر لازم شد، باید آنها را به بازهٔ ۳۶۰ ــ ۰ درجه تبدیل نمود، این مطلب بستگی به ماشین حساب شما دارد.

معادلات مرکز زمین و مشتری، برحسب درجه عبارتند از:

$$A = 1.916 \sin M + 0.020 \sin 2M$$
$$B = 5.552 \sin N + 0.167 \sin 2N$$

و لذا:

$$K = J + A - B$$

بردار شعاعی زمین: $R = 1.00014 - 0.01672 \cos M - 0.00014 \cos 2M$

بردار شعاعی مشتری: $r = 5.20867 - 0.25192 \cos N - 0.00610 \cos 2N$

فاصلهٔ زمین-مشتری: $\Delta = \sqrt{r^2 + R^2 - 2rR \cos K}$

فواصل R ، r و Δ برحسب واحدنجومی بیان شده‌اند، و البته Δ را بایدمثبت درنظر گرفت. بنابر این زاویهٔ شکل مشتری (یعنی، زاویهٔ زمین ــ مشتری ــ خورشید)، از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$\sin \psi = \frac{R}{\Delta} \sin K$$

زاویهٔ ψ همواره بین -12° و $+12^\circ$ قرار دارد. بعلت آن که R و Δ همواره مثبت می‌باشند، زاویهٔ ψ همان علامت $\sin K$ را دارد.

بنابر این طول نصف‌النهار مرکزی مشتری عبارت است از:

در دستگاه I :

$$\lambda_1 = 268^\circ.28 + 877^\circ.816\,9088\ (d - \frac{\Delta}{173}) + \psi - B$$

در دستگاه II :

$$\lambda_2 = 290^\circ.28 + 870^\circ.186\,9088\ (d - \frac{\Delta}{173}) + \psi - B$$

که در آن، $\frac{\Delta}{173}$ـ تصحیح برای زمان سیر نور، برحسب روز، می‌باشد.
مخرج، ۱۷۳، از این حقیقت نتیجه شده که زمان سیر نور برای فاصلهٔ واحد $\frac{1}{173}$ روز می‌باشد.

مقادیر λ_1 و λ_2 که به‌این صورت به دست آمده‌اند باید، با جمع یا تفریق یک‌مضرب مناسب ۳۶۰ درجه، به‌بازهٔ 0° ـ 360° تبدیل شوند. بعلاوه، باید تذکرداد که این‌نتایج به قرص هندسی ("حقیقی") مشتری مربوط می‌شوند. عملا"، مشتری یک شکل بسیار کوچک دارد، و "طول نصف‌النهار مرکزی "قرص درخشان را می‌توان با افزودن مقادیر λ_1 و λ_2 به **تصحیح شکل**، که برابر است با:

$$\pm\ 57^\circ.3\ \sin^2\frac{\psi}{2}$$

به دست آورد، علامت را مخالف علامت $\sin K$ درنظر می‌گیریم.

همان‌گونه که درصفحهٔ قبل ذکر شد، این نتایج برای لحظه‌ای‌که برحسب زمان‌زیجی بیان شده، معتبرند. اگر λ_1 و λ_2 برای لحظه‌ای که برحسب UT بیان شده مطلوب باشند، دراین صورت نخست باید آن لحظه را با جمع کردن با کمیت ΔT به ET تبدیل کرد(فصل ۵ را نگاه کنید). با این وجود، روش دیگر عبارت است از محاسبهٔ طول، برای یک ET که *ازلحاظ عددی* بالحظهٔ داده شدهٔ UT برابراست، و سپس λ_1 و λ_2 را به‌صورت‌زیرتصحیح کنیم:

$$C_1 = +0^\circ.01016\ \Delta T \quad : \quad \text{تصحیح مربوط به } \lambda_1$$
$$C_2 = +0^\circ.01007\ \Delta T \quad : \quad \text{تصحیح مربوط به } \lambda_2$$

که در آن ΔT تفاضل ET - UT برحسب **ثانیهٔ زمان** است. در این حالت، می‌توانیم λ_1 و λ_2 را برای یک روز مفروض در 0^h UT، نخست با محاسبهٔ آنها برای 0^h ET در آن روز، و سپس جمع کردن تصحیحات C_1 و C_2 محاسبه کنیم، مانند مثال ۳۵.الف.

مثال ۳۵.الف ـ λ_1 و λ_2 را برای ۳۰ ژوئن ۱۹۸۰ در 0^h UT محاسبه کنید.
این روزبا JD ۲۴۴۴۴۲۰/۵ متناظر است و به ترتیب به‌دست می‌آوریم:

$d = 29\,400.5$
$V = 167°.44$
$M = 29335°.618 = 175°.618$
$N = 2668°.149 = 148°.149$
$J = 26756°.053 = 116°.053$

$A = +0°.143$
$B = +2°.780$
$K = 113°.416$
$R = 1.01667$
$r = 5.41995$
$\Delta = 5.89823$

$\sin \psi = +0.15817$
$\psi = +9°.101$
$d - \Delta/173 = 29400.46591$
$\Delta T = +51$ ثانیه
$C_1 = +0°.52$
$C_2 = +0°.51$

از این مقادیر برای قرص هندسی مشتری، نتیجه می‌گیریم :

در 0^h ET:
$\lambda_1 = 25\,808\,500°.70 = 100°.70$
$\lambda_2 = 25\,584\,197°.15 = 77°.15$

در 0^h UT:
$\lambda_1 = 100°.70 + 0°.52 = 101°.22$
$\lambda_2 = 77°.15 + 0°.51 = 77°.66$

تقویم نجومی، مقادیر $\lambda_1 = ۱۰۱°/۳۰$ و $\lambda_2 = ۷۷°/۷۴$ را ارائه می‌کند.

بالاخره، می‌بینیم که تصحیح برای قرص درخشان عبارت است از ۳۶/°۰ ــ، که دقیقا" مقداری است که توسط تقویم نجومی داده شده است.

فرض کنید D_e فاصلهٔ زاویه‌ای سیاره مرکزی زمین از استوای مشتری باشد؛ این همان میل سیارهٔ مرکزی زمین، یا عرض سیارهٔ مرکزی مرکز قرص سیاره، آن‌طور که از زمین مشاهده می‌شود، می‌باشد. مشابها"، فرض کنید میل سیارهٔ مرکزی خورشید را با D_s نشان داده‌ایم.

چون میل استوای مشتری نسبت به صفحهٔ مدار سیاره ۳°/۰۷ است، مقادیر نهایی D_s عبارتند از ۳°/۰۷+ و ۳°/۰۷ ــ. مقادیر نهایی D_e، ۳°/۴+ و ۳°/۴ــ می‌باشند.

مقادیر D_s و D_e را برای هر لحظهٔ داده شده می‌توان به‌صورت زیر به‌دست آورد. بعلت آن که این مقادیر با گذشت زمان به‌کندیِ بسیار تغییر می‌کنند، در این حالت لازم نیست بین ET و UT تمایز قائل شویم.

مقادیر d، V، M، N، J، A، B، K، R، r، Δ و ψ را همان‌گونه که قبلا" تشریح شد، محاسبه کنید. سپس طول خورشید مرکزی مشتری، λ، مربوط به اعتدال سال ۱۹۰۰ را طبق فرمول زیر پیدا کنید:

$$\lambda = 238°.05 + 0°.083\,091\,d + 0°.33 \sin V + B$$

در این صورت، برحسب درجه و اعشار، به‌دست می‌آوریم :

$$D_s = 3.07 \sin(\lambda + 44°.5)$$
$$D_e = D_s - 2.15 \sin\psi \cos(\lambda + 24°) - 1.31 \frac{r - \Delta}{\Delta} \sin(\lambda - 99°.4)$$

با محاسبه به این روش، D_s بندرت بیش از ۰/۰۱° خطاخواهد داشت، و خطای D_e بندرت از ۰/۰۳° تجاوز می‌کند.

مثال ۳۵. ب ــ فرض کنید همان لحظهٔ مثال ۳۵. الف را، که مقادیر زیر را برای آن پیدا کردیم، درنظر گرفته‌ایم:

$$d = 29400.5 \qquad r = 5.41995$$
$$V = 167°.44 \qquad \Delta = 5.89823$$
$$\delta = +2°.780 \qquad \sin\psi = +0.15817$$

در این صورت، با استفاده از فرمولهای بالا، به دست می‌آوریم:

$$\lambda = 2683°.82 = 163°.82$$
$$D_s = -1°.46$$
$$D_e = -1°.46 + 0°.34 + 0°.10 = -1°.02$$

تقویم نجومی همین مقادیر را برای D_s و D_e می‌دهد.

۳۶

مواضع اقمار مشتری

با روش زیر می‌توان، برای هر لحظهٔ مفروض، موضع چهار قمر بزرگ مشتری را نسبت به سیاره، بطوری که از زمین دیده می‌شود، محاسبه کرد. نتایج مناسبند، اما دقیق نیستند، و لذا نمی‌توان آنها را برای محاسبات دقیق به‌کار برد.

نخست، با استفاده از روش مشروح در فصل ۳، روز و لحظه (ET) را به روز ژولینی تبدیل کنید. سپس، کمیات زیر را همانطور که در فصل ۳۵ تشریح شد به‌دست آورید: d، V، M، N، A، B، K، R، r، Δ، ψ و میل سیاره مرکزی زمین، D_e.

اکنون برای هر یک از چهار قمر یک زاویهٔ u را که از مقارنهٔ پایینی با مشتری اندازه‌گیری می‌شود، محاسبه می‌کنیم. بنابر این $u = ۰°$ نظیر مقارنهٔ پایینی قمر $u = ۹۰°$ نظیر بزرگترین کشیدگی غربی‌آن، $u = ۱۸۰°$ نظیرمقارنهٔ بالایی‌و $u = ۲۷۰°$ نظیر بزرگترین کشیدگی شرقی می‌باشند:

$$u_1 = 84°.5506 + 203°.405\,8630 \left(d - \frac{\Delta}{173}\right) + \psi - B$$

$$u_2 = 41°.5015 + 101°.291\,6323 \left(d - \frac{\Delta}{173}\right) + \psi - B$$

$$u_3 = 109°.9770 + 50°.234\,5169 \left(d - \frac{\Delta}{173}\right) + \psi - B$$

$$u_4 = 176°.3586 + 21°.487\,9802 \left(d - \frac{\Delta}{173}\right) + \psi - B$$

اگر لازم شد، این زوایای u را باید به بازهٔ $0° - 360°$ تبدیل کرد. به منظور به دست آوردن مقادیر دقیقتر، نتایج حاصله را می‌توان به‌صورت زیر تصحیح کرد. زوایای G و H را به کمک فرمولهای زیر محاسبه کنید:

$$G = 187°.3 + 50°.310\,674 \left(d - \frac{\Delta}{173}\right)$$

$$H = 311°.1 + 21°.569\,229 \left(d - \frac{\Delta}{173}\right)$$

در این صورت تصحیحات زیر را، برحسب درجه، داریم:

تصحیح مربوط به u_1	:	$+0.472 \sin 2(u_1 - u_2)$
تصحیح مربوط به u_2	:	$+1.073 \sin 2(u_2 - u_3)$
تصحیح مربوط به u_3	:	$+0.174 \sin G$
تصحیح مربوط به u_4	:	$+0.845 \sin H$

تصحیح اول مربوط است به یک اختلال تناوبی قمر I توسط قمر II، تصحیح دوم عبارت است از اختلال II توسط III، دو تصحیح آخر مربوطند به خروج از مرکز مدارهای اقمار III و IV. (مدارهای I و II تقریبا" بطور دقیق دایره‌ای می‌باشند).

باید تذکر داد که تنها بزرگترین جملهٔ تناوبی درحرکات اقمار را به‌حساب آوردیم. جملات متعدد (اما کوچکتر) تناوبی دیگر نیز موجودند. برای‌نمونه، قمر I توسط قمر III نیز دچار اختلال می‌شود، قمر III توسط II و توسط IV، و . . . .

فاصلهٔ اقمار تا مرکز مشتری، برحسب شعاع استوایی مشتری، توسط روابط زیر داده می‌شوند:

$$r_1 = 5.9061 - 0.0244 \cos 2(u_1 - u_2)$$
$$r_2 = 9.3972 - 0.0889 \cos 2(u_2 - u_3)$$
$$r_3 = 14.9894 - 0.0227 \cos G$$
$$r_4 = 26.3649 - 0.1944 \cos H$$

که درآن مقادیر تصحیح‌نشدهٔ u_1 و . . . باید به‌کار روند. در این عبارات، جملات تناوبی دوباره به اختلالات متقابل اقمار، یا خروج از مرکز مدارهای آنها، مربوط می‌شود.

در این صورت مختصات راستگوشه‌ای ظاهری اقمار، X و Y، نسبت به مرکز قرص مشتری، که برحسب واحد شعاع استوایی مشتری بیان شده‌اند، با روابط زیر:

$$X_1 = r_1 \sin u_1 \qquad \text{و} \qquad Y_1 = -r_1 \cos u_1 \sin D_e$$

همراه‌با عبارات مشابهی برای سه قمر دیگر، داده می‌شوند. X بطرف غرب مشتری، مثبت وبطرف شرق منفی اندازه‌گیری می‌شود، ومحور Y ها براستوای سیاره‌منطبق است. Y بطرف شمال مثبت و بطرف جنوب منفی است.

مثال ۳۶.الف ــ آرایش اقمار مشتری را در ۳۰ ژوئن ۱۹۸۰ در 0^h زمان زیجی به دست آورید.

برای این لحظه، در مثالهای ۳۵.الف و ۳۵.ب، مقادیر زیر را به دست آورده‌ایم.

$$d = 29400.5 \qquad \Delta = 5.89823$$
$$B = +2°.780 \qquad D_e = -1°.02$$
$$\psi = +9°.101 \qquad d - \Delta/173 = 29400.46591$$

دراین صورت، طبق فرمولهای داده‌شده درفصل پیشین، به‌ترتیب به‌دست‌می‌آوریم:

$$u_1 = 5980\,318°.013 = 358°.013 \qquad G = 1479\,344°.6 = 104°.6$$
$$u_2 = 2978\,069°.005 = 149°.005 \qquad H = 634\,456°.5 = 136°.5$$
$$u_3 = 1477\,034°.500 = 314°.500 \qquad 2(u_1 - u_2) = 418°.02 = 58°.02$$
$$u_4 = 631\,939°.309 = 139°.309 \qquad 2(u_2 - u_3) = -330°.99 = 29°.01$$

u_1 تصحیح مربوط به : $+0°.400$ $\qquad$ $u_1 = 358°.413$ تصحیح‌شده

u_2 تصحیح مربوط به : $+0°.520$ $\qquad$ $u_2 = 149°.525$ تصحیح‌شده

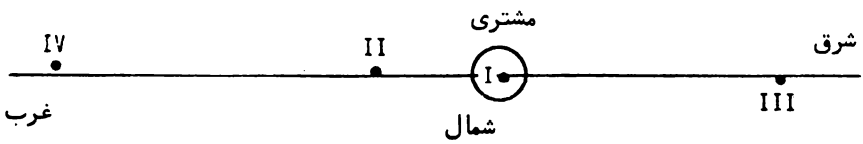
u_3 تصحیح مربوط به : $+0°.168$ $\qquad$ $u_3 = 314°.668$ تصحیح‌شده

u_4 تصحیح مربوط به : $+0°.582$ $\qquad$ $u_4 = 139°.891$ تصحیح‌شده

(این که‌هر چهار تصحیح مثبت شده‌اند، کاملا" تصادفی است).

$$r_1 = 5.9061 - 0.0129 = 5.8932 \qquad X_1 = -0.163 \qquad Y_1 = +0.105$$
$$r_2 = 9.3972 - 0.0777 = 9.3195 \qquad X_2 = +4.726 \qquad Y_2 = -0.143$$
$$r_3 = 14.9894 + 0.0057 = 14.9951 \qquad X_3 = -10.664 \qquad Y_3 = +0.188$$
$$r_4 = 26.3649 + 0.1410 = 26.5059 \qquad X_4 = +17.076 \qquad Y_4 = -0.361$$

با این مقادیر X و Y می‌توانیم شکل زیر را رسم کنیم که آرایش اقماررا درزمان داده شده نشان می‌دهد. در این شکل جنوب در بالا، و غرب درچپ قرار دارند، همان‌گونه که در میدان یک تلسکوپ معکوس‌کننده واقع در نیمکرهٔ شمالی دیده می‌شود.



قمر I به وضوح در حال عبور از جلوی قرص مشتری می‌باشد چون فاصلهٔ آن تا مرکز سیاره کمتر از ۱ است، و چون $u_1 = ۳۵۸^\circ/۴۱۳$، که نزدیک به $۳۶۰^\circ (= ۰^\circ)$ می‌باشد، یک مقارنهٔ **پایینی** را خاطرنشان می‌کند.

مقارنه متقابل ــ دو قمر هنگامی در مقارنه‌اند که مختص X آنها برابر باشد. در این‌صورت اختلاف بین مختصات Y با جدایی اقماز متناظر است.

گرچه، باید تذکر داد که دقت مقادیر Y، که توسط روش مشروح درفصل قبل محاسبه شده‌اند، کمتر از مقادیر مختص X آنها است. درحقیقت، در روش ساده‌شدهٔ خود فرض کرده‌ایم که اقمار دقیقاً" در صفحهٔ استوای مشتری واقعند. عملاً"، چهار قمر می‌توانند به‌ترتیب به عرضهای نهایی $۰^\circ ۰۲'$، $۰^\circ ۳۱'$، $۰^\circ ۱۹'$ و $۰^\circ ۴۴'$ نسبت به صفحهٔ استوایی سیاره برسند. درنتیجه، پوشیدگیهای متقابل‌را نمی‌توان بااطمینان توسط روش ساده شدهٔ مشروح در این فصل محاسبه کرد. در مورد یک مقارنهٔ بسیار نزدیک، حتی امکان ندارد نتیجه بگیریم که کدام یک از دو قمر از شمال دیگری می‌گذرد.

مثال ۳۶. ب ــ زمان مقارنهٔ بین اقمار II و III را درصبح ۲۸ ژانویه ۱۹۷۹ محاسبه‌کنید. مختصات X و Y این دوقمر رابرای لحظات متعدد، با فاصلهٔ ۰/۰۴ روزی محاسبه می‌کنیم. نتایج بقرار زیرند:

1979, ET	X_2	X_3	Y_2	Y_3	$X_2 - X_3$
ژانویه 28.24	+4.279	+4.050	+0.080	+0.140	+0.229
28.28	+3.671	+3.539	+0.083	+0.141	+0.132
28.32	+3.044	+3.024	+0.086	+0.143	+0.020
28.36	+2.401	+2.505	+0.087	+0.144	-0.104
28.40	+1.746	+1.982	+0.089	+0.144	-0.236

با درونیابی، می‌بینیم که در $۷^h ۵۰^m/۴$ ET، داریم $X_2 = X_3$، که نظیر $۷^h ۴۹^m/۶$ UT می‌باشد، زیرا در ۱۹۷۹ مقدار ET - UT، +۵۰ ثانیه بوده است. البته، نتیجه را باید به نزدیکترین دقیقه، یا $۷^h ۵۰^m$ UT، گرد کرد.

درصفحهٔ ۶۰ کتابچه انجمن نجومی بریتانیا برای ۱۹۷۹، می‌خوانیم که، **پوشیدگی** قمر III توسط قمر II برای ۲۸ ژانویهٔ ۱۹۷۹ پیش‌بینی شده بود، و زمان مقارنه $7^h 56^m$ UT

می‌باشد. این زمان شش دقیقه بعد از زمانی است‌که هم‌اکنون به‌دست آوردیم. باوجود این، این اختلاف نمی‌تواند تعجب‌انگیز باشد. زیرا دو قمر نزدیک زمان مقارنه، همان‌گونه که از مقادیر X_2 و X_3 می‌توانیم ببینیم، با سرعت زاویه‌ای یکسانی در مجاورت هم‌حرکت می‌کرده‌اند. بعدها می‌بینیم که اختلاف بین مقادیر Y_2 و Y_3 کوچک است، و این مطلب بر یک مقارنهٔ نزدیک بین اقمار II و III دلالت دارد.

مقارنه با مشتری ــ یک قمر هنگامی در مقارنهٔ پایینی با مشتری قرار دارد که مختص X آن صفر باشد و از منفی به مثبت تغییر کند؛ یا بعبارت دیگر، هنگامی که زاویه متناظر u، که به بازهٔ $0°$ــ$360°$ تبدیل شده، $0°$ یا $360°$ باشد.

مشابها"، یک قمر هنگامی درمقارنهٔ بالایی با مشتری قرار دارد که مختص X آن، در حال تغییر از مثبت به منفی، صفر شود، یا هنگامی که $u = 180°$.

تمرین ــ در ۱۶آوریل ۱۹۷۸ اقمار I و III تقریبا" بطور همزمان درمقارنه بامشتری بودند. این مطلب را توسط برنامهٔ خود تحقیق کنید، و نتایج خود را با داده‌های زیر که از تقویم نجومی استخراج شده‌اند مقایسه کنید:

III،	در مقارنهٔ بالایی	17^h27^m UT
I	در مقارنهٔ پایینی	17 30

۳۷

نیمقطر خورشید ،ماه و سیارات

خورشید و سیارات

هنگامی‌که نیمقطرخورشید وسیارات ، s ،از داده‌های تقویمی مستقیما " قابل‌دسترسی نباشند ، می‌توان آنها را از رابطهٔ زیر حساب کرد :

$$s = \frac{s_0}{\Delta}$$

که در آن s_0 عبارت است از نیمقطر جسم برحسب فاصلهٔ واحد (1 AU) ،

Δ عبارت است از فاصلهٔ جسم تا زمین ،برحسب AU .

مقادیر زیر را باید برای s_0 مورداستفاده قرار داد :

خورشید	959″63	زحل :	
عطارد	3.34	استوایی	83″33
زهره	8.41	قطبی	74.57
مریخ	4.68	اورانوس	34.28
مشتری :		نپتون	36.56
استوایی	98.47		
قطبی	91.91		

ماه

هنگامی‌که‌نیمقطرماه، s'، برحسب ثانیهٔ درجه (")از داده‌های تقویمی مستقیما "قابل دسترس نباشد، می‌توان آن‌را ازرابطهٔ زیرحساب کرد:

$$s' = \frac{56\,204.92}{D} = \frac{358\,482\,800}{D'} = 0.272\,476\ \pi'$$

که در آن:

D = فاصلهٔ زمین مرکزی ماه برحسب واحد شعاع استوایی زمین،

D' = فاصلهٔ زمین مرکزی ماه برحسب کیلومتر،

π' = اختلاف منظر استوایی افقی ماه برحسب ثانیهٔ درجه (").

نیمقطر محاسبه شده با این روش، زمین مرکزی است، یعنی برای یک ناظر فرضی واقع بر مرکز زمین به‌کار می‌رود. نیمقطر رصد شدهٔ ماه کمی از قطر زمین مرکزی بزرگتر خواهد بودو می‌توان آن‌را، با دقت کافی برای‌اکثر اهداف، با ضرب‌کردن مقدار زمین مرکزی‌در:

$$1 + \frac{\sin h}{D}$$

به دست آورد؛ که در آن h عبارت است از ارتفاع ماه در بالای افق ناظر، و D، مثل‌بالا، عبارت است از فاصلهٔ زمین مرکزی ماه برحسب واحد شعاع استوایی زمین.

افزایش نیمقطر ماه، بعلت این حقیقت که ناظر زمین مرکزی نیست، هنگامی که ماه‌در افق واقع باشد صفر است، و هنگامی که ماه در سمت‌الراس واقع باشد حداکثر (بین "۱۴ و "۱۸)خواهد بود.

۳۸

قدر ستاره‌ای

جمع کردن قدرهای ستاره‌ای

اگر دو ستاره دارای قدر m_1 و m_2 باشند، قدر مرکب آنها، m، را می‌توان به‌صورت زیر محاسبه کرد:

$$x = 0.4\,(m_2 - m_1)$$

$$m = m_2 - 2.5 \log\,(10^{x} + 1)$$

که در آن لگاریتم در مبنای ۱۰ می‌باشد.

مثال ۳۸.الف ــ قدر موءلفه‌های ستاره رأس التوأم المقدم عبارتند ۱/۹۶ و ۲/۸۹. قدر مرکب را محاسبه کنید.

به دست می‌آید:

$$x = 0.4\,(2.89 - 1.96) = 0.372$$

$$m = 2.89 - 2.5 \log\,(10^{0.372} + 1) = 1.58$$

نسبت درخشندگی

اگر دوستاره دارای قدر m_1 و m_2 باشند، نسبت فروزندگی ظاهری آنها، $\frac{I_1}{I_2}$، را می‌توان به‌صورت زیر محاسبه کرد:

$$\frac{I_1}{I_2} = 10^x \qquad x = 0.4\ (m_2 - m_1)$$

اگرنسبت درخشندگی $\frac{I_1}{I_2}$ معلوم باشد، تفاضل قدرمتناظراین درخشندگی، $\Delta m = m_2 - m_1$، را می‌توان از رابطهٔ زیر محاسبه کرد:

$$\Delta m = 2.5 \log \frac{I_1}{I_2}$$

مثال ۳۸. ب ــ ستاره نسر واقع[1] (قدر ۰/۱۴) چند بار درخشنده‌تر از ستاره قطبی (قدر ۲/۱۲) است؟

$$x = 0.4\ (2.12 - 0.14) = 0.792$$

$$10^x = 6.19$$

بنابر این، ستاره نسرواقع ۶/۱۹ بار درخشان‌تر از ستارهٔ قطبی است.

مثال ۳۸.ج ــ یک ستاره ۵۰۰ بار درخشان‌تر از دیگری است.
اختلاف قدر متناظر آنها عبارت است از:

$$\Delta m = 2.5 \log 500 = 6.75$$

فاصله و قدر مطلق

اگر π اختلاف منظر یک ستاره باشد که برحسب ثانیهٔ درجه (") بیان شده است، فاصلهٔ این ستاره تا ما برابر است با:

$\frac{1}{\pi}$ پارسک یا $\frac{3.2616}{\pi}$ سال نوری

اگر π اختلاف منظر یک ستاره برحسب ثانیهٔ درجه (") و m قدر ظاهری این ستاره باشد، قدرمطلق آن، M، را می‌توان از رابطهٔ زیر به‌دست آورد:

1. Vega.

$$M = m + 5 + 5 \log \pi$$

که، دوباره، لگاریتم در مبنای ۱۰ می‌باشد.

اگر d فاصلهٔ ستاره برحسب پارسک باشد، داریم:

$$M = m + 5 - 5 \log d$$

۳۹

ستاره‌های دوتایی

اجزای مداری یک ستارهٔ دوتایی عبارتند از:

P = دوره تناوب گردش برحسب سال خورشیدی متوسط؛

T = زمان عبورقرین ستاره‌ای‌که عموما "به‌صورت یک‌سال و اعشار داده می‌شود (برای مثال ۱۹۴۵/۶۲)؛

e = خروج از مرکز مدار حقیقی؛

a = نیمقطر بزرگ برحسب ثانیهٔ درجه (")؛

i = تمایل صفحهٔ مدار حقیقی نسبت‌به صفحهٔ قائم برخط دید. برای حرکت مستقیم در مدار ظاهری، i از $0°$ تا $90°$ تغییر می‌کند، و برای حرکت معکوس، i بین ۹۰ و ۱۸۰ درجه قراردارد. هنگامی که i، $90°$ باشد، مدار ظاهری عبارت‌است از یک خط مستقیم مارّ بر ستاره اولیه؛

Ω = زاویهٔ موضع گره صعودی؛

ω = طول قرین ستاره؛ و این عبارت است‌از زاویه‌ای درصفحهٔ مدار حقیقی‌که از گره صعودی تا قرین ستاره، و همواره درجهت حرکت، اندازه‌گیری می‌شود.

هنگامی که این اجزایی مداری معلومند، زاویهٔ موضع ظاهری، θ، و فاصله زاویه‌ای، ρ، را می‌توان برای هر زمان داده شدهٔ t به‌صورت زیر محاسبه کرد.

$$n = \frac{360°}{P} \qquad\qquad M = n\ (t - T)$$

n عبارت است از حرکت سالانهٔ متوسط همدم، برحسب درجه و اعشار، و همواره مثبت می‌باشد. M عبارت است از آنومالی متوسط همدم برای زمان داده شدهٔ t.

سپس معادلهٔ کپلر:

$$E = M + e \sin E$$

را با یکی از روشهای مشروح در فصل ۲۲ حل می‌کنیم، و بعد بردار شعاعی، r، و آنومالی حقیقی، v، را از رابطه‌های زیر حساب می‌کنیم:

$$r = a\ (1 - e \cos E)$$

$$\tan \frac{v}{2} = \sqrt{\frac{1 + e}{1 - e}} \tan \frac{E}{2}$$

سپس $(\theta - \Omega)$ را از فرمول زیر به‌دست می‌آوریم:

$$\tan\ (\theta - \Omega) = \frac{\sin\ (v + \omega)\ \cos\ i}{\cos\ (v + \omega)} \qquad (۱-۳۹)$$

البته، این معادله را می‌توان به‌صورت زیر نوشت:

$$\tan\ (\theta - \Omega) = \tan\ (v + \omega)\ \cos\ i$$

اما در این حالت ربع صحیح به‌ازای $(\theta - \Omega)$ معین نیست. همانند حالت پیشین، بهتر است معادلهٔ (۳۹-۱) را بدون تغییر رها کنیم، و در صورت و مخرج کسر تبدیل مختصات راستگوشه‌ای به قطبی را به‌کار بریم. این روند زاویهٔ $(\theta - \Omega)$ را یکباره در ربع صحیح قرار خواهد داد.

هنگامی که $(\theta - \Omega)$ پیدا شد، Ω را به آن بیفزایید تا θ حاصل شود. اگر لازم شد، نتیجه را به بازهٔ $0° - 360°$ تبدیل کنید.

جدایی زاویه‌ای، ρ، از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$\rho = \frac{r \cos\ (v + \omega)}{\cos\ (\theta - \Omega)}$$

مثال ۳۹. الف ــ برطبق ای. سیلبرناگل[1] (۱۹۲۹)، اجزاء مداری اِتای اکلیل شمالی[2]

1. E. Silbernagel. 2. η Coronae Borealis.

عبارت است از:

$P = 41.623$ سال $\qquad i = 59^\circ.025$

$T = 1934.008 \qquad \Omega = 23^\circ.717$

$e = 0.2763 \qquad \omega = 219^\circ.907$

$a = 0''.907$

θ و ρ را برای دورهٔ ۱۹۸۰/۰ محاسبه کنید.

به‌ترتیب به‌دست می‌آوریم:

$$n = 8.64906$$
$$t - T = 1980.0 - 1934.008 = 45.992$$
$$M = 397^\circ.788 = 37^\circ.788$$
$$E = 49^\circ.897$$
$$r = 0''.74557$$
$$v = 63^\circ.416$$
$$\tan(\theta - \Omega) = \frac{-0.500\,813}{+0.230\,440}$$
$$\theta - \Omega = -65^\circ.291$$
$$\theta = -41^\circ.574 = 318^\circ.4$$
$$\rho = 0''.411$$

می‌توان برنامه‌ای برای به‌دست آوردن زیج کامل یک ستارهٔ دوتایی درمدت چندین سال، نوشت. مؤلف چنین برنامه‌ای را، برای ماشین HP-67، نوشته است (۱۵۰ مرحله). این برنامه بعنوان یک زیر برنامه در بردارندهٔ حل معادلهٔ کپلر است، که می‌توان آن را به‌صورت یک برنامهٔ مستقل به‌کار برد. پس از وارد کردن اجزای مداری، سال آغاز زیج مطلوب، و فاصلهٔ زیجی برحسب سال، وارد می‌شوند. سپس بدون‌هیچ‌گونه فشاری برتکمه‌های ماشین، در حین توقفها، به ترتیب مقادیر زیر را نشان می‌دهد:

سال،

زاویهٔ موضع برحسب درجه،

جدایی برحسب "،

سپس سال آینده و غیره.

سعی کنید برنامه مشابهی برای ماشین خود بنویسید. بعنوان تمرین، با استفاده از اجزای زیر (ک. استرند[1]، ۱۹۳۷) یک زیج برای گامای عَذرا[2] محاسبه کنید):

---

1. K.Strand. 2. γ Virginis.

P = 171.37 years	i = 146°.05
T = 1836.433	Ω = 31°.78
e = 0.8808	ω = 252°.88
a = 3″.746	

جواب ــ دراین‌جا زیج مطلوب با یک فاصلهٔ چهار ساله، با شروع از سال ۱۹۸۰ داده‌شده است. زاویهٔ موضع بازمان نزول می‌کند، زیرا i بین ۹۰ و ۱۸۰ درجه قرار دارد.

سال =	θ =	ρ =
1980.0	296°.86	3″.90
1984.0	293.55	3.58
1988.0	289.55	3.23
1992.0	284.49	2.83
1996.0	277.62	2.37
2000.0	267.10	1.84
2004.0	246.26	1.18
2008.0	125.94	0.38
2012.0	24.65	1.35

خروج از مرکز مدار ظاهری

مدار ظاهری یک ستارهٔ دوتایی یک بیضی است که خروج از مرکزش، e'، عموما" با خروج از مرکز مدار حقیقی، e، تفاوت دارد. شاید دانستن e' جالب باشد؛ گرچه‌این خروج از مرکز ظاهری، هیچ مفهوم اختر فیزیکی ندارد.

فرمولهای زیر، توسط مؤلف این کتاب، در یک مقاله در *مجلهٔ انجمن نجومی بریتانیا*[1]، جلد ۸۹، صفحات ۴۸۸–۴۸۵، اوت ۱۹۷۹، به‌چاپ رسیده است.

$$A = (1 - e^2 \cos^2\omega) \cos^2 i$$
$$B = e^2 \sin\omega \cos\omega \cos i$$
$$C = 1 - e^2 \sin^2\omega$$
$$D = (A - C)^2 + 4B^2$$
$$e'^2 = \frac{2\sqrt{D}}{A + C + \sqrt{D}}$$

باید تذکر داد که e' از اجزای مداری a و Ω مستقل است، و می‌تواند کوچکتر یا بزرگتر از خروج ازمرکز حقیقی e باشد.

1. Journal of the British Astronomical Association.

مثال ۳۹. ب ــ خروج از مرکز مدار ظاهری اتای اکلیل شمالی را بیابید. اجزای مداری در مثال ۳۹. الف داده شده‌اند.

به‌دست می‌آوریم:

$$A = 0.25298$$
$$B = 0.01934$$
$$C = 0.96858$$
$$D = 0.51358$$
$$e' = 0.860$$

لذا، برای این ستارهٔ دوتایی مدار ظاهری خیلی کشیده‌تر از مدار حقیقی است.

۴۰

عقب‌گردی خطی: همبستگی

در اکثر حالات، نتیجهٔ تعداد زیادی رصد عبارت است از یک‌سری نقطه در یک نمودار، که هر نقطه توسط یک مقدار x و یک مقدار y تعیین می‌شود. ممکن است لازم باشد که "بهترین" منحنی جای گیرنده دربین نقاط را رسم کنیم.

منحنیهای متعددی را می‌توان در میان یک سری از نقاط جای داد: خط مستقیم، منحنی نمایی، لگاریتمی، چند جمله‌ای و . . . . در این‌جا فقط حالت خط مستقیم را درنظر خواهیم گرفت، مساله‌ای که **عقب‌گردی خطی** نامیده می‌شود.

می‌خواهیم با استفاده از روش کمترین مربعات، ضرایب معادلهٔ خطی زیر را حساب کنیم:

$$y = ax + b \qquad (۱-۴۰)$$

ضریب زاویهٔ a و عرض ازمبدا b را می‌توان توسط فرمولهای زیر محاسبه کرد:

$$a = \frac{n\,\Sigma xy - \Sigma x\,\Sigma y}{n\,\Sigma x^2 - (\Sigma x)^2}$$

$$b = \frac{\Sigma y\,\Sigma x^2 - \Sigma x\,\Sigma xy}{n\,\Sigma x^2 - (\Sigma x)^2} \qquad (۲-۴۰)$$

که در آنها n عبارت است از تعداد نقاط. علامت Σ جمع بندی را نشان می‌دهد. بنابراین، Σx مجموع تمام مقادیر x، Σy مجموع تمام مقادیر y، Σx^2 مجموع مربعات تمام مقادیر x، Σxy مجموع حاصلضرب xy تمام جفتهای مقادیر فوق و . . . را نشان می‌دهد. باید تذکر داد که Σxy با $\Sigma x \times \Sigma y$ یکسان نیست (مجموع حاصلضربها با حاصلضرب مجموعها یکسان نیست) و نیز $(\Sigma x)^2$ با Σx^2 یکسان نیست (مربع مجموع با مجموع مربعات یکسان نیست)!

یک کاربرد نجومی جالب این مطلب عبارت است از یافتن رابطهٔ میان درخشندگی ذاتی یک ستارهٔ دنباله‌دار و فاصلهٔ آن تا خورشید. قدر ظاهری یک ستارهٔ دنباله‌دار، m، را می‌توان عموماً توسط فرمولی بشکل زیر نمایش داد:

$$m = g + 5 \log \Delta + \kappa \log r$$

که آن را قبلاً در فصل ۲۵ ذکر کردیم. این‌جا، Δ و r به‌ترتیب فاصله ستارهٔ دنباله‌دار تا زمین و تا خورشید، برحسب واحد نجومی، می‌باشند، قدر مطلق، g، و ضریب κ را باید از رصد نتیجه گرفت. این عمل را می‌توان هنگامی که قدر m در طی یک مدت زمان نسبتاً طولانی اندازه‌گیری شده باشد، انجام داد. برای هر مقدار m، مقادیر Δ و r را باید از زیج استنتاج کرد، یا از اجزای مداری محاسبه نمود.

در این حالت مجهولات عبارتند از g و κ. فرمول فوق را می‌توان به‌صورت زیر نوشت:

$$m - 5 \log \Delta = \kappa \log r + g$$

و هنگامی که بنویسیم $y = m - 5 \log \Delta$ و $x = \log r$، این فرمول بشکل (۴۰–۱) درمی‌آید. کمیت y را می‌توان قدر "خورشید مرکزی" نامید، زیرا اثر فاصلهٔ متغیر تا زمین حذف شده است.

مثال ۴۰. الف ــ جدول ۴۰. الف شامل مقادیر تخمین شدهٔ قدر بصری m از ستارهٔ دنباله‌دار تناوبی وایلد ۲[1] (۱۹۷۸ ب) می‌باشد. که توسط جان بارتل[2] تهیه شده است. مقادیر نظیر r و Δ از اجزای مداری (IAUC ۳۱۷۷) محاسبه شده‌اند.

حال، کمیات y و x برای محاسبهٔ Σx، Σy، Σx^2 و Σxy به‌کار می‌روند. در HP-67، و بعضی ماشینهای دیگر، تکمه‌ای وجود دارد ($\Sigma+$) که استفاده از آن مجموعهای مختلف Σx، Σy^2 و . . . را در ثباتهای مختلف ذخیره می‌کند. این تکمه را باید پس از ورود هر یک از زوج مقدارهای y و x فشار داد.

---

1. Wild 2.
2. John Bortle.

به‌کمک مقادیر جدول، به‌دست می‌آوریم:

$n = 19$ $\quad \Sigma x = 4.2805 \quad \Sigma x^2 = 1.0031$

$\Sigma y = 192.0400 \quad \Sigma xy = 43.7943$

که از آن‌جا، طبق فرمولهای (۴۰–۲)، داریم:

$a = 13.67 \quad b = 7.03$

درنتیجه، "بهترین" خطی که در میان داده‌های رصد جا می‌گیرد عبارت است از:

$$y = 13.67\,x + 7.03$$

یا:

$$m - 5 \log \Delta = 13.67 \log r + 7.03$$

جدول ۴۰.الف

1978, UT		m	r	Δ	$y = m - 5 \log \Delta$	$x = \log r$
فوریه	4.01	11.4	1.987	1.249	10.92	0.2982
	5.00	11.5	1.981	1.252	11.01	0.2969
	9.02	11.5	1.958	1.266	10.99	0.2918
	10.02	11.3	1.952	1.270	10.78	0.2905
	25.03	11.5	1.865	1.335	10.87	0.2707
مارس	7.07	11.5	1.809	1.382	10.80	0.2574
	14.03	11.5	1.772	1.415	10.75	0.2485
	30.05	11.0	1.693	1.487	10.14	0.2287
آوریل	3.05	11.1	1.674	1.504	10.21	0.2238
	10.06	10.9	1.643	1.532	9.97	0.2156
	26.07	10.7	1.582	1.592	9.69	0.1992
مه	1.08	10.6	1.566	1.610	9.57	0.1948
	3.07	10.7	1.560	1.617	9.66	0.1931
	8.07	10.7	1.545	1.634	9.63	0.1889
	26.09	10.8	1.507	1.696	9.65	0.1781
	28.09	10.6	1.504	1.703	9.44	0.1772
	29.09	10.6	1.503	1.707	9.44	0.1770
ژوئن	2.10	10.5	1.498	1.721	9.32	0.1755
	6.09	10.4	1.495	1.736	9.20	0.1746

بدین ترتیب، برای ستاره دنباله‌دار تناوبی وایلد ۲ در ۱۹۷۸ داریم:

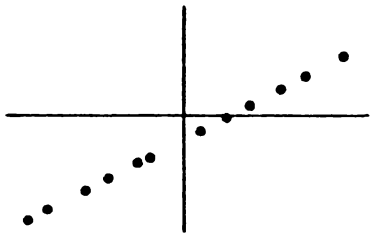
$$m = 7.03 + 5 \log \Delta + 13.67 \log r$$

ضریب همبستگی

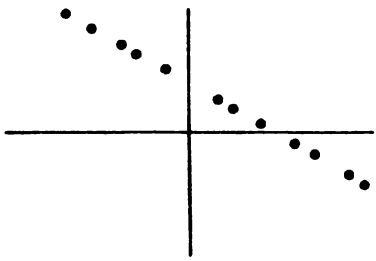
ضریب همبستگی عبارت است از اندازهٔ آماری درجهٔ ارتباط دومتغیر با یکدیگر. در مورد یک معادلهٔ خطی، ضریب همبستگی عبارت است از:

$$r = \frac{n\,\Sigma xy - \Sigma x\,\Sigma y}{\sqrt{n\,\Sigma x^2 - (\Sigma x)^2}\;\sqrt{n\,\Sigma y^2 - (\Sigma y)^2}} \qquad (۲-۴۰)$$

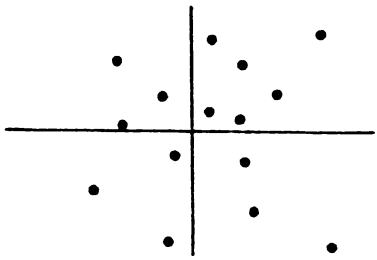
این ضریب همواره بین ۱+ و ۱− قرار دارد. مقدار ۱+ یا ۱−، خاطرنشان می‌کند که دو متغیر کاملا" همبسته‌اند؛ این اعداد، ارتباط تابعی کاملی را نشان می‌دهند، تمام نقاط نشان‌دهندهٔ جفت مقادیر x و y، بر خط مستقیمی قرار می‌گیرند که این ارتباط را نشان می‌دهد.



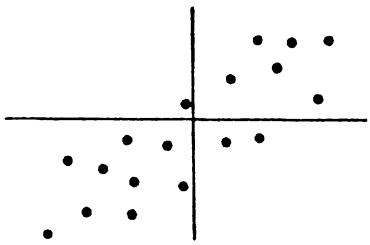
شکل ۱
ارتباط تابعی کامل؛
همبستگی مثبت



شکل ۲
ارتباط تابعی کامل؛
همبستگی منفی



شکل ۳
عدم همبستگی



شکل ۴
همبستگی

اگر $r = +1$، صعود x متناظر با صعود y است (شکل ۱). اگر $r = -1$، دوباره یک ارتباط تابعی کامل وجود دارد، اما، y با صعود x نزول می‌کند (شکل ۲).

هنگامی که $r = 0$، بین x و y هیچ ارتباطی موجود نیست (شکل ۳). گرچه، در عمل، هنگامی که هیچ رابطه‌ای هم موجود نباشد، ممکن است r دقیقا" صفر نشود. این مطلب مربوط به تطابقهای تصادفی می‌شود که عموما"، بجز در حالتی که با تعداد نامتناهی از نقاط سر و کار داریم، اتفاق می‌افتد.

هنگامی که $|r|$ بین ۰ و ۱ واقع باشد، بین x و y نوعی تمایل وجود دارد، گرچه هیچ رابطهٔ اکیدی موجود نیست (شکل ۴). در این جا دوباره باید تذکر داد که، اگر، عملا" رابطهٔ اکیدی هم بین دو متغیر موجود باشد، بعلت بی‌دقتیهای ذاتی تمام اندازه‌گیریها، ممکن است محاسبات مقدار r را دقیقا" برابر $+1$ یا -1 ندهند.

مثال ۴۰.ب ــ در صفحهٔ ۱۰ مجلهٔ بلژیکی *Heelal* سپتامبر ۱۹۷۸، جدول زیر (جدول

۴۰.ب) داده شده است. برای هریک ازبیست عدد حداکثر لکه‌های خورشیدی، که از ۱۷۶۱ تا ۱۹۶۹ اتفاق افتاده است، y ارتفاع حداکثر (بیشترین میانگین هموار شدهٔ ماهانه)، و x فاصلهٔ زمانی، برحسب ماه، از حداقل پیشین لکه‌های خورشیدی تااین حداکثرمی‌باشد. در این صورت، مقادیر زیر را به دست می‌آوریم:

$$\Sigma x = 1039 \qquad \Sigma x^2 = 57303 \qquad \Sigma xy = 108\,987.0$$
$$\Sigma y = 2249.7 \qquad \Sigma y^2 = 286\,027.09 \qquad n = 20$$

جدول ۴۰.ب

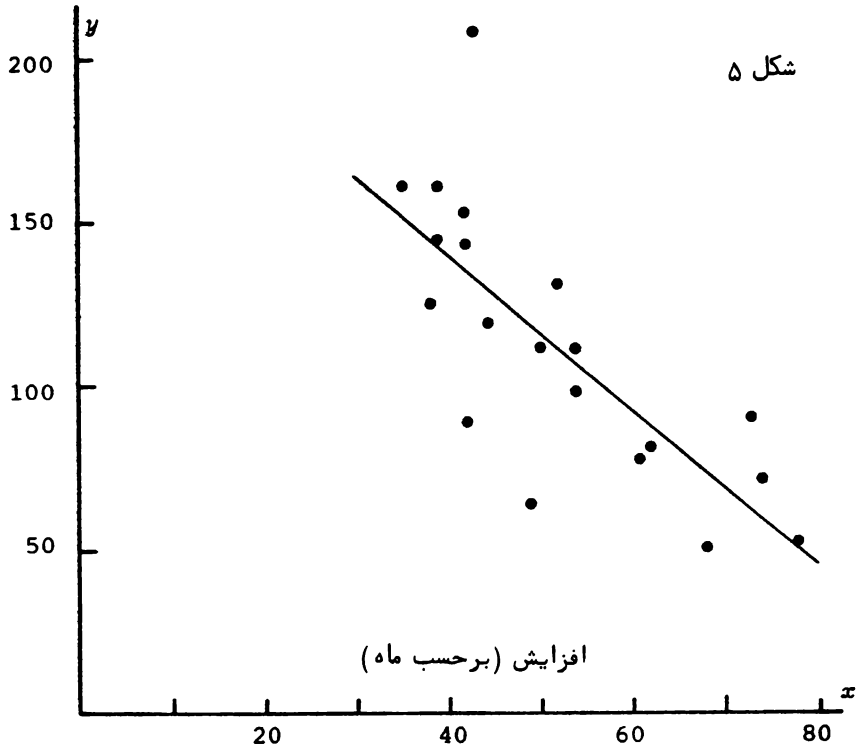
x	y	دورهٔ حداکثر	x	y	دورهٔ حداکثر
39	144.8	ژولای 1870	73	90.4	ژوییه 1761
61	78.1	ژوییه 1884	38	125.3	اکتبر 1769
42	89.5	اوت 1893	35	161.8	مه 1778
49	63.9	اکتبر 1905	42	143.4	نوامبر 1787
50	112.1	اوت 1917	78	52.5	دسامبر 1804
62	82.0	ژوییه 1928	68	50.8	مارس 1816
44	119.8	مه 1937	74	71.5	ژوئن 1829
39	161.2	ژولای 1947	42	152.8	فوریه 1837
43	208.4	نوامبر 1957	52	131.3	نوامبر 1847
54	111.6	فوریه 1969	54	98.5	ژولای 1860

و لذا، طبق فرمولهای (۴۰–۲) و (۴۰–۱)، داریم

$$y = 235.61 - 2.37\,x$$

و این معادلهٔ بهترین خط مستقیمی است که در میان بیست نقطهٔ داده شده جای می‌گیرد. این نقاط و این خط در شکل ۵ نشان داده شده‌اند.

ازفرمول (۴۰–۳) به‌دست می‌آوریم $r = -0/753$. این‌نشان می‌دهدکه تمایل آشکاری برای‌ارتباط وجود داردو علامت منفی r خاطرنشان می‌کندکه همبستگی بین x و y منفی‌است: هرچه مدت زمان بروز لکه‌های خورشیدی، از یک حداقل تا حداکثر بعدی، ***طولانی‌تر*** شود، عموما" ارتفاع این حداکثر **کمتر** خواهد شد.



شکل ۵

مثال ۴۰.ج ــ بعنوان مثال از دو متغیر که می‌دانیم بین آنها هیچ همبستگی نمی‌تواند موجود باشد، قدر عکاسی مطلق یک سیارهٔ کوچکتر (x) و تعداد حروف نام آن (y) را در نظر می‌گیریم. قدرهای مطلق را از *زیج سیارات کوچکتر برای ۱۹۷۹*، لنینگراد، استخراج می‌کنیم و تنها سیارات کوچکتر ۵۱ تا ۱۰۰ را، که نمونه بحد کافی بزرگی است، درنظر می‌گیریم (جدول ۴۰.ج).

در این صورت، داریم:

$$\Sigma x = 460.8 \qquad \Sigma x^2 = 4278.50 \qquad \Sigma xy = 2869.1$$
$$\Sigma y = 312 \qquad \Sigma y^2 = 2078 \qquad n = 50$$

که از آن‌جا، طبق فرمول (۴۰ــ۳)، $r = -0/097$. ضریب همبستگی کوچک است، اما بدلیل مذکور در قبل صفر نیست.

جدول ۴۰.ج

	x	y		x	y
51 Nemausa	8.7	7	76 Freia	9.0	5
52 Europa	7.6	6	77 Frigga	9.6	6
53 Kalypso	9.8	7	78 Diana	9.1	5
54 Alexandra	8.8	9	79 Eurynome	9.3	8
55 Pandora	9.1	7	80 Sappho	9.3	6
56 Melete	9.6	6	81 Terpsichore	9.7	11
57 Mnemosyne	8.4	9	82 Alkmene	9.4	7
58 Concordia	9.9	9	83 Beatrix	9.8	7
59 Elpis	8.7	5	84 Klio	10.3	4
60 Echo	10.0	4	85 Io	8.9	2
61 Danaë	8.8	5	86 Semele	9.8	6
62 Erato	9.8	5	87 Sylvia	8.3	6
63 Ausonia	8.2	7	88 Thisbe	8.2	6
64 Angelina	8.8	8	89 Julia	8.2	5
65 Cybele	7.9	6	90 Antiope	9.3	7
66 Maja	10.6	4	91 Aegina	9.7	6
67 Asia	9.9	4	92 Undina	8.0	6
68 Leto	8.3	4	93 Minerva	8.8	7
69 Hesperia	8.3	8	94 Aurora	8.8	6
70 Panopaea	9.2	8	95 Arethusa	8.9	8
71 Niobe	8.5	5	96 Aegle	9.1	5
72 Feronia	10.3	7	97 Klotho	8.7	6
73 Klytia	10.3	6	98 Ianthe	10.4	6
74 Galatea	10.1	7	99 Dike	11.5	4
75 Eurydike	10.0	8	100 Hekate	9.1	6

دراین‌جا باید تذکرداد که ،همانند تمام بررسیهای آماری دیگر ،برای به‌دست‌آوردن یک‌نتیجهٔ‌بامعنی ،نمونه باید بحدکافی بزرگ باشد .یک‌ضریب همبستگی نزدیک ۱+ یا ۱− اگر برمبنای تعداد بسیارکمی از حالات باشد ،هیچ معنای فیزیکی ندارد .هنگامی که تنها هشت سیارهٔ‌کوچکتر ۷۱تا ۷۸ را ،در مثال بالا ،درنظر بگیریم ،بین x و y ضریب‌همبستگی بالای ۰/۷۸۵+ را به‌دست می‌آوریم ،و حتی برای پنج سیارهٔ کوچکتر ۷۸ تا ۸۲ مقدار بالاتر ۰/۹۳۲+=r را به‌دست خواهیم آورد .

این مطلب ثابت می‌کند که ،در مورد چنین تعداد کمی ،ضریب همبستگی می‌تواند ، بطور اتفاقی ،کاملا" بزرگ شود .

بعنوان تمرین ،با استفاده از داده‌های جدول ۴۰.د ،که در آن :

y = کل ریزش باران سالانه در Uccle ،برحسب میلی‌متر ،

x = میانگین سالانهٔ تعداد لکه‌های خورشیدی معین ،

نشان‌دهید که هیچ‌همبستگی میان ریزش‌باران دررصدخانهٔ Uccle و فعالیت‌لکهٔ‌خورشیدی موجود نیست .

(جواب : ضریب‌همبستگی عبارت است از $r = -0/025$ ،که نشان می‌دهد هیچ همبستگی با معنایی بین x و y وجود ندارد .)

جدول ۴۰.د

سال	y	x	سال	y	x	سال	y	x
1901	700	2.7	1928	882	77.8	1955	616	38.0
1902	762	5.0	1929	688	64.9	1956	795	141.7
1903	854	24.4	1930	953	35.7	1957	801	190.2
1904	663	42.0	1931	858	21.2	1958	834	184.8
1905	912	63.5	1932	858	11.1	1959	560	159.0
1906	821	53.8	1933	738	5.7	1960	962	112.3
1907	622	62.0	1934	707	8.7	1961	903	53.9
1908	678	48.5	1935	916	36.1	1962	862	37.5
1909	842	43.9	1936	763	79.7	1963	713	27.9
1910	990	18.6	1937	900	114.4	1964	785	10.2
1911	741	5.7	1938	711	109.6	1965	1073	15.1
1912	941	3.6	1939	928	88.8	1966	1054	47.0
1913	801	1.4	1940	837	67.8	1967	707	93.8
1914	877	9.6	1941	744	47.5	1968	776	105.9
1915	910	47.4	1942	841	30.6	1969	776	105.5
1916	1054	57.1	1943	738	16.3	1970	727	104.5
1917	851	103.9	1944	766	9.6	1971	691	66.6
1918	848	80.6	1945	745	33.2	1972	710	68.9
1919	980	63.6	1946	861	92.6	1973	690	38.0
1920	760	37.6	1947	640	151.6	1974	1039	34.5
1921	417	26.1	1948	792	136.3	1975	734	15.5
1922	938	14.2	1949	521	134.7	1976	541	12.6
1923	917	5.8	1950	951	83.9	1977	855	27.5
1924	849	16.7	1951	878	69.4	1978	767	92.5
1925	1075	44.3	1952	926	31.5	1979	839	155.4
1926	896	63.9	1953	557	13.9	1980	913	154.6
1927	837	69.0	1954	741	4.4	1981	1016	140.5

۴۱

زیج برای رصدهای فیزیکی خورشید

فرمولهای ارائه‌شده دراین فصل مبتنی براجزایی هستندکه توسط کارینگتون[1] (۱۸۶۳) تعیین شدند و سالیان متمادی مورداستفاده قرار گرفته‌اند. کمیتهای مطلوب عبارتند از:

P = زاویهٔ موضع انتهای شمالی محور چرخش، که از نقطهٔ شمال قرص خورشید به طرف غرب اندازه گرفته می‌شود؛

B_0 = عرض خورنگاری نقطه مرکزی قرص خورشید؛

L_0 = طول خورنگاری همان نقطه.

L_0 در حدود ۱۳/۲ درجه در روز کاهش می‌یابد. دورهٔ تناوب هلالی متوسط ۲۷/۲۷۵۲ روز است. شروع هر "چرخش" لحظه‌ای است که L_0 از $0°$ می‌گذرد. چرخش شماره ۱ در ۹ نوامبر ۱۸۵۳ شروع شده است.

B_0 در حدود ۶ ژوئن و ۷ دسامبر صفر است، و در حدود ۶ مارس ($-7°/25$) و ۸ دسامبر ($+7°/25$) به مقدار ماکزیمم می‌رسد.

---

1. Carrington.

فرض کنید JD تاریخ زیجی ژولینی باشد که می‌توان آن را بوسیلهٔ روش شرح داده شده درفصل ۳محاسبه کرد. اگر لحظهٔ مفروض برحسب زمان‌جهانی تعیین شده باشد، مقدار $\Delta T = ET - UT$ را که برحسب روز بیان می‌شود به JD بیفزایید (فصل ۵ را نگاه کنید). اگر ΔT برحسب ثانیه‌های‌زمان بیان‌شده باشد، تصحیح مربوط به JD برابربا $+\frac{\Delta T}{۸۶۴۰۰}$ خواهد بود.

سپس T را بوسیلهٔ فرمول (۱۸—۱) به‌دست آورده، و کمیتهای زیر را محاسبه کنید:

$$\theta = (JD - 2398\,220) \times \frac{360^\circ}{25.38}$$

$$I = 7^\circ.25 = 7^\circ 15'$$

$$K = 74^\circ.3646 + 1^\circ.395\,833\,T$$

که در آن I میل استوای خورشیدی روی دایره البروج، و K طول کره صعودی استوای خورشیدی روی دایره البروج است.

طول *ظاهری* خورشید، λ، (شامل اثر انحراف) را توسط روش شرح داده شده درفصل ۱۸، و تمایل دایره البروج، ε، (شامل اثر رقص محوری) را بوسیلهٔ فرمولهای (۱۸ — ۴) و (۱۸ — ۵) محاسبه کنید.

سپس زوایای x و y را توسط روابط زیر محاسبه کنید:

$$\tan x = -\cos \lambda' \tan \varepsilon$$

$$\tan y = -\cos (\lambda - K) \tan I$$

که در آنها x و y هر دو باید بین -۹۰° و $+۹۰^\circ$ اختیار شوند. در این صورت کمیتهای مطلوب P، $B_\circ$ و $L_\circ$ به صورت زیر به‌دست می‌آیند:

$$P = x + y$$

$$\sin B_\circ = \sin (\lambda - K) \sin I$$

$$\tan \eta = \frac{-\sin (\lambda - K) \cos I}{-\cos (\lambda - K)} = \tan (\lambda - K) \cos I$$

(η در همین ربع به صورت $\lambda - K \pm ۱۸۰^\circ$ می‌باشد)

$$L_\circ = \eta - \theta$$

که به بازهٔ ۳۶۰–۰ درجه تبدیل می‌شود .

مثال ۴۱.الف – P ، $B_\circ$ ، $L_\circ$ را برای ۱۷ مه ۱۹۸۰ در JD ۲۴۴۴۳۷۶/۵ = 0^h UT محاسبه کنید .

مقدارروز $\Delta T = +51^s = +0/00059$ رابه‌کار خواهیم برد .بالنتیجه ، JD تصحیح شده ،یا روز زیجی ژولینی ،عبارت است از JD = ۲۴۴۳۷۶/۵۰۰۵۹ .

در این صورت مقادیر زیر را متوالیا" به‌دست می‌آوریم :

$T = +0.803\,737\,183$
$\theta = 654\,702°.1359 = 222°.1359$
$I = 7°.25$
$K = 75°.4865$

از فصل ۱۸ داریم :

$L = 29\,214°.85346 = 54°.85346$
$M = 29\,292°.25055 = 132°.25055$
$C = +1°.39820$
$\Theta = 56°.25166$
$\Omega = -1295°.36 = +144°.64$

تصحیح ،تنها برای انحراف :

$\lambda = \Theta - 0°.00569 = 56°.24597$

تصحیح برای تمایل :

$\lambda' = \lambda - 0°.00479 \sin \Omega = 56°.24320$

$\varepsilon = 23°.441\,835$

$\tan x = -0.240\,941 \qquad x = -13°.5467$
$\tan y = -0.120\,110 \qquad y = -6°.8490$

$P = -20°.40$

$\sin B_\circ = -0.041\,587 \qquad B_\circ = -2°.38$

$\tan \eta = \dfrac{+0.326\,900}{-0.944\,143} \qquad \eta = 160°.9021$

$L_\circ = -61°.2338 = 298°.77$

A.E.،صفحهٔ ۳۵۵ ،برای ۱۹۸۰ مقادیر زیر را ارائه می‌کند :

$P = -20°.40 \qquad B_\circ = -2°.38 \qquad L_\circ = 298°.76$

همان‌گونه که در بالا توضیح داده شد ،یک "چرخش" خورشیدی وقتی که $L_0 = 0°$ باشد ،شروع می‌شود .زمان تقریبی برای شروع چرخش هلالی کارینگتون شماره C ، توسط رابطهٔ زیر داده می‌شود :

$$\text{تاریخ روز ژولیسی} = 2398\,140.24 + 27.275\,232\,C$$

که ،البته ، C یک عدد صحیح است .لحظه‌ای که بدین طریق به‌دست آمده تقریبا" بیشتر از ۰/۱۵ روز خطا نخواهد داشت .

مثلا" ،برای $C = ۱۶۹۹$ ، JD =۲۴۴۴۴۸۰/۸۶ را به‌دست می‌آوریم ،که‌با ۲۹/۳۶اوت ۱۹۸۰ متناظر می‌شود .مقدار صحیح ،برطبق A.E. ،عبارت است از ۲۹/۲۲.

یک مقدار صحیح برای این زمان را می‌توان با محاسبهٔ L_0 برای دو لحظهٔ نزدیک به زمان مفروض توسط فرمول بالا ،و سپس انجام درونیابی معکوس برای یافتن هنگامی که L_0 صفر می‌شود ،به‌دست آورد .

۴۲

طلوع، عبور و غروب

گرچه فرمولهای مربوط به طلوع و غروب اجسام سماوی قبلا" در فصل ۸ ارائه‌شده‌اند، در فصل حاضر یک روش عملی که ممکن است جالب باشد، شرح داده شده است.

نمادهای زیر را به‌کار خواهیم برد:

L = طول جغرافیایی ناظر برحسب درجه، که بطرف **غرب گرینویچ مثبت** و بطرف شرق آن منفی اندازه‌گیری می‌شود؛

ϕ = عرض جغرافیایی ناظر، که در نیمکرهٔ شمالی مثبت و درنیمکرهٔ جنوبی منفی است؛

ΔT = تفاضل ET - UT برحسب *ثانیه‌های* زمان؛

h_0 = ارتفاع "استاندارد"، برای مثال ارتفاع هندسی مرکز جسم در زمان طلوع یا غروب ظاهری، یعنی

$h_0 = -0^\circ\ 34' = -0^\circ/5667$ برای ستارگان و سیارات؛

$-0^\circ\ 50' = -0^\circ/8333$ برای خورشید.

برای ماه، مساله پیچیده‌تر است زیرا h_0 ثابت نیست. با به حساب آوردن تغییرات

نیمقطرو اختلاف‌منظر، برای ماه داریم :

$$h_0 = 0.7275\,\pi - 0°34'$$

که در آن π اختلاف‌منظر افقی ماه می‌باشد. اگر دقت زیاد موردنظر نباشد، مقدار متوسط $h_0 = +0°/125$ را می‌توان برای ماه به‌کار برد.

فرض کنید می‌خواهیم زمانهای طلوع، عبور (لحظه‌ای که جسم در عبور بالا از نصف‌النهار محلی می‌گذرد) و غروب یک جسم سماوی را (برحسب **زمان جهانی**) در مکان ناظر هنگام تاریخ مفروض D محاسبه کنیم. مقادیر زیررا ازسالنما اختیار می‌کنیم، یا آنهاراشخصاً" با یک برنامه کامپیوتر محاسبه می‌نماییم :

ـ زمان نجومی ظاهری θ_0 در 0^h **زمان جهانی** در روز D برای نصف‌النهار گرینویچ، که به **درجه** تبدیل شده؛

ـ زاویه بعد و میل **ظاهری** جسم

α_1 و δ_1 در روز $D-1$ در 0^h زمان زیجی

α_2 و δ_2 در روز D ـ

α_3 و δ_3 در روز $D+1$ ـ

زوایای بعد نیز باید برحسب **درجه** بیان شوند.

ابتدا زمان **تقریبی** را به صورت زیر محاسبه می‌کنیم.

$$\cos H_0 = \frac{\sin h_0 - \sin\phi \sin\delta_2}{\cos\phi \cos\delta_2} \qquad (۱-۴۲)$$

که در آن H_0 برحسب درجه بیان می‌شود. H_0 را باید بین $0°$ و $+180°$ قرار داد. در این صورت داریم :

برای عبور: $$m_0 = \frac{\alpha_2 + L - \theta_0}{360}$$

برای طلوع: $$m_1 = m_0 - \frac{H_0}{360}$$

برای غروب: $$m_2 = m_0 + \frac{H_0}{360}$$

این سه مقدار m زمانهایی، در روز D، هستند که به صورت کسری از روز بیان‌شده‌اند.

بنابراین ،باید بین ۰ و ۱+ قرار گیرند .اگر یک یا بیشتر از یکی از آنها خارج این محدوده باشد ، ۱ را اضافه یاکم کنید .مثلا " ۰/۳۷۴۴+ را باید بدون‌تغییر رها کرد ،اما ۰/۱۷۰۹− را باید به ۰/۸۲۹۱+، و ۱/۱۸۵۳+ را باید به ۰/۱۸۵۳+ تبدیل نمود .

حال ،برای هر یک از سه مقدار مجزای m ،محاسبهٔ زیر را انجام دهید .

زمان نجومی در گرینویچ را ،برحسب درجه ، از رابطهٔ زیر به‌دست آورید :

$$\theta = \theta_0 + 360.985\,647 m$$

که در آن m برابر m_0 ، m_1 و یا m_2 است .

برای $n = m + \frac{\Delta T}{86400}$ ، α رااز α_1 ، α_2 ، α_3 و δ رااز δ_1 ، δ_2 ، δ_3 بااستفاده از فرمولهای درونیابی (۲−۳) ،درونیابی کنید .برای محاسبهٔ زمان عبور، δ مورد نیاز نیست .

زاویه ساعتی محلی جسم را از فرمول $H = \theta - L - \alpha$

و آن‌گاه ارتفاع جسم را بوسیلهٔ فرمول (۸−۶) به دست آورید .این ارتفاع برای محاسبهٔ زمان عبور موردنیاز نیست .

در این صورت تصحیح مربوط به m به صورت زیر به دست خواهد آمد :

− در حالت عبور داریم ،

$$\Delta m = -\frac{H}{360}$$

که در آن H برحسب درجه بیان شده و باید بین ۱۸۰− و ۱۸۰+ درجه باشد . (در بیشتر حالات ، H زاویه کوچکی خواهد بود و بین $1^\circ-$ و $1^\circ+$ قرار دارد) ؛

− در حالت طلوع یا غروب داریم ،

$$\Delta m = \frac{h - h_0}{360 \cos\delta \cos\phi \sin H}$$

که در آن h و h_0 برحسب درجه بیان می‌شوند .

تصحیحات Δm کمیتهای کوچکی هستند ،که در بیشتر حالات بین ۰/۰۱− و ۰/۰۱+ قرار دارند .

بنابراین مقدار m تصحیح‌شده عبارت است‌از $m + \Delta m$.در صورت لزوم ،بایدمحاسبهٔ

جدیدی را با به کار بردن مقدار اخیر m انجام داد.

در پایان محاسبه، باید هر مقدار m را با ضرب کردن در ۲۴ به ساعت تبدیل کرد.

مثال ۴۲.الف ــ زهره در ۲۶ مارس ۱۹۸۰ در بوستون[1]:

طول = $+71^\circ\ 05' = +71^\circ/0822$

عرض = $+42^\circ\ 20' = +42^\circ/3333$

از تقویم نجومی مقادیر زیر را استخراج می‌کنیم:

1980 مارس	26, 0^h UT :	θ_0	$= 12^h14^m21^s.882$	$= 183^\circ.59118$
1980 مارس	25.0 ET :	α_1	$= 3^h07^m03^s.72$	$= 46^\circ.76550$
	26.0	α_2	$= 3\ 11\ 17.47$	$= 47.82279$
	27.0	α_3	$= 3\ 15\ 30.98$	$= 48.87908$
1980 مارس	25.0 ET :	δ_1	$= +20^\circ08'01''.5$	$= +20^\circ.13375$
	26.0	δ_2	$= +20\ 29\ 14.3$	$= +20.48731$
	27.0	δ_3	$= +20\ 49\ 59.6$	$= +20.83322$

قرار می‌دهیم $h_0 = -0^\circ/5667$ ، $\Delta T = +51^s$ ، و توسط فرمول (۴۲ــ۱) به‌دست می‌آوریم $\cos H_0 = -0/354659$ ، $H_0 = 11^\circ/7726$ ، که از آن‌جا مقادیر تقریبی عبارتند از:

عبور: $m_0 = -0/17968$ ، که از آن‌جا $m_0 = +0/82032$

طلوع: $m_1 = m_0 - 0/30770 = +0/51262$

غروب: $m_2 = m_0 + 0/30770 = +1/12802$ ، که از آن‌جا $m_2 = +12802$

محاسبهٔ مقادیر دقیقتر:

		طلوع	عبور	غروب
	m	+0.51 262	+0.82 032	+0.12 802
	θ	8°.63 964	119°.71 493	229°.80 456
	n	+0.51 321	+0.82 091	+0.12 861
درونیابی	α	48°.36 501	48°.68 998	47°.95 870
	δ	+20°.66 579		+20°.53 223
	H	−110°.8087	−0°.0584	+110°.7626
	h	−0°.46 109		−0°.52 779
	Δm	−0.000 45	+0.000 16	+0.000 17
تصحیح شده	m	+0.51 217	+0.82 048	+0.12 819

---

1. Boston.

بدین ترتیب محاسبه جدیدی، با به کار بردن مقدار اخیر m، به‌ترتیب تصحیحات جدید ۰/۰۰۰۰۰۴−، ۰/۰۰۰۰۰۲+ و ۰/۰۰۰۰۰۳− را نتیجه می‌دهد که می‌توان آنها را حذف کرد. پس، سرانجام داریم:

طلوع :	$m_1 = +0.51\,217,$	$24^h \times 0.51217 = 12^h 18^m$ UT
عبور :	$m_0 = +0.82\,048,$	$24^h \times 0.82048 = 19^h 41^m$ UT
غروب :	$m_2 = +0.12\,819,$	$24^h \times 0.12819 = 3^h 05^m$ UT

تذکر:

۱− در مثال ۴۲. *الف* به‌دست آوردیم که در بوستون زمان غروب در ۲۶ مارس $3^h\,05^m$ UT بوده است. اما اگر این لحظه را به زمان محلی استاندارد تبدیل کنیم با لحظه‌ای در غروب روز قبل متناظر می‌شود! اگر زمان واقعی غروب در ۲۶ مارس برحسب زمان محلی موردنیاز باشد، محاسبه را باید با استفاده از اولین مقدار به‌دست آمده برای m_2، $m_2 = +1/12802$، به جای ۰/۱۲۸۰۲+ انجام داد.

۲− اگر جسم موردنظر حول قطبی باشد، قدر مطلق دومین عضو فرمول (۴۲−۱) بزرگتر از ۱ خواهد بود، و در این صورت برای H_0 هیچ زاویه‌ای به‌دست نخواهد آمد. در چنین حالتی، جسم در تمام طول روز یا در بالا و یا در زیر افق باقی خواهد ماند.

۴۳

موضع خورشید مرکزی پلوتو

همان‌طوری که درپایان فصل ۲۴ شرح داده شد ،هیچ نظریه‌ای برای حرکت سیاره‌پلوتو در دسترس نیست .اما ،عباراتی برای نمایش دقیق حرکت سیاره برای سالهای ۱۸۸۵ تا ۲۰۹۹ توسط ای .گافین[1] ،جی .میوس[2] وسی .استیارت[3] ساخته شده است .این عبارات در مجلهٔ *ستاره‌شناسی و اخترفیزیک*[4] ،شماره۱۵۵ ،صفحات ۳۲۵–۳۲۳ (۱۹۸۶) ،چاپ گشته‌اند و به استثنای جملات تناوبی کوچکتر که حذف گردیده‌اند ،اکنون مجددا" در این‌جا چاپ شده‌اند .

فرض کنید JD روز زیجی ژولینی متناظر با لحظهٔ مفروضی باشد .در این صورت مقدار زیر را به‌دست می‌آوریم :

$$T = \frac{JD - 2415020.0}{36525}$$

1. E.Goffin. 2. J.Meeus. 3. C.Steyaert.
4. Astronomy and Astrophysics.

و زوایای زیر را (برحسب درجه) محاسبه می‌کنیم :

$$J = 238.74 + 3034.9057\,T$$
$$S = 267.26 + 1222.1138\,T$$
$$P = 93.48 + 144.9600\,T$$

سپس طول و عرض خورشید مرکزی ، l و b ،که برحسب درجه بیان شده و به اعتدال استاندارد ۱۹۵۰/۰ مربوط می‌شوند ،و بردارشعاعی ، r ،برحسب واحدنجومی ،عبارتنداز :

$$l = 93.297471 + 144.9600T + \Sigma l$$
$$b = -3.909434 + \Sigma b$$
$$r = 40.724725 + \Sigma r$$

مجموع جملات تناوبی ، Σl ، Σb ، Σr ،در صفحهٔ بعد ارائه شده‌اند . l و b محاسبه شده با این روش کمتر از "۱ خطا خواهند داشت ،و نیز بردار شعاعی ،نسبت به جمع بندی عددی که این نمایش حرکت پلوتو مبتنی بر آن است ،خطای کمتر از ۰/۰۰۰۱ واحدنجومی خواهد داشت . همان‌طوری که گفته شده ،مهم است توجه‌کنیم که‌روش ارائه شده در این‌فصل برای خارج ازسالهای ۱۸۸۵ تا ۲۰۹۹ معتبر نیست .

Σl: جملات تناوبی مربوط به طول (برحسب واحد ششمین رقم اعشار درجه[1])

-19977972 sin P	-738 sin $(S+3P)$	+394 sin $(J+P)$
+19667536 cos P	+3443 cos $(S+3P)$	-55 cos $(J+P)$
+987114 sin $2P$	+1234 sin $(2S-2P)$	+119 sin $(J+2P)$
-4939350 cos $2P$	+472 cos $(2S-2P)$	-264 cos $(J+2P)$
+577978 sin $3P$	+1101 sin $(2S-P)$	-46 sin $(J+3P)$
+1226898 cos $3P$	-894 cos $(2S-P)$	-156 cos $(J+3P)$
-334695 sin $4P$	+625 sin $2S$	-77 sin $(J+4P)$
-201966 cos $4P$	-1214 cos $2S$	-33 cos $(J+4P)$
+130519 sin $5P$	+2485 sin $(J-S)$	-34 sin $(J+S-3P)$
-29025 cos $5P$	-486 cos $(J-S)$	-26 cos $(J+S-3P)$
-39851 sin $6P$	+852 sin $(J-S+P)$	-43 sin $(J+S-2P)$
+28968 cos $6P$	-1407 cos $(J-S+P)$	-15 sin $(J+S-P)$
+20387 sin $(S-P)$	-948 sin $(J-3P)$	+21 cos $(J+S-P)$
-9832 cos $(S-P)$	+1073 cos $(J-3P)$	+10 sin $(2J-3P)$
-3986 sin S	-2309 sin $(J-2P)$	+22 cos $(2J-3P)$
-4954 cos S	-1024 cos $(J-2P)$	-57 sin $(2J-2P)$
-5817 sin $(S+P)$	+7047 sin $(J-P)$	-32 cos $(2J-2P)$
-3365 cos $(S+P)$	+770 cos $(J-P)$	+158 sin $(2J-P)$
-3903 sin $(S+2P)$	+1184 sin J	-43 cos $(2J-P)$
+2895 cos $(S+2P)$	-344 cos J	

۱ــ یعنی آنها را باید در عدد 10^{-6} ضرب کرد .م . ،مثلا" :

-19977972 Sin p : $-19977972\times10^{-6}=-19^{\circ}.977972$ Sin p

Σb: جملات تناوبی مربوط به عرض (برحسب واحد ششمین رقم اعشار درجه)

-5323113 sin P	+312 sin S	-177 sin $(J-S)$
-15024245 cos P	-128 cos S	+259 cos $(J-S)$
+3497557 sin $2P$	+2057 sin $(S+P)$	+15 sin $(J-S+P)$
+1735457 cos $2P$	-904 cos $(S+P)$	+235 cos $(J-S+P)$
-1059559 sin $3P$	+19 sin $(S+2P)$	+578 sin $(J-3P)$
+299464 cos $3P$	-674 cos $(S+2P)$	-293 cos $(J-3P)$
+189102 sin $4P$	-307 sin $(S+3P)$	-294 sin $(J-2P)$
-285383 cos $4P$	-576 cos $(S+3P)$	+694 cos $(J-2P)$
+14231 sin $5P$	-65 sin $(2S-2P)$	+156 sin $(J-P)$
+101218 cos $5P$	+39 cos $(2S-2P)$	+201 cos $(J-P)$
-29164 sin $6P$	-97 sin $(2S-P)$	+294 sin J
-27461 cos $6P$	+208 cos $(2S-P)$	+829 cos J
+4935 sin $(S-P)$	-160 cos $2S$	-123 sin $(J+P)$
+11282 cos $(S-P)$		-31 cos $(J+P)$

Σr: جملات تناوبی مربوط به بردار شعاعی (برحسب ۰/۰۰۰۰۰۱ واحد نجومی)

+6623876 sin P	-3 sin $(S+2P)$	-4 sin $(J-P)$
+6955990 cos P	+79 cos $(S+2P)$	+4564 cos $(J-P)$
-1181808 sin $2P$	+50 sin $(S+3P)$	+852 sin J
-54836 cos $2P$	+54 cos $(S+3P)$	+855 cos J
+163227 sin $3P$	- sin $(2S-2P)$	-88 sin $(J+P)$
-139603 cos $3P$	-22 cos $(2S-2P)$	-82 cos $(J+P)$
-3644 sin $4P$	+84 sin $(2S-P)$	+21 sin $(J+2P)$
+48144 cos $4P$	-48 cos $(2S-P)$	-12 cos $(J+2P)$
-6268 sin $5P$	-30 sin $2S$	-14 sin $(J+3P)$
-8851 cos $5P$	+61 cos $2S$	+6 cos $(J+3P)$
+3111 sin $6P$	+26 sin $(J-S)$	-6 sin $(2J-3P)$
-408 cos $6P$	-39 cos $(J-S)$	+ cos $(2J-3P)$
-621 sin $(S-P)$	-19 sin $(J-S+P)$	+13 sin $(2J-2P)$
+2223 cos $(S-P)$	-40 cos $(J-S+P)$	-23 cos $(2J-2P)$
+438 sin S	-321 sin $(J-3P)$	+25 sin $(2J-P)$
+450 cos S	+42 cos $(J-3P)$	+107 cos $(2J-P)$
-153 sin $(S+P)$	+797 sin $(J-2P)$	+25 sin $2J$
+61 cos $(S+P)$	-792 cos $(J-2P)$	+16 cos $2J$

مثال ۴۳.الف ــ برای ET ۷/۰ ژانویهٔ ۱۹۷۷، مقادیر زیر را به‌دست می‌آوریم:

JD = 2443 150.5 $\quad T$ = 0.770 171 1157

J = 2576°.1367 = 56°.1367 $\quad \Sigma l$ = -13 084 570

S = 1208°.4967 = 128°.4967 $\quad \Sigma b$ = +20 904 572

P = 205°.1240 $\quad \Sigma r$ = -10 189 234

که از آن‌جا داریم :

$$l = 204°.941\,476 - 13°.084\,570 = 191°.8569$$
$$b = -3°.909\,434 + 20°.904\,572 = +16°.9951$$
$$r = 40.724\,725 - 10.189\,234 = 30.5355 \text{ a.u.}$$

مواضع زمین مرکزی را می‌توان از مقادیر خورشید مرکزی آنها ، بوسیلهٔ روشهای متداول به‌دست آورد .

فهرست راهنما

اعدد مربوط به صفحات کتاب می‌باشند

آ

آنومالی

ـ حقیقی، حرکت بیضوی، ۱۳۲

ـ حقیقی، حرکت سهموی، ۱۴۳

ـ خارج از مرکز، ۱۰۴

ـ متوسط، سیارات، ۱۳۱

الف

اثر زمان سیرنور، ۱۳۳

اجسام روی خط راست، ۶۸

اجزای مدارهای سیاره‌ای، ۱۰۹

ـ برای اعتدال متوسط تاریخ، ۱۱۱

ـ برای ۱۹۵۰/۰، ۱۱۴

ـ برای ۲۰۰۰/۰، ۱۱۶

ـ تبدیل ... (از یک اعتدال) به

اعتدال دیگر، ۸۷

اجزای مداری، ۱۰۹

اختلاف منظر، تصحیح ...، ۱۵۴

ـ برحسب مختصات دایره‌البروجی، ۱۵۷

اختلالات سیارات، ۱۱۹

ارتفاع، ۵۶، ۵۷

اعتدالین، ۹۹

اعتدالین و انقلابین، ۹۹

افق و دایره البروج، ۶۰

اقمار مشتری، ۱۹۰

اورانوس

ـ اجزای تاریخ، ۱۱۲

برای ۱۹۵۰/۰، ۱۱۵

برای ۲۰۰۰/۰، ۱۱۶

ـ اختلالات ، ۱۲۷
اهلهٔ ماه ، ۱۶۹

ب
باقیماندهٔ تقسیم ، ۴۶
بخش درخشان
ـ (قرص)زهره ، ۱۸۳
ـ قرص سیاره ، ۱۸۲
ـ قرص ماه ، ۱۶۶
بردار شعاعی
ـ حرکت بیضوی ، ۱۳۲
ـ حرکت سهموی ، ۱۴۲
ـ خورشید ، ۹۱
ـ ستارهٔ دنباله‌دار در گره‌اش
ـ مدار بیضوی ، ۱۵۱
ـ مدار سهموی ، ۱۵۱
ـ ستاره دوتایی ، ۲۰۱
بعید خورشید سیارات ، ۱۴۷

پ
پلوتو ، ۲۲۳

ت
تاریخ تقویمی از JD ، ۴۰
تاریخ روز عیدپاک ، ۴۵
تبدیل اجزای دایره‌البروجی ، ۸۷
(تبدیل مختصات)کهکشانی به مختصات استوایی ، ۵۷
تندی زاویه‌ای ماه ، ۱۶۴

ج
جدایی زاویه‌ای ، ۶۲

ح
حرکت بیضوی ، ۱۳۱
ـ اولین روش ، ۱۳۱
ـ دومین روش ، ۱۳۵
حرکت تقدیمی ، ۷۵
ـ روش دقیق ، ۷۷
حرکت سهموی ، ۱۴۲
حرکت متوسط، ۱۳۶

خ
خروج از مرکز
ـ ستارهٔ دوتایی (ظاهری) ، ۲۰۳
ـ مدار زمین ، ۹۱
خط راست ،اجسام روی . . . ، ۶۸
خورشید
ـ آنومالی متوسط، ۸۲ ، ۹۰
ـ چرخشهای کارینگتون ، ۲۱۷
ـ زاویه بعد ، ۹۲
ـ زیج برای رصدهای فیزیکی ، ۲۱۴
ـ طول زمین مرکزی حقیقی ، ۹۱
ـ طول ظاهری ، ۹۲
ـ طول متوسط، ۸۲ ، ۹۰
ـ مختصات ،مختصات خورشید را نگاه کنید .
ـ مختصات راستگوشه‌ای ، ۹۵
ـ میل ، ۹۲

ـ نیمقطر، ۱۹۵
خورشید مرکزی
ـ طول (دایره البروجی) . . . ، ۱۳۳
ـ عرض . . . ، ۱۳۳

د
دایره ،کوچکترین . . . (شامل) سه جسم سماوی) ، ۷۰
دایره البروج
ـ تمایل متوسط، ۹۲
ـ وافق ، ۶۰
دایره البروجی ،تبدیل اجزای . . . (از یک اعتدال) به اعتدال دیگر، ۸۷
ـ (تبدیل مختصات) . . . به مختصات استوایی ، ۵۷
درونیابی ، ۲۸
ـ پنج مقدار جدولی ، ۳۲
ـ اکسترمم ، ۳۴
ـ مقدار صفر ، ۳۴
ـ سه مقدار جدولی ، ۲۸
ـ اکسترمم ، ۳۰
ـ مقدار صفر ، ۳۱

ر
ربع صحیح ، ۲۴
روز ژولینی ، ۳۷
روز عید پاک ،ژولینی ، ۵۲
روز هفته ، ۴۲
سال ، ۴۲
رقص محوری ، ۸۱

ز
زاویه بعد ، ۵۵، ۵۶
ـ . . . خورشید ، ۹۲
زاویه ساعتی در طلوع و غروب ، ۵۹
زاویه سمت ، ۵۶، ۵۷
زاویه شکل ، ۱۳۸
زاویه موضع لبهٔ درخشان ماه ، ۷۳
زاویه‌های بزرگ ، ۲۳
زحل
ـ اجزای تاریخ ، ۱۱۲
برای ۱۹۵۰/۰ ، ۱۱۵
برای ۲۰۰۰/۰ ، ۱۱۶
ـ اختلالات ، ۱۲۴
ـ قرین خورشید و بعید خورشید ، ۱۴۷
زمان
ـ معادلهٔ . . . ، ۱۰۲
ـ نجومی ،زمان نجومی را نگاه کنید.
زمان زیجی و جهانی ، ۵۴
زمان عبور یک جسم ، ۲۱۹
زمان نجومی
ـ در گرینویچ در 0^hUT ، ۵۲
هرزمان ، ۵۳
ـ ظاهری ، ۵۴
ـ محلی ، ۵۶
زمین
ـ اجزای تاریخ ، ۱۱۰
برای ۱۹۵۰/۰ ، ۱۱۴
برای ۲۰۰۰/۰ ، ۱۱۶
ـ بعید خورشید و قرین خورشید ،

۱۴۷،
زهره
ـ اجزای تاریخ ، ۱۱۱
برای ۱۹۵۰/۰ ، ۱۱۴
برای ۲۰۰۰/۰ ، ۱۱۶
ـ اختلالات ، ۱۲۰
ـ بخش درخشان ، ۱۸۳
ـ قرین خورشید و بعید خورشید ،
۱۴۷
ـ کشیدگی تقریبی ، ۱۸۴

س
سال ، روز . . . ، ۴۲
ستاره
ـ جمع کردن قدرها ، ۱۹۷
ـ دوتایی ، ۲۰۰
ـ فاصله ، ۱۹۸
ـ قدر مطلق ، ۱۹۸
ـ مکان ظاهری ، ۸۴
ستاره‌های دنباله‌دار
ـ حرکت بیضوی ، ۱۳۱
ـ حرکت سهموی ، ۱۴۲
ـ عبور از میان گرهها ، ۱۵۰
ـ قدر ، ۱۳۸ ، ۲۰۶
سیارات
ـ اجزای مدارها ، ۱۰۹
ـ برای اعتدال متوسط تاریخ ۱۱۱
ـ برای ۱۹۵۰/۰ ۱۱۴
ـ برای ۲۰۰۰/۰ ، ۱۱۶
ـ اختلالات ، ۱۱۹
ـ اورانوس ، ۱۲۷
ـ زحل ، ۱۲۴
ـ زهره ، ۱۲۰
ـ عطارد ، ۱۲۰
ـ مریخ ، ۱۲۱
ـ مشتری ، ۱۲۲
ـ نپتون ، ۱۲۹
ـ بخش درخشان ، ۱۸۲
ـ زاویه شکل ، ۱۳۸ ، ۱۸۲
ـ عبور از میان گرهها ، ۱۵۰
ـ قرین خورشید و بعید خورشید ،
۱۴۷
ـ کشیدگی ، ۱۳۸ ، ۱۸۴
ـ نیمقطر ، ۱۹۵
سیارات کوچک
ـ قدر ، ۱۳۹
ـ مختصات راستگوشه‌ای خورشید
مرکزی ، ۱۳۷

ش
شکست ، ۵۹
شناسهٔ عرض ، ۱۳۲
قرین خورشید ، ۱۱۰

ط
طلوع یا غروب یک جسم ، ۵۹ ، ۲۱۸
ـ زاویهٔ ساعتی ، ۵۹
ـ زاویهٔ سمت ، ۶۰
طول

ـ خورشید ،ظاهری ، ۹۲
حقیقی ، ۹۱
متوسط، ۸۱ ، ۹۰
ـ ماه ، (طول)گره صعودی . . . ، ۸۲ ، ۱۵۹
متوسط، ۸۲ ، ۱۵۹

ع
عبور از میان گرهها ، ۱۵۰
عطارد
ـ اجزای تاریخ ، ۱۱۱
برای ۱۹۵۰/۰ ، ۱۱۴
برای ۲۰۰۰/۰ ، ۱۱۶
ـ اختلالات ، ۱۲۰
ـ قرین خورشید و بعید خورشید ، ۱۴۷
عقب‌گردی خطی ، ۲۰۵

ف
فصول ، ۹۹

ق
قدر
ـ جمع کردن ، ۱۹۷
ـ ستاره ، مطلق ، ۱۹۸
ـ ستاره‌های دنباله‌دار ، ۱۳۸ ، ۲۰۶
ـ سیارات کوچک ، ۱۳۹
قرین خورشید سیارات ، ۱۴۷
قسمت صحیح ، ۳۷ ، ۴۳

ک
کپلر ، معادلهٔ . . . ، ۱۰۴
ـ اولین روش ، ۱۰۴
ـ دومین روش ، ۱۰۶
ـ سومین روش ، ۱۰۸
کشیدگی
ـ زهره (تقریبی) ، ۱۸۴
ـ سیاره ، ۱۳۸ ، ۱۸۴
کمترین مربعات ،
کوچکترین دایره (شامل)سه‌جسم(سماوی)، ۷۰

گ
گرفتگی‌ها ، ۱۷۴
ـ ماه ، ۱۷۷
ـ خورشید ، ۱۷۶
گرهها ،عبور از میان . . . ، ۱۵۰
گرینویچ ،زمان نجومی در . . . ، ۵۲

م
ماه
ـ اهله ، ۱۶۹
ـ آنومالی متوسط، ۸۲ ، ۱۵۹
ـ بخش درخشان قرص، ۱۶۶
ـ تندی زاویه‌ای ، ۱۶۴
ـ زاویه موضع لبهٔ درخشان ، ۷۳
ـ طول گره ، ۸۲ ، ۱۵۹
ـ طول متوسط ، ۸۲ ، ۱۵۹
ـ فاصله از گره صعودی ، ۱۵۹
ـ کشیدگی متوسط، ۱۵۹

ـ موضع ، ۱۵۸
ـ نیمقطر ، ۱۹۵
محاسب
ـ توانهای زمان ، ۲۵
ـ دقت ، ۲۱
ـ ربع صحیح ، ۲۴
ـ زوایای بعد ، ۲۴
ـ شکل زاویه ، ۲۳
ـ کوتاه کردن برنامه ، ۲۶
ـ گرد کردن ، ۲۲
مختصات
ـ تبدیل . . . ، ۵۵
ـ راستگوشه‌ای زمین مرکزی ناظر ، ۵۰
مختصات استوایی
ـ (تبدیل) . . . به دایره البروجی ، ۵۶
ـ (تبدیل) . . . به کهکشانی ، ۵۷
ـ (تبدیل) . . . به افقی ، ۵۷
مختصات خورشید ، ۹۰
ـ اولین روش ، ۹۱
ـ دقت بیشتر ، ۹۳
ـ دومین روش ، ۹۱
مختصات x ، y ، z خورشید ، ۹۵
مختصات راستگوشه‌ای
ـ خورشید ، ۹۵
ـ خورشید مرکزی یک جسم ، ۱۳۷
ـ زمین مرکزی ناظر ، ۵۰
مختصات راستگوشه‌ای به قطبی ، ۲۵
مختصات راستگوشه‌ای زمین مرکزی
ـ خورشید ، ۹۵
ـ ستاره‌های دنباله‌دار و سیارات کوچک ، ۱۳۸
ـ ناظر ، ۵۰
مختصات مکان مرکزی ، ۱۵۴
مدارها
ـ اجزای تاریخ ، ۱۱۱
برای ۱۹۵۰/۰ ، ۱۱۴
برای ۲۰۰۰/۰ ، ۱۱۶
ـ سیاره‌ای ، ۱۰۹
مرکز ، معادلهٔ . . . ، ۱۴۱
مریخ
ـ اجزای تاریخ ، ۱۱۲
برای ۱۹۵۰/۰ ، ۱۱۴
برای ۲۰۰۰/۰ ، ۱۱۶
ـ اختلالات ، ۱۲۱
ـ قرین خورشید و بعید خورشید ، ۱۴۷
مشتری
ـ اجزای تاریخ ، ۱۱۲
برای ۱۹۵۰/۰ ، ۱۱۴
برای ۲۰۰۰/۰ ، ۱۱۶
ـ اختلالات ، ۱۲۲
ـ اقمار
ـ مختصات ظاهری ، ۱۹۱
ـ مقارنه‌ها ، ۱۹۳ ، ۱۹۴
ـ مواضع ، ۱۹۰
ـ بعید خورشید و قرین خورشید ، ۱۴۷
ـ نصف‌النهار مرکزی ، ۱۸۵

معادلهٔ مرکز ، ۱۴۱
اعتدالین ، ۵۴
زمان ، ۱۰۲
کپلر ،کپلر را نگاه کنید .
مقارنه‌ها
ــ بین سیارات ، ۶۵
ــ بین سیاره و ستاره ، ۶۶
مکان ظاهری ستاره ، ۸۴
موضع زمین مرکزی
ــ حرکت بیضوی (اولین روش) ۱۳۱
(دومین روش) ، ۱۳۵
ــ حرکت سهموی ، ۱۴۲
میل ، ۵۵ ، ۵۶
ــ خورشید ، ۹۲
ــ اجزای تاریخ ، ۱۱۳
برای ۱۹۵۰/۰ ، ۱۱۵
برای ۲۰۰۰/۰ ، ۱۱۷
ــ اختلالات ، ۱۲۹
نسبت درخشندگی ستارگان ، ۱۹۸
نصف‌النهار مرکزی مشتری ، ۱۸۵
خورشید ، ۲۱۴
نیمقطرها
ــ خورشید و سیارات ، ۱۹۵
ــ ماه ، ۱۹۵

ه

هفته ، روز . . . . ، ۴۲
همبستگی عقب‌گردی خطی ، ۲۰۸

ن

نپتون

واژه‌نامه فارسی به انگلیسی

آ

آلدبران	Aldebaran
آنومالی حقیقی	True anomaly
آنومالی متوسط	Mean anomaly

الف

اختلالات	Perturbations
اختلاف منظر	Parallax
اختلاف‌منظر روزانه	Diurnal Parrallax
ارتفاع	Altitude
استوای خورشیدی	Solar equator
اشتباه	Error
اعتدال متوسط تاریخ	Mean equinox date
اکسترمم	Extremum
اکلیل شمالی	Coronae Borealis

Aberration	انحراف
First difference	اولین تفاضل

ب

Interval	بازه
Aphelion	بعید خورشید
Osculating	بوسان

پ

Flattening	پختی
Occultation	پوشیدگی

ت

Calendar date	تاریخ تقویمی
Julian Easter	تاریخ روز عید پاک
Julian Ephemeris date	تاریخ زیجی ژولینی
Julian date	تاریخ ژولینی
Rectangular transform	تبدیل راستگوشه‌ای
Polar transform	تبدیل قطبی
Iteration	تکرار
Reduction	تبدیل
Obliquity of the ecliptic	تمایل دایره البروج
Gregorian calendar	تقویم گریگوری
Astronomical calendar	تقویم نجومی
Periodic	تناوبی
Angular speed	تندی زاویه‌ای

ث

Register	ثبّات

ج

جدائی زاویه‌ای	Angular seperation

چ

چرخش	Rotation

ح

حالت ، شکل	Phase
حرکت تقدیمی	Precession
حرکت سهموی	Elliptic motion
حرکت ویژه	Proper motion
حول قطبی	Circumpolar

خ

خروج از مرکز مداری	Orbital eccentricity
خورنگاری	Heliographic

د

دستگاه مختصات راستگوشه زمین مرکزی	Geocentric rectangular coordinate system
دوپیکر	Gemini
دوره	Epoch
دوره تناوب هلالی	Synodic Period
درخشندگی	Brightness
دور ، دوران	Revolution

ر

رأس التوأم المقدم	Castor
رأس التوأم المؤخر	Pollux
ربع	Quadrant
رصدهای فیزیکی	Physical Observations
رقص محوری در طول	Nutation in longitude
روز عید پاک ژولینی	Julian Easter

ز

زاویه بعد	Right ascension
زاویه‌ساعتی محلی	Local hour angle
زاویه سمت	Azimuth
زاویه موضع	Position angle
زحل	Saturn
زمان جهانی	Universal time
زمان زیجی	Ephemeris time
زمان نجومی	Sidereal time
زمان نجومی ظاهری	Apparent sidreal time
زمان نجومی متوسط	Mean sidereal time
زیربرنامه	Subroutine

س

سال بِسِلی	Besselian year
سال عادی	Common year
سال کبیسه	Leap year
ستاره دوتایی	Binary star
ستاره دنباله‌دار	Comet
ستاره دنباله‌دار هالی	Halley comet
سطح مقطع نصف‌النهاری	Meridian-cross section
سِماک اَعْزل	Arcturus
سِماک رامح	Spica
سیارک آمفیترایت	Amphitrite
سیارک اِروس	Eros
سیارک سِرِس	Ceres

ش

شکست جوّی	Atmospheric refraction
شکل	Phase
شناسه	Argument

شهاب	Meteor

ص

صفحه افقی	Horizontal plane

ط

طول هندسی حقیقی	True geometric longitude

ع

عبور	Transit
عبور بالا	Upper Culmination
عرض جغرافیایی	Geographical latitude
عرض خورشید مرکزی	Heliocentric latitude
عرض زمین مرکزی	Geocentric latitude
عرض کهکشانی	Galactic latitude
عقب گردی	Regression
عقب گردی خطی	Linear regression

ف

فروزندگی	Luminosity

ق

قدر	Magnitude
قدر بصری	Visual magnitude
قدر ستاره‌ای	Stellar magnitude
قدر عکاسی	Photographic magnitude
قدر مطلق	Absolute Value
قرن برجی	Tropical century
قرین خورشید	Perihelion
قرین ستاره	Periastron
قلب الاسد	Regulus
قلب العقرب	Antares

ک

کشیدگی	Elongation
کمترین مربعات	Least squares

گ

گرد کردن	Rounding
گرفتگیها	Eclipses
گره نزولی	Descending node

ل

لاندای شیر (اسد)	λ Leonis
لکه خورشیدی	Sunspot

م

ماه‌گرفتگی	Lunar eclipse
مدار سیاره‌ای	Planetary orbit
مشتری	Jupiter
معادلهٔ اعتدالین	Equation of equinoxes
معادلهٔ متعالی (غیرجبری)	Transcendental equation
معادلهٔ مرکز	Equation of center
مقارنه	Conjunction
مقارنه متقابل	Mutual Conjunction

ن

نسر واقع	Vega
نصف‌النهار مرکزی	Central meridian
نواختر سرپنتیس	Nova serpentis
نیم مدت	Semi duration

هـ

هلال حقیقی	True phase
همبستگی	Correlation
همدم	Companion
همفاصله	Equidistant
همگرایی	Convergence

واژه‌نامه انگلیسی به فارسی

A

Aberration	انحراف
Absolute Value	قدر مطلق
Amphitrite	سیارک آمفیترایت
Aldebaran	آلدبران
Altitude	ارتفاع
Angular speed	تندی زاویه‌ای
Angular separation	جدایی زاویه‌ای
Annual aberration	انحراف سالیانه
Antares	قلب العقرب
Aphelion	بعید خورشید
Apparent sidereal time	زمان نجومی ظاهری
Arcturus	سماک اعزل
Argument	شناسه
Ascending node	گره صعودی

Astronomical ephemeris	تقویم نجومی
Atmospheric refraction	شکست جوی
Azimuth	زاویه سمت

B

Barycenter	گرانیگاه
Besselian year	سال بسلی
Binary star	ستاره‌دوتایی
Brightness	درخشندگی

C

Calendar date	تاریخ تقویمی
Castor	رأس التوأم المقدم
Central meridian	نصف النهار مرکزی
Ceres	سیارک سرس
Circumpolar	حول قطبی
Coefficient of correlation	ضریب همبستگی
Conjunction	مقارنه
Comet	ستاره دنباله‌دار
Common year	سال عادی
Companion	همدم
Convergence	همگرایی
Coronae Borealis	اکلیل شمالی
Correlation	همبستگی

D

Date of Easter	تاریخ روز عید پاک
Declination	میل
Descending node	گره نزولی
Disk	قرص
Diurnal parallax	اختلاف منظر روزانه

E

Eclipses	گرفتگیها
Ecliptic	دایره البروج
Eliptic motion	حرکت بیضوی
Eliplical longitude	طول دایره‌البروجی
Elongation	کشیدگی
Ephemeris time	زمان زیجی
Epoch	دوره
Equation of center	معادله مرکز
Equation of equinoxes	معادله اعتدالین
Equation of time	معادلهٔ زمان
Eros	سیارک اروس
Error	اشتباه
Equidistant	همفاصله
Extremum	اکسترمم

F

First difference	اولین تفاضل
Flattening	پختی

G

Galactic latitude	عرض کهکشانی
Galactic longitude	طول کهکشانی
Gemini	دوپیکر
Geocentric latitude	عرض زمین مرکزی
Geocentric rectangular coordinate system	دستگاه مختصات راستگوشه زمین مرکزی
Geographical latitude	عرض جغرافیایی
Greenwich mean noon	ظهر متوسط گرینویچ
Gregorian calendar	تقویم گریگوری

H

Halley comet	ستاره دنباله‌دار هالی
Heliocentric latitude	عرض خورشیدی مرکزی
Heliographic	خورنگاری
Horizontal plane	صفحهٔ افقی

I

Interpolation	درونیابی
Iteration	تکرار
Interval	بازه

J

Julian date	تاریخ ژولینی
Julian Easter	روز عید پاک ژولینی
Julian Ephemeris date	تاریخ زیجی ژولینی
Jupiter	مشتری

L

λ Leonis	لاندای شیر
Leap year	سال کبیسه
Least squares	کمترین مربعات
Linear regression	عقب‌گردی خطی
Local hour angle	زاویه ساعتی محلی
Luminosity	فروزندگی
Lunar eclipse	ماه گرفتگی

M

Magnitude	قدر
Mean anomaly	آنومالی متوسط
Mean equinox date	اعتدال متوسط تاریخ
Mean sidereal time	زمان نجومی متوسط

Meridian-cross section	سطح مقطع نصف‌النهاری
Meteor	شهاب
Mode	شکل
Mutual conjunction	مقارنهٔ متقابل

N

Nova serpentis	نواختر سرپنتیس
Nutation in longitude	رقص محوری در طول

O

Obliquity of the ectiptic	تمایل دایره البروج
Occultation	پوشیدگی
Orbital eccentricity	خروج از مرکز مداری
Osculating	بوسان

P

Parabolic motion	حرکت سهموی
Parallax	اختلاف منظر
Penumbral cone	مخروط نیمسایه
Periastron	قرین ستاره
Perihelion	قرین خورشید
Periodic	تناوبی
Perturbations	اختلالات
Phase	حالت ،شکل
Phase coefficient	ضریب شکل
Photographic magnitude	قدر عکاسی
Physical Observations	رصدهای فیزیکی
Planetary orbit	مدار سیاره‌ای
Polar transform	تبدیل قطبی
Pollux	ستاره رأس التوأم المؤخر

Position angle	زاویهٔ موضع
Precession	حرکت تقدیمی
Proper motion	حرکت ویژه

Q

Quadrant	ربع

R

Rectangular transformation	تبدیل راستگوشه‌ای
Reduction	تبـــدیل
Register	ثبات
Regression	عقب‌گردی
Regulus	قلب الاسد
Revolution	گردش ،دوران ،دور
Right ascension	زاویهٔ بعد
Rotation	چرخش
Rounding	گرد کردن

S

Saturn	زحل
Second difference	دومین تفاضل
Semi duration	نیم‌مدت
Sidereal time	زمان نجومی
Solar equator	استوای خورشیدی
Spica	سماک رامح
Standard equinox	اعتدال استاندارد
Subroutine	زیر برنامه
Stellar magnitude	قدر ستاره‌ای
Sunspot	لکهٔ خورشیدی
Synodic Period	دورهٔ تناوب هلالی

T

Transcendental equation	معادله متعالی (غیرجبری)
Transit	عبور
Tropical century	قرن برجی
True anomaly	آنومالی حقیقی
True geometric longitude	طول هندسی حقیقی
True phase	هلال حقیقی

U

Universal time	زمان جهانی
Upper Culmination	عبور بالا

V

Vega	ستارهٔ نسر واقع
Visual magnitude	قدر بصری

$e^{i\pi}$
کتابخانه مجازی ریاضیات

در بارهٔ مؤلف

جین میوس، در سال ۱۹۲۸ متولد شد ، ریاضیات‌را دردانشگاه لوون (Leuven)در بلژیک مطالعه کردو درسال ۱۹۵۳ موفق به‌دریافت درجهٔ لیسانس از آن‌جا شد .با وجود این‌که رشتهٔ تخصصی‌او نجوم کروی وریاضی است ، اما از آن به بعد در فرودگاه بروکسل به عنوان یک هواشناس کارکرده است .او عضو چندین انجمن نجومی‌و موءلف مقاله‌های علمی بسیاری‌است . درسال ۱۹۶۲ شخصا "کتابی تحت‌عنوان Tables of Moon and Sun منتشر کرد و همچنین یکی از موءلفان کتابهای Canon of Solar Eclipses (۱۹۶۶)، Tables of Minor Planets (۱۹۷۳)،و Canon of Lunar Eclipses (۱۹۷۹)می‌باشد . به خاطر کارهای متعدد او در نجوم ،انجمن بین‌المللی ستاره‌شناسی در سال ۱۹۸۱ سیارک ۲۲۱۳ را به‌افتخار او سیارک میوس نام‌گذاری کرد .