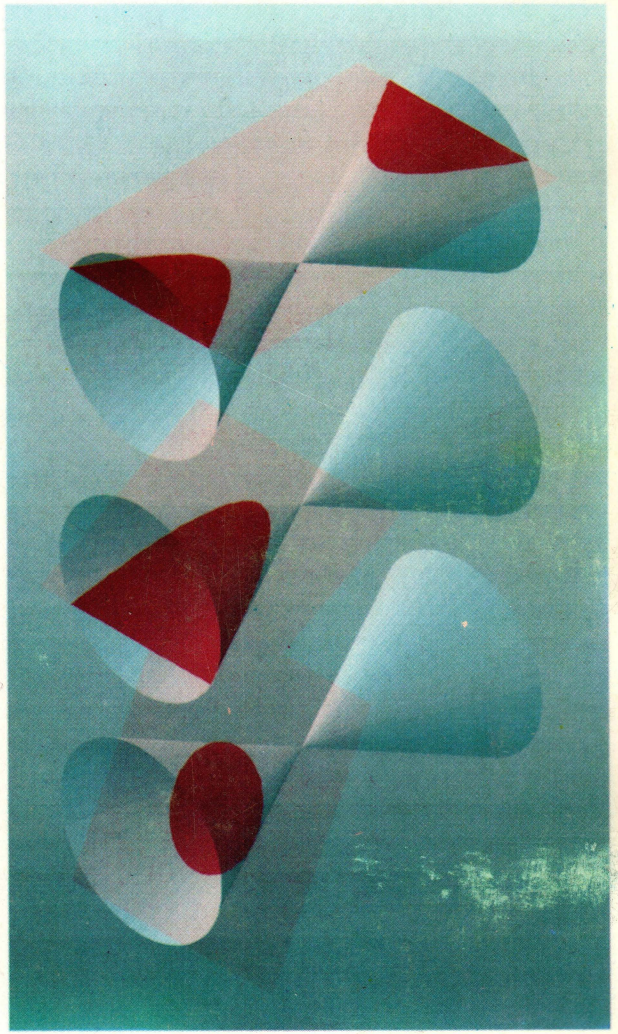
۶۶۶ تست هندسه تحلیلی

ویژه کنکور ریاضی - فنی - تجربی



تألیف : غلامرضا صفا کیش همدانی
عضو هیئت علمی دانشگاه بوعلی سینا

۶۶۶ تست هندسه تحلیلی

تألیف

غلامرضا صفا کیش همدانی

زمستان ۷۴

با همکاری

جمعی از کارشناسان ارشد و استادان

دانشگاههای صنعتی شریف ، بوعلی سینا و

دانشگاه تهران

نشر
عین القضاة

☆ نام کتاب : ۶۶۶ تست هندسه تحلیلی

☆ تألیف : غلامرضا صفاکیش همدانی

☆ نوبت چاپ : اول / زمستان ۷۴

☆ تیراژ : ۵۰۰۰ جلد

☆ حروفچینی : جواد

☆ لیتوگرافی : نگاه

☆ چاپ : میهن

☆ ناشر : عین القضاة

فهرست

عنوان		صفحه
پیشگفتار		سه
☆ فصل اول	: ۱۴۱تست از خط و صفحه	۱
☆ فصل دوم	: ۴۴ تست از تقسیم توافقی	۲۵
☆ فصل سوم	: ۱۰۰ تست از دایره	۳۳
☆ فصل چهارم	: ۱۰۱تست از مقاطع مخروطی	۴۹
☆ فصل پنجم	: تستهای تکمیلی به همراه سوالات پنج سال کنکور مرحله اول	۶۴
☆ فصل ششم	: پاسخ تشریحی تستها	۱۱۱
☆ کنکور مرحلهٔ اول سال ۷۴		۲۲۹
☆ پاسخ تشریحی کنکور ۷۴		
☆ مراجع		۲۳۴

پیشگفتار مؤلف

اگر چه امتحانات تستی و نوع ارزشیابی آن روش صددرصد مطمئنی نیست اما به اقتضای نیاز علاقمندان ، دانشجویان و دانش‌آموزان گرامی و مخصوصاً در راستای ایجاد انگیزه برای مطالعه بیشتر و دقیقتر اقدام به تألیف این کتاب نمودم . تستهای موجود در این کتاب بر اساس بخشهای مختلف هندسه تحلیلی که جزئی مهم از دنیای سحرآمیز ریاضیات است ، استوار می‌باشد و سعی بر آن بوده که نکات مهم و ضروری در حد کمال بیان شوند .

جهت استفاده صحیح از این کتاب ابتدا مبحث مربوطه را در کتاب‌های درسی هندسه تحلیلی دبیرستانی مطالعه نموده ، آنگاه تستهای این کتاب را پاسخ دهید ، سپس پاسخ‌ها و راه‌حل‌های خود را با پاسخ‌ها و راه‌حل‌های کتاب مقایسه نمایید . سعی کنید ایرادهای خود را تشخیص داده ، آنها را برطرف نمایید . در صورتی‌که درصد جوابهای درست شما کم بود به‌هیچ عنوان مأیوس نشوید ، چون تست‌های موجود در این کتاب از بالاترین سطح کیفی هندسه تحلیلی دبیرستانی و پیش‌دانشگاهی برخوردار است و سؤالات مطرح شده بیش از آنکه به حافظه مربوط باشد به تفکر نیاز دارند .

نقاط مثبت و محاسن این کتاب مرهون زحمات همکاران و

دانشجویان و دانش‌آموزانی است که این کتاب را مطالعه نموده و در برطرف نمودن نواقص، اینجانب را یاری نموده‌اند.

بدون شک نظرات سازنده شما خوانندهٔ عزیز در جهت بهبود هر چه بیشتر این کتاب مفید می‌باشد. شما می‌توانید بعد از مطالعه کتاب برای ارائه نظرات و پیشنهادات خود توسط نشانی‌های زیر با مؤلف مکاتبه نمایید. در آخر جا دارد که از دبیر گرامی آقای بیژن رجبی و دانش‌آموزان دبیرستان علامه حلی بخاطر نظرات و راهنمایی‌های ارزنده‌ای که به‌عمل آوردند تشکر نمایم.

زمستان ۷۴

تهران: دانشگاه صنعتی شریف - دانشکده ریاضی - غلامرضا صفاکیش‌همدانی

همدان: دانشگاه بوعلی‌سینا - گروه ریاضی - غلامرضا صفاکیش‌همدانی

صندوق پستی ۴۱۵۱

فصل اول : ۱۴۱ تست از خط و صفحه

۱ـ اگر $A(\sqrt{۳}\ ,\ ۱)$ نقطه ای در دستگاه دکارتی باشد مختصات قطبی A کدام است ؟

۱) $(۲\ ,\ \frac{\pi}{۶})$ ۲) $(۲\ ,\ -\frac{\pi}{۶})$ ۳) $(۲\ ,\ \frac{۵\pi}{۶})$ ۴) $(۲\ ,\ -\frac{۲\pi}{۳})$

۲ـ اگر $B(۲\ ,\ \frac{\pi}{۳})$ نقطه ای در دستگاه قطبی باشد مختصات دکارتی B کدام است ؟

۱) $(-۱\ ,\ -\sqrt{۳})$ ۲) $(۱\ ,\ \sqrt{۳})$ ۳) $(\sqrt{۳}\ ,\ -۱)$ ۴) $(-\sqrt{۳}\ ,\ ۱)$

۳ـ دو بردار $\vec{V}_۱(۱\ ,\ -۲\ ,\ ۲)$ و $\vec{V}_۲(۱\ ,\ -۱\ ,\ ۰)$ مفروضند کسینوس زاویه بین دوبردار کدام است ؟

۱) $\frac{۲\sqrt{۲}}{۳}$ ۲) $\frac{۳\sqrt{۲}}{۳}$ ۳) $\frac{۲\sqrt{۶}}{۳}$ ۴) هیچکدام

۴ـ دو بردار $\vec{V}_۱(۴\ ,\ ۱\ ,\ ۱)$ و $\vec{V}_۲(-۲\ ,\ ۲\ ,\ ۲)$ مفروضند اندازه جبری تصویر $\vec{V}_۱$ روی $\vec{V}_۲$ کدام است ؟

۱) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$ ۲) $\frac{۲\sqrt{۳}}{۳}$ ۳) $\frac{۳\sqrt{۲}}{۳}$ ۴) $\frac{-۲\sqrt{۳}}{۳}$

۵ـ نقاط $A\left|\begin{matrix}2\\1\\0\end{matrix}\right.$ و $B\left|\begin{matrix}-1\\0\\1\end{matrix}\right.$ و $C\left|\begin{matrix}1\\3\\0\end{matrix}\right.$ مفروضند بردار $\vec{V}=\vec{AB}\wedge\vec{AC}$

کدام‌است ؟

۱) $(2, 1, 7)$ ۲) $(-2, -1, -7)$

۳) $(2, -1, 7)$ ۴) $(-2, 1, -7)$

۶ـ اگر $|\vec{a}|=|\vec{b}|$ باشد اندازه $(\vec{a}-\vec{b}).(\vec{a}+\vec{b})$ کدام است ؟

۱) $|\vec{a}.\vec{b}|$ ۲) $|\vec{a}+\vec{b}|$

۳) $|\vec{a}-\vec{b}|$ ۴) صفر

۷ـ دو صفحه در کدامیک از حالتهای زیر همواره موازیند :

۱) هر کدام خطی موازی دیگری داشته باشد .

۲) هر دو موازی یک خط باشند .

۳) هر دو بر یک صفحه عمود باشند

۴) هر دو عمود بر یک خط باشند .

۸ـ سه نقطه $A\left|\begin{matrix}1\\2\\0\end{matrix}\right.$ و $A\left|\begin{matrix}0\\1\\1\end{matrix}\right.$ و $B\left|\begin{matrix}-1\\3\\2\end{matrix}\right.$ رئوس مثلث ABC C میباشند زاویه A چقدر است ؟

۱) $\frac{\pi}{6}$ ۲) $\frac{\pi}{3}$ ۳) $ArcCos\frac{\sqrt{3}}{3}$ ۴) $ArcCos\frac{1}{3}$

۹ـ در تست ۸ مساحت مثلث ABC کدام است ؟

۱) $3\sqrt{2}$ ۲) $2\sqrt{3}$ ۳) $\sqrt{3}$ ۴) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

۱۰ـ بردار $\vec{V}: \vec{i}-2\sqrt{3}\,\vec{j}+\sqrt{3}\,\vec{k}$ با محور yها کدام زاویه را میسازد ؟

۱) $\frac{\pi}{6}$ ۲) $\frac{5\pi}{6}$ ۳) $ArcCos\frac{3}{4}$ ۴) $ArcCos\frac{1}{4}$

۱۱ـ کسینوسهای هادی امتداد بردار $\vec{V}(2, -1, -2)$ کدام است ؟

۱) $\frac{۲}{۳}$ و $\frac{۱}{۳}$ و $\frac{۲}{۳}$ ۲) $\frac{-۲}{۳}$ و $\frac{-۱}{۳}$ و $\frac{۲}{۳}$

۳) $\frac{-۲}{\sqrt{۵}}$ و $\frac{۱}{\sqrt{۵}}$ و $\frac{۲}{\sqrt{۵}}$ ۴) $\frac{-۱}{۴}$ و $\frac{۱}{۲}$ و $\frac{۱}{۴}$

۱۲ـ دو نقطه A و B را روی محوری که بردار یکانی آن $\vec{i}$ است اختیار می کنیم بردار $\vec{AB}$ برابر است با :

۱) $\overline{AB}$ ۲) $\overline{AB}.\vec{i}$ ۳) AB ۴) $AB.\vec{i}$

۱۳ـ اگر $\vec{OA}=n\,\vec{OB}$ باشد :

۱) OA بر OB عمود است . ۲) OA با OB موازیست .

۳) OA و OB زاویه مشخصی ندارند . ۴) O و A و B بر یک امتداد نیستند .

۱۴ـ دو نقطه $A(۱\,,\,۲\,,\,۰)$ و $B(۰\,,\,۱\,,\,-۱)$ نسبت به صفحه $p:x+y+z+۴=۰$ چه وضعی دارند ؟

۱) A روی p و B خارج آن است .

۲) B روی p و A خارج آنست .

۳) A و B در یک طرف p واقع هستند .

۴) A و B در طرفین p واقع هستند .

۱۵ـ دو بردار به اندازه های a بر آیند شان $a\sqrt{۳}$ است زاویه بین دو بردار برابر است با :

۱) $\frac{۲\pi}{۳}$ ۲) $\frac{\pi}{۳}$ ۳) $\frac{\pi}{۶}$ ۴) $\frac{۵\pi}{۶}$

۱۶ـ حاصل ضرب $\vec{V}_۱ . \vec{V}_۲$ برابر است با :

۱) $|\vec{V}_۱| . |\vec{V}_۲|$ ۲) $|V_۱|\,|V_۲|\cdot Sin(\vec{V}_۱\,,\,\vec{V}_۲)$

۳) $|\vec{V}_۱| . \vec{V}_۲$ ۴) $|\vec{V}_۱| . |\vec{V}_۲| Cos(\vec{V}_۱\,,\,\vec{V}_۲)$

۱۷ـ نقطه O در صفحه متوازی الاضلاع $ABCD$ اختیار شده است کدام رابطه زیر درست است ؟

۱) $\vec{OA}+\vec{OB}=\vec{OC}+\vec{OD}$ ۲) $\vec{OA}+\vec{OD}=\vec{OB}+\vec{OC}$

۳) $\vec{OA}-\vec{OB}=\vec{OC}$ ۴) $\vec{OA}+\vec{OC}=\vec{OB}+\vec{OD}$

۱۸ـ اگر $|\vec{V_1}|=۳$ و $|\vec{V_2}|=۴$ و $(\vec{V_1}\ ,\ \vec{V_2})=\frac{\pi}{۴}$ باشد $\vec{V_1}\cdot\vec{V_2}$ برابر است با :

۱) ۱۱ ۲) $۱۱\sqrt{۲}$ ۳) $۴\sqrt{۲}$ ۴) $۶\sqrt{۲}$

۱۹ـ بردار واحد یک محور برداریست بطول ۱ که :

۱)موازی محور باشد . ۲)منطبق بر محور باشد .

۳)هم مبداء با محور باشد . ۴)هم مبداء و هم جهت با محورباشد.

۲۰ـ مقدار $(D\ ,\ D')+(D'\ ,\ D)$ در حالت کلی برابر است با :

۱)صفر ۲) $۲k\pi$ ۳) $k\pi$ ۴) $\frac{k\pi}{۲}$

۲۱ـ فاصله نقطه $A(-۱\ ,\ -۱\ ,\ ۱۲)$ از نقطه برخورد خط

$$\begin{cases} x=\frac{-۳}{۵}t+۲ \\ y=\frac{۴}{۵}t-۱ \\ z=\frac{۱}{۵}t+۴ \end{cases}$$

با صفحه xoy کدام است ؟

۱) ۲۰ ۲) ۱۰ ۳) ۲۵ ۴) ۳۰

۲۲ـ اگر $\vec{a}(۲\ ,\ ۱\ ,\ ۰)$ و $\vec{b}(-۱\ ,\ ۳\ ,\ ۲)$ و $\vec{c}(۱\ ,\ ۲\ ,\ ۴)$ حاصل $\vec{a}.(\vec{b}+۲\vec{c})$ برابر کدام است ؟

۱) ۹ ۲) ۹- ۳) ۳ ۴) ۶

۲۳ـ دو بردار $\overrightarrow{OA}$ و $\overrightarrow{OB}$ مفروضند اگر m $\begin{vmatrix} ۱ \\ m \end{vmatrix}$ و A $\begin{vmatrix} m-۱ \\ ۲ \\ ۲ \end{vmatrix}$ B آنگاه شرط آنکه دو بردار $\overrightarrow{OA}$ و $\overrightarrow{OB}$ بر هم عمود باشند آنست که :

۱) $m=\frac{-۱}{۳}$ ۲) $m=-۲$ ۳) $m=\frac{۱}{۳}$ ۴) $m=۲$

۲۴ـ کدامیک از گزاره های زیر همواره درست است ؟

۱)اگر خطی با صفحه‌ای موازی باشد با هر خط واقع در آن صفحه موازی است .

۲)اگر خطی بریک خط واقع در یک صفحه عمود باشد بر آن صفحه عموداست .

۳)اگر خطی بر یک صفحه عمود باشد راستای آن خط بر راستای هر خط واقع در آن صفحه عمود است .

۴)اگر دوخط برهم عمود باشند هر صفحه موازی بایکی بر دیگری عموداست.

۲۵ـ برداری به طول یک در راستای بردار $\vec{V}(۶ , -۲ , -۳)$ کدام است ؟

۱) $(\frac{۶}{۷} , \frac{-۲}{۷} , \frac{۳}{۷})$ ۲) $(\frac{۶}{۷} , \frac{۲}{۷} , \frac{-۳}{۷})$

۳) $(\frac{-۶}{۷} , \frac{۲}{۷} , \frac{۳}{۷})$ ۴) $(\frac{-۶}{۷} , \frac{-۲}{۷} , \frac{۳}{۷})$

۲۶ـ خط $\frac{x}{۲}=\frac{y}{-۱}=\frac{z-۱}{-۲}$ و صفحه $x+y-z+۱=۰$ با یکدیگر چه زاویه ای میسازند ؟

۱) $\frac{\pi}{۶}$ ۲) $ArcCos\frac{\sqrt{۳}}{۳}$ ۳) $ArcSin\frac{\sqrt{۳}}{۳}$ ۴) $\frac{\pi}{۳}$

۲۷ـ بر دو نقطه $A(۲ , ۳ , -۱)$ و $B(-۱ , ۲ , ۱)$ چند صفحه میگذرد که بر صفحه $۳x+y-۲z+۱۲=۰$ عمود است ؟

۱)فقط یکی ۲)حداکثر دو تا

۳)بیشمار ۴)نمی توان مشخص کرد .

۲۸ـ اگر $\vec{V}_1(x_1 , y_1 , z_1)$ و $\vec{V}_2(x_2 , y_2 , z_2)$ باشد مقدار $x_1x_2+y_1y_2+z_1z_2$ برابر است با :

۱) $\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2$ ۲) $\vec{V}_1 + \vec{V}_2$

۳) $\vec{V}_1 . \vec{V}_2$ ۴) $\vec{V}_1 - \vec{V}_2$

۲۹ـ اگر $\vec{V}_1(1 , 2 , -1)$ و $\vec{V}_2(2 , -1 , 3)$ باشد $\vec{V}_1 . \vec{V}_2$ برابر است با :

۱) ۵ ۲) ۵- ۳) ۳ ۴) ۳-

۳۰ـ اگر $\vec{V}_1(x_1 , y_1 , z_1)$ و $\vec{V}_2(x_2 , y_2 , z_2)$ باشد مقدار

$$\frac{x_1x_2+y_1y_2+z_1z_2}{\sqrt{x_1^2+y_1^2+z_1^2}\times\sqrt{x_2^2+y_2^2+z_2^2}}$$

برابر است با :

۱) $Sin(\vec{V}_1 , \vec{V}_2)$ ۲) $Cos(\vec{V}_1 , \vec{V}_2)$

۳) $tg(\vec{V}_1 , \vec{V}_2)$ ۴) $Cotg(\vec{V}_1 , \vec{V}_2)$

۳۱ـ اگر تصویر $\vec{V}_2$ روی $\vec{V}_1$ برابر m باشد اندازه $\vec{V}_1 . \vec{V}_2$ برابر است با :

۱) $m. \vec{V}_2$ ۲) $m. \vec{V}_1$ ۳) $m. |V_2|$ ۴) $m. |\vec{V}_1|$

۳۲ـ بردار $\vec{V}(1 , 2 , 3)$ بر کدام یک از بردارهای زیر عمود است ؟

۱) $\vec{V}(1 , -3 , 6)$ ۲) $\vec{V}(0 , -2 , -3)$

۳) $\vec{V}(-2 , -4 , 2)$ ۴) $\vec{V}(2 , 2 , -2)$

۳۳ـ اگر $(D , D')=\frac{52\pi}{3}$ باشد مقدار اصلی زاویه (D , D') کدام است ؟

۱) $\frac{2\pi}{3}$ ۲) $\frac{-\pi}{3}$ ۳) $\frac{\pi}{3}$ ۴) $\frac{\pi}{6}$

۳۴ـ مقدار $\frac{|\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2|}{\vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2}$ برابر است با :

۱) $tg(\vec{V}_1, \vec{V}_2)$ ۲) $Cotg(\vec{V}_1, \vec{V}_2)$

۳) $Sin(\vec{V}_1, \vec{V}_2)$ ۴) $Cos(\vec{V}_1, \vec{V}_2)$

۳۵ـ کدام یک از تساوی های زیر درست است ؟

۱) $\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2 = \vec{V}_2 \wedge \vec{V}_1$ ۲) $\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2 = -\vec{V}_2 \wedge \vec{V}_1$

۳) $\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2 = \vec{V}_1 . \vec{V}_2$ ۴) $\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2 = -\vec{V}_1 . \vec{V}_2$

۳۶ـ اگر $\vec{V}_1 \perp \vec{V}_2$ باشد مقدار $\vec{V}_1 . \vec{V}_2$ برابر است با :

۱) $|\vec{V}_1| . |\vec{V}_2|$ ۲) صفر

۳) $-|\vec{V}_1| . |\vec{V}_2|$ ۴) مقدار مشخصی ندارد .

۳۷ـ معادله کانونیک فصل مشترک دو صفحهٔ $x-y+2z-3=0$ و $x+y-1=0$ کدام است ؟

۱) $1-x=y=z-1$ ۲) $x=y=z-1$

۳) $\frac{x-1}{2}=y-1=\frac{z}{3}$ ۴) $x-1=y=z+1$

۳۸ـ معادله صفحه ای که از مبداء مختصات می گذرد و بر خط $\begin{cases} x = t \\ y = 2t - 1 \\ z = -t \end{cases}$ عمود است کدام است ؟

۱) $x+2y-z-1=0$ ۲) $x+2y-z=0$

۳) $2x-y+z=0$ ۴) $x-y=0$

۳۹ـ محور z ها با صفحهٔ $P: x-2y+3=0$ چه زاویه ای میسازد ؟

۱) 0 ۲) 60° ۳) $ArcCos\frac{1}{3}$ ۴) 90°

۴۰ـ دو نقطه $A(۱ , ۱ , ۱)$ و $B(۱ , -۱ , ۳)$ مفروضند معادله صفحهٔ عمود منصف AB کدام است ؟

۱) $x-y-z=۰$ ۲) $x-z+۲=۰$

۳) $x+۲y-۱=۰$ ۴) $y-z+۲=۰$

۴۱ـ معادله صفحه ای که از $A(۱ , ۱ , ۱)$ میگذرد و با دو بردار $\vec{V}_۱(۲ , ۳ , ۱)$ و $\vec{V}_۲(-۱ , ۰ , ۱)$ همراستا باشد کدام است ؟

۱) $x-y+z-۱=۰$ ۲) $x+y+z-۳=۰$

۳) $۲x-y-z=۰$ ۴) $x-y-۲z+۲=۰$

۴۲ـ معادله صفحه ای که از دو نقطه $A(۰ , ۱ , ۱)$ و $B(-۱ , ۲ , ۱)$ میگذرد و بر صفحهٔ $P:x-y-z-۱=۰$ عمود است کدام است ؟

۱) $x+y-۱=۰$ ۲) $x-y+z=۰$

۳) $۲x-y+۱=۰$ ۴) $x-y+۱=۰$

۴۳ـ معادلهٔ صفحه ای که شامل مبداء مختصات و خط $x=y-۱=\frac{z+۱}{۲}$ باشد کدام است ؟

۱) $۳x-y-z=۰$ ۲) $x-۳y-z=۰$

۳) $۳x+y+z=۰$ ۴) $x+y+۳z=۰$

۴۴ـ اگر $|\vec{a}|=۱$ و $|\vec{b}|=۲$ و $(\vec{a}, \vec{b})=۶۰^\circ$ باشد $\vec{a}.(\vec{a}+\vec{b})$ کدام است ؟

۱) ۲ ۲) ۱- ۳) ۲- ۴) ۱

۴۵ـ کدام گزاره درست است ؟

۱) $\vec{a}.\vec{a}=|\vec{a}|^۲$ ۲) $\vec{a}=|\vec{a}|$

۳) $|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}|+|\vec{b}|$ ۴) ۲ و ۳

۴۶ـ خط $x+\sqrt{۲}y+z-۳=۰$ با محور oy چه زاویه ای میسازد ؟

۱) $\frac{\pi}{۳}$ ۲) $\frac{\pi}{۴}$ ۳) $\frac{\pi}{۶}$ ۴) صفر

۴۷ـ فاصله نقطه $A(۲, -۵, ۷)$ از خط $\frac{z-۶}{۲}=\frac{y-۴}{۳}=x-۵$ کدام است ؟

۱) $\sqrt{۳۵}$ ۲) ۶ ۳) ۵ ۴) $\sqrt{۲۰}$

۴۸ـ مختصات نقطه تلاقی خط $\frac{x}{۲}=y=\frac{z-۱}{-۱}$ با صفحه $x+y+z-۳=۰$ کدام است ؟

۱) $(۲, -۱, ۰)$ ۲) $(۲, ۱, ۰)$

۳) $(۲, ۰, ۱)$ ۴) خط و صفحه متقاطع نیستند .

۴۹ـ دو خط $\frac{x+۱}{۳}=\frac{y+۳}{-۲}=\frac{z-۲}{-۱}$ و $\frac{x-۲}{۲}=\frac{y+۱}{۳}=\frac{z-۱}{-۵}$ نسبت به هم چه وضعی دارند ؟

۱) موازیند ۲) عمودند ۳) متقاطعند ۴) متنافرند

۵۰ـ اگر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ دو بردار ناصفر باشند آنگاه زاویه بین دو بردار $\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|}+\frac{\vec{b}}{|\vec{b}|}$ و $(|\vec{b}|\,\vec{a}+|\vec{a}|\,\vec{b})$ کدام است ؟

۱) صفر ۲) حاده ۳) قائمه ۴) منفرجه

۵۱ـ معادله صفحه ای که از نقطه $A(۱, -۱, ۰)$ گذشته و با صفحه به معادله $x-y-z=۰$ موازی می باشد کدام است ؟

۱) $x-y-z-۲=۰$ ۲) $x-y-۲z=۰$

۳) $x-y+z-۲=۰$ ۴) $x+y+z=۰$

۵۲ـ اگر دو خط به معادلات $x=my=z$ و $\frac{x-۱}{۲}=\frac{y+۲}{۶}=z$ بر هم عمود باشند مقدار m کدام است ؟

۱) -۲ ۲) $\frac{-۱}{۲}$ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) ۲

۵۳ـ معادلات پارامتری خط $\begin{cases} x+y=۱ \\ z=۳ \end{cases}$ کدام است ؟

۱) $\begin{cases} x=t \\ y=۱-t \end{cases}$ ۲) $\begin{cases} x=t \\ y=۱-t \\ z=۰ \end{cases}$ ۳) $\begin{cases} x=۱-t \\ y=t \\ z=۳ \end{cases}$ ۴) $\begin{cases} x=۱+t \\ y=t \\ z=۵ \end{cases}$

۵۴ـ صفحه $۲x+y-۳z+۱=۰$ و خط $x-۱=y+۱=z$:

۱)متقاطع اند ۲)موازیند ۳)بر هم عمودند ۴)منطبقند

۵۵ـ معادله صفحه قرینه صفحه $x-y+۴z=۵$ نسبت به صفحه zox کدام است ؟

۱) $x+y-۴z=۵$ ۲) $x+y+۴z=۵$

۳) $x+y+۴z+۵=۰$ ۴) $-x+y+۴z+۵=۰$

۵۶ـ معادله خطی که از نقطه $M(۰\ ,\ ۱\ ,\ ۲)$ به موازات فصل مشترک دو صفحه $x+y+z=۰$ و $x-y=۰$ میگذرد کدام است ؟

۱) $x=y-۱=z-۲$ ۲) $۲x=y-۱=\frac{z-۲}{۲}$

۳) $x=y-۱=۱+\frac{۱}{۲}z$ ۴) $x=y-۱=۱-\frac{۱}{۲}z$

۵۷ـ زاویه بین خط $\frac{x-۱}{۴}=\frac{y}{۵}=\frac{z+۱}{۳}$ و محور yها کدام است ؟

۱) ۳۰° ۲) ۱۵° ۳) ۶۰° ۴) ۴۵°

۵۸ـ اندازهٔ زاویه مسطحه فرجهٔ بین دو صفحهٔ $۲x-y+z-۱=۰$ و $x-۲y-z-۱=۰$ کدام است ؟

۱) ۶۰° ۲) ۳۰° ۳) ۴۵° ۴) $ArcCos\frac{۲}{۳}$

۵۹ـ معادلهٔ صفحه ای که شامل نقطهٔ $M(۲\ ,\ ۱\ ,\ -۱)$ و محور oz است کدام است ؟

۱) $۲x-y-۳=۰$ ۲) $x+y-۳=۰$ ۳) $x-۲y=۰$ ۴) $۲x-y=۰$

۶۰ـ کدام گزاره درست است ؟

۱) $\vec{a}.(\vec{b}.\vec{c})=(\vec{a}.\vec{b}).\vec{c}$

۲) $\vec{a}\wedge(\vec{b}\wedge\vec{c})=(\vec{a}\wedge\vec{b})\wedge\vec{c}$

۳) $\vec{a}.(\vec{b}\wedge\vec{c})=(\vec{b}\wedge\vec{c}).\vec{a}$

۴) ۱و ۲ و ۳

۶۱ـ معادلهٔ صفحه ای که شامل دو خط $2x=y=z$ و $x-3=-y=z-4$ باشد کدام است ؟

۱) $2x-y-z=0$ ۲) $3x+y-2z=0$

۳) $4x+y-3z=0$ ۴) $x-y-z=0$

۶۲ـ اگر بین سه بردار واحد $\vec{a}$ و $\vec{b}$ و $\vec{c}$ رابطه $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=0$ برقرار باشد $\vec{a}.\vec{b}$ کدام است ؟

۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{1}{3}$ ۳) $\frac{-1}{2}$ ۴) $\frac{-1}{3}$

۶۳ـ معادله صفحه قرینه صفحه $2x-y+z=0$ نسبت به صفحه $4x-2y+2z-6=0$ کدام است ؟

۱) $2x-y+z-6=0$ ۲) $2x-y+z-3=0$

۳) $2x+y+z-6=0$ ۴) $x+2y-2z-3=0$

۶۴ـ معادلهٔ صفحه ای که از $A(2,3,4)$ میگذرد و بر محور yها عمود می باشد کدام است ؟

۱) $y-3=0$ ۲) $y+3=0$ ۳) $z-4=0$ ۴) $x-2=0$

۶۵ـ اگر $\vec{V}_1\perp\vec{V}_2$ باشد مقدار $|\vec{V}_1\wedge\vec{V}_2|$ برابر است با :

۱) $|\vec{V}_1|.|\vec{V}_2|$ ۲) صفر

۳) $|\vec{V}_1|.|\vec{V}_2|Cos(\vec{V}_1,\vec{V}_2)$ ۴) مقدار مشخصی ندارد .

۶۶ـ اگر $\vec{V}_2 \parallel \vec{V}_1$ باشد مقدار $\vec{V}_1 . \vec{V}_2$ برابر است با :

۱) صفر
۲) $|\vec{V}_1| . |\vec{V}_2|$
۳) $-|\vec{V}_1| . |\vec{V}_2|$
۴) $\pm |\vec{V}_1| . |\vec{V}_2|$

۶۷ـ اگر $\vec{V}_2 \parallel \vec{V}_1$ باشد مقدار $|\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2|$ برابر است با :

۱) صفر
۲) $\vec{V}_1 . \vec{V}_2$
۳) $-\vec{V}_1 . \vec{V}_2$
۴) $\pm \vec{V}_1 . \vec{V}_2$

۶۸ـ شرط موازی بودن دو بردار $\vec{V}_1(x_1 , y_1 , z_1)$ و $\vec{V}_2(x_2 , y_2 , z_2)$ کدام است ؟

۱) $x_1x_2+y_1y_2+z_1z_2=0$
۲) $x_1y_2-y_1x_2=x_1y_2$
۳) $\frac{x_1}{x_2}=\frac{y_1}{y_2}=\frac{z_1}{z_2}$
۴) $x_1y_2+x_1y_2+x_1z_2=0$

۶۹ـ اگر α و β و γ کسینوسهای هادی خط D باشند کدام رابطه زیر درست است ؟

۱) $\alpha^2+\beta^2=\gamma^2$
۲) $\alpha^2+\beta^2+\gamma^2=1$
۳) $\alpha+\beta+\gamma=1$
۴) $\alpha+\beta=\gamma$

۷۰ـ راستای خطی بردار $\vec{V}(1 , \sqrt{3} , 2\sqrt{3})$ است زاویه این خط با محور z ها کدام است ؟

۱) $\frac{\pi}{6}$
۲) $\frac{\pi}{4}$
۳) $\frac{\pi}{3}$
۴) $\frac{2\pi}{3}$

۷۱ـ کدام یک از بردارهای زیر با سه محور مختصات زوایای مساوی میسازد ؟

۱) $\vec{V}_1(2 , 1 , -1)$
۲) $\vec{V}_2(1 , 2 , 1)$
۳) $\vec{V}_3(1 , 1 , 1)$
۴) $\vec{V}_4(1 , 1 , 2)$

۷۲ـ اگر $\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2 = \vec{i}$ باشد عبارت $(5\vec{V}_1+4\vec{V}_2) \wedge (3\vec{V}_1-2\vec{V}_2)$ برابر است با :

۱) $10\vec{i}$
۲) $11\vec{i}$
۳) $-20\vec{i}$
۴) $-22\vec{i}$

۷۳ـ کدام یک از ضربهای زیر مفهوم ندارد ؟

۱) $\vec{V}_1 \wedge (\vec{V}_2 + \vec{V}_3)$ ۲) $\vec{V}_1 \wedge (\vec{V}_2 - \vec{V}_3)$

۳) $\vec{V}_1 \wedge (\vec{V}_2 \wedge \vec{V}_3)$ ۴) $\vec{V}_2 \wedge (\vec{V}_2 . \vec{V}_3)$

۷۴ـ اگر $\vec{V}_1(-1 , -2 , 1)$ و $\vec{V}_2(-2 , 0 , -1)$ باشد مختصات بردار $\vec{t} = \vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2$ برابر است با :

۱) $\vec{t}(3 , -2 , 4)$ ۲) $\vec{t}(-2 , 3 , 4)$

۳) $\vec{t}(-2 , 2 , 3)$ ۴) $\vec{t}(2 , -3 , -4)$

۷۵ـ اگر $|\vec{a}| = 1$ و $|\vec{b}| = 2$ و $\vec{a} . \vec{b} = -1$ زاویه بین دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ کدام است ؟

۱) 60° ۲) 90° ۳) 120° ۴) 180°

۷۶ـ رابطه $x^2+y^2+z^2+2xy-2xz-2yz=4$:

۱)دو صفحه عمود بر هم است . ۲)یک کره است .

۳)دو صفحه موازی است . ۴)یک نقطه است .

۷۷ـ اگر $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$ کدام همواره درست است ؟

۱) $\vec{a}$ و $\vec{b}$ موازی هستند . ۲) $\vec{a} = \vec{0}$ و $\vec{b} = \vec{0}$

۳) $\vec{a} . \vec{b} = \vec{0}$ ۴) $\vec{a} \wedge \vec{b} = \vec{0}$

۷۸ـ در مورد $\vec{a} \wedge (\vec{b} \wedge \vec{c})$ کدام صحیح است ؟ (فرض گنیم سه بردار هم مبداء باشند.)

۱)حاصل آن یک عدد است .

۲)بردار ی موازی $\vec{a}$ است .

۳)برداری موازی صفحه $\vec{b}$, $\vec{c}$ است .

۴)برابر $(\vec{a} \wedge \vec{b}) \wedge \vec{c}$ است .

۷۹ـ نقطه ای از خط به معادله $x=\frac{y}{-1}=\frac{z}{2}$ که از صفحه به معادله $2x+2y-z=0$ به فاصله ۲ باشد کدام است ؟

۱) $(1, -1, 2)$ ۲) $(2, -2, 4)$

۳) $(3, 3, 2)$ ۴) $(3, -3, 6)$

۸۰ـ معادله خطی که از مبداء مختصات گذشته و خط D به معادله $x=y=z-3$ را به زاویه قائمه قطع می کند کدام است ؟

۱) $x=y=\frac{z}{-2}$ ۲) $\frac{x}{-2}=\frac{y}{3}=\frac{z}{-5}$

۳) $x=\frac{y}{-2}=z$ ۴) $\frac{x}{-2}=y=\frac{z}{1}$

۸۱ـ معادله صفحه ای که از نقطه $M(3, 4, -5)$ گذشته و با دو بردار $\vec{a}(3, 1, -1)$ و $\vec{b}(1, -2, 1)$ موازی باشد کدام است ؟

۱) $x+4y+7z+16=0$ ۲) $x+4y+7z+14=0$

۳) $x-4y+7z-5=0$ ۴) $x+4y-7z+22=0$

۸۲ـ زاویه حاده بین دو صفحه p و p' به معادلات $x+y=1$ و $y+z=1$ کدام است ؟

۱) $\frac{\pi}{2}$ ۲) $\frac{\pi}{3}$ ۳) $\frac{\pi}{4}$ ۴) $\frac{\pi}{6}$

۸۳ـ معادله مکان هندسی نقاطی که از دو صفحهٔ $y=x$ و $x=0$ به یک فاصله هستند کدام است ؟

۱) $\sqrt{2}y\pm x=1$ ۲) $\sqrt{2}y=x=z$

۳) $\sqrt{2}x=y=z$ ۴) $y=(1\pm\sqrt{2})x$

۸۴ـ معادله صفحه ای که از نقطه $(-1, 1, 1)$ بگذرد و با صفحه $x+y+z=0$ موازی باشد کدام است ؟

۱) $x+y+z+1=0$ ۲) $x+y+z-1=0$

۳) $2x-2y+2z+2=0$ ۴) $2x+y+2z+1=0$

۸۵ـ فاصلهٔ دو صفحهٔ $x-2y-2z-12=0$ و $x-2y-2z-6=0$ برابر است با :

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۶ ۴) $\frac{3}{2}$

۸۶ـ معادله خطی که از دو نقطه $A(0,0,1)$ و $B(0,1,-2)$ می گذرد کدام است ؟

۱) $y=\frac{z-1}{3}$ ۲) $y=\frac{z-1}{-3}$

۳) $x=0$ و $y=\frac{z-1}{-3}$ ۴) $y=\frac{z-1}{3}$ و $x=0$

۸۷ـ اگر دو صفحهٔ $2x+y+az=0$ و $-x+by-z+1=0$ با هم موازی باشند a و b کدام است ؟

۱) $b=2$ و $a=\frac{-1}{2}$ ۲) $b=2$ و $a=\frac{1}{2}$

۳) $b=\frac{-1}{2}$ و $a=2$ ۴) $b=\frac{1}{2}$ و $a=2$

۸۸ـ خط $\begin{cases} x=2t+1 \\ y=-t \\ z=t+1 \end{cases}$ با صفحهٔ $ax+2y-az=0$ موازی است مقدار a کدام است ؟

۱) -2 ۲) -1 ۳) ۱ ۴) ۲

۸۹ـ اگر سه بردار واحد $\vec{i}$ و $\vec{j}$ و $\vec{k}$ دو بدو بر هم عمود باشند $|\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}|$ کدام است ؟

۱) ۳ ۲) $\sqrt{2}$ ۳) ۲ ۴) $\sqrt{3}$

۹۰ـ فاصله دو صفحه $x-2y+2z-2=0$ و $3x-6y+6z+3=0$ کدام است ؟

۱) ۲ ۲) ۱ ۳) ۳ ۴) $\frac{1}{3}$

۹۱ـ حجم مکعبی که معادلات دو وجه آن $x+y-1=0$ و $x+y+1=0$ می باشد کدام است ؟

۱) $2\sqrt{2}$ ۲) $3\sqrt{3}$ ۳) ۸ ۴) ۱

۹۲ـ فاصلهٔ خط $\frac{x}{۲}=\frac{y-۱}{۳}=z$ از صفحهٔ $x-y+z-۲=۰$ کدام است ؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) $\sqrt{۲}$ ۴) $\sqrt{۳}$

۹۳ـ معادلهٔ یک منحنی در دستگاه دکارتی xoy به صورت $x^۲+y^۲=x$ است ، معادلهٔ آن در دستگاه قطبی $x'ox$ کدام است ؟

۱) $\rho=Cos\theta$ ۲) $\rho=۱$

۳) $\rho=Sin\theta$ ۴) $\rho(Sin\theta+Cos\theta)=۱$

۹۴ـ اگر زاویهٔ بین دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ برابر α باشد زاویه بین دو بردار $\vec{a}$ و $|\vec{b}|\ \vec{a}+|\vec{a}|\ \vec{b}$ کدام است ؟

۱) α ۲) $\frac{\alpha}{۲}$ ۳) $\frac{۳}{۲}\alpha$ ۴) $\frac{\alpha}{۳}$

۹۵ـ اگر دو بردار غیر صفر $\vec{a}+\vec{b}$ و $\vec{a}-\vec{b}$ بر هم عمود باشند کدام گزاره درست است ؟

۱) $\vec{a}=\vec{b}$ ۲) $|\vec{a}|=|\vec{b}|$

۳) $\vec{a}=۲\vec{b}$ ۴) $|\vec{a}|=۲|\vec{b}|$

۹۶ـ اگر دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ بر هم عمود باشند و $|\vec{a}|=۲$ و $|\vec{b}|=\sqrt{۲}$ باشد حاصل عبارت $(\vec{a}+\vec{b}).(\vec{a}+۲\vec{b})$ کدام است ؟

۱) ۴ ۲) ۸ ۳) ۶ ۴) ۲

۹۷ـ روی خط $x=y=z$ چند نقطه وجود دارد که از صفحه $x+y-z=۴$ به فاصله ۴ باشند ؟

۱) یک نقطه ۲) دو نقطه ۳) بیشمار نقطه ۴) حداکثر دو نقطه

۹۸ـ از دو نقطه $A(۲,۳,-۱)$ و $B(۱,۲,۱)$ چند صفحه می گذرد که بر صفحه $P:۶x+۲y-۴z+۱=۰$ عمود است ؟

۱) ۱ ۲) ۲

۳)بیشمار ۴)حداقل یک صفحه

۹۹ـ شرط آنکه $\vec{V}_1 + \vec{V}_2$ زاویه دو بردار $\vec{V}_1$ و $\vec{V}_2$ را نصف کند کدام است ؟

۱) $|\vec{V}_1| > |\vec{V}_2|$ ۲) $\vec{V}_1 . \vec{V}_2 = 0$

۳) $|\vec{V}_1| < |\vec{V}_2|$ ۴) $|\vec{V}_1| = |\vec{V}_2|$

۱۰۰ـ معادله خطوطی که از نقطه $A(3 , 2 , 1)$ می گذرد و با هر دو محور ox و oy زاویه ۶۰ درجه میسازد کدام است ؟

۱) $z=1\pm\sqrt{2}t$ و $y=2+\frac{1}{2}t$ و $x=3+\frac{1}{2}t$

۲) $z=1\pm t$ و $y=2+\sqrt{2}t$ و $x=3+\sqrt{2}t$

۳) $z=1\pm\sqrt{2}t$ و $y=2+t$ و $x=3+t$

۴) $z=1\pm t$ و $y=2+\frac{\sqrt{2}}{2}t$ و $x=3+\frac{\sqrt{2}}{2}t$

۱۰۱ـ اندازهٔ بردار حاصلضرب برونی دو بردار با حاصلضرب درونی این دو بردار برابر است ، زاویهٔ بین این دو بردار چند درجه است ؟

۱) 30° ۲) 45° ۳) 60° ۴) 90°

۱۰۲ـ اگر $A(1 , -1 , 2)$ و $B(3 , 2 , -1)$ ، معادلهٔ صفحه ایکه از مبداء مختصات بگذرد و بر خط AB عمود باشد کدام است ؟

۱) $3x+2y-3z=0$ ۲) $3x+2y+3z=0$

۳) $2x+3y+3z=0$ ۴) $2x+3y-3z=0$

۱۰۳ـ زاویهٔ خط $\begin{cases} x = 2t \\ y = t - 1 \\ z = 2t + 2 \end{cases}$ با صفحه $x-2y+2z=10$ کدام است ؟

۱) $ArcCos\frac{4}{9}$ ۲) $ArcSin\frac{4}{9}$ ۳) $ArcSin\frac{1}{3}$ ۴) $\frac{\pi}{3}$

۱۰۴ـ طول تصویر بردار $\vec{a}=3\vec{i}+4\vec{j}+5\vec{k}$ روی صفحه xoy کدام است ؟

۱) $\sqrt{31}$ ۲) $\sqrt{41}$ ۳) 5 ۴) $5\sqrt{2}$

۱۰۵ـ اگر $\vec{V}_1(3,-3,3)$ و $\vec{V}_2(-3,12,-15)$ آنگاه حاصل $|\vec{V}_1+\vec{V}_2|+\vec{V}_1.\vec{V}_2$ کدام است ؟

۱) -75 ۲) صفر ۳) 5 ۴) 15

۱۰۶ـ اگر $\vec{V}_1(2,4,-2)$ و $\vec{V}_2(3,1,-3)$ آنگاه طول تصویر بردار $\vec{V}_1\wedge\vec{V}_2$ روی محور oz چقدر است ؟

۱) 10 ۲) 4 ۳) 3 ۴) 6

۱۰۷ـ کدام یک از صفحات زیر بر خط $\frac{x}{2}=y+1=\frac{z-1}{3}$ عمود است ؟

۱) $x-y+z=0$ ۲) $2x+y+3z-1=0$

۳) $y+3z=0$ ۴) $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1$

۱۰۸ـ کدام یک از صفحات زیر با محور ox موازیست ؟

۱) $x+y+3=0$ ۲) $2x-z=5$ ۳) $2y+z=4$ ۴) $x=2$

۱۰۹ـ کدام یک از خطوط زیر بر خط $\frac{x-2}{2}=\frac{y-1}{4}=\frac{z}{-6}$ عمود است ؟

۱) $x=\frac{y-1}{2}=\frac{z}{2}$ ۲) $\frac{x}{2}=y-1=z-2$

۳) $x=y-1=z-2$ ۴) $\frac{x}{2}=\frac{y-1}{3}=z-2$

۱۱۰ـ بردار $\vec{V}_1(x-y,x+y,2)$ با بردار $\vec{V}_2(2,3,1)$ موازیست x و y کدام است ؟

۱) $x=5$ و $y=-1$ ۲) $y=5$ و $x=1$

۳) $x=5$ و $y=1$ ۴) $y=1$ و $x=-5$

۱۱۱ـ مقدار k کدام یک از مقادیر زیر باشد تا صفحه $P: 2x-y-2z+k=0$ از مبداء مختصات بفاصله ۲ باشد ؟

۱) $k=۵$ ۲) $k=-۵$ ۳) $k=۴$ ۴) $k=-۶$

۱۱۲ـ کدامیک از صفحات زیر شامل محور oz است ؟

۱) $۳x+۸z=۰$ ۲) $۲x+y=۰$ ۳) $۷y+۷z=۰$ ۴) $x+۳y+z=۰$

۱۱۳ـ اگر (p , q , r) پارامترهای هادی خط D و (a , b , c) بردار قائم صفحه P باشند شرط اینکه D بر P عمود باشد عبارت است از :

۱) $ap+bq+cr=۰$ ۲) $a+b+c=p+q+r$

۳) $\frac{a}{p}=\frac{b}{q}=\frac{c}{r}$ ۴) $ap=bq=cr$

۱۱۴ـ شرط اینکه خط D با پارامتر های هادی (p , q , r) و صفحه P با بردار قائم (a , b , c) موازی باشند اینست که :

۱) $ap+bq+cr=۰$ ۲) $a+b+c=p+q+r$

۳) $\frac{a}{p}=\frac{b}{q}=\frac{c}{r}$ ۴) $ap=bq=cr$

۱۱۵ـ کدام یک از صفحات زیر با صفحه xoy موازی است ؟ (بر محور oz عمود است)

۱) $x-۵=۰$ ۲) $x-z=۰$ ۳) $z=۱$ ۴) $x+y+z=۵$

۱۱۶ـ کدام یک از صفحات زیر از نقطه $A(۰ , ۱ , ۳)$ میگذرد و شامل خط $x-۱=y+۱=z+۲$ است ؟

۱) $x+y+۲z-۷=۰$ ۲) $۲x-y+z-۲=۰$

۳) $x-۲y+z-۱=۰$ ۴) $x-۲y+z+۳=۰$

۱۱۷ـ دو خط $\frac{x-۳}{۲}=\frac{y+۱}{۲}=\frac{z+a}{۳}$ و $\frac{x}{۳}=\frac{y-۱}{-۱}=\frac{z-a}{۱}$ صفحه xoy را بترتیب در A و B قطع می کنند مساحت مثلث OAB برابر است با :

۱) $\frac{۳}{۲}$ ۲) ۹ ۳) ۱۸ ۴) وابسته به a است .

۱۱۸ـ کدام یک از صفحات زیر بر فصل مشترک دو صفحه $x-۲y+z-۶=۰$ و $x+y-z-۱=۰$ گذشته و بر صفحه $x-y+z+۳=۰$ عمود است ؟

۱) $5x-2y+3z-8=0$ ۲) $5x+2y+3z+8=0$

۳) $5x+2y+3z+10=0$ ۴) $5x+2y-3z-10=0$

۱۱۹ـ کدام یک از خطوط زیر امتداد عمود مشترک دو خط $\frac{x-2}{1}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z-1}{4}$ و $\frac{x-3}{2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z}{3}$ را نمایش میدهد ؟

۱) $\frac{x-3}{4}=\frac{y+2}{2}=\frac{z-1}{2}$ ۲) $\frac{x-3}{4}=\frac{y+2}{-2}=\frac{z-1}{2}$

۳) $\frac{x-3}{-4}=\frac{y+2}{2}=\frac{z-1}{2}$ ۴) $\frac{x-3}{4}=\frac{y+2}{2}=\frac{z-1}{-2}$

۱۲۰ـ خط $\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z}{3}$ صفحه xoy را در A و صفحه xoz را در B تلاقی کرده است مساحت مثلث $O.B.A$ کدام است ؟

۱) $\frac{3}{2}$ ۲) 2 ۳) $3\sqrt{3}$ ۴) $\frac{3}{2}\sqrt{3}$

۱۲۱ـ چند صفحه می توان مرور داد که شامل خط $\frac{x+1}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z+2}{3}$ بوده و بر صفحه $2x+y+3z-1=0$ عمود باشد ؟

۱) یک صفحه ۲) دو صفحه ۳) بیشمار ۴) هیچ

۱۲۲ـ چند صفحه میتوان رسم کرد که شامل خط $x-2=y=z+1$ بوده و بر صفحه $2x-y+z-3=0$ عمود باشد ؟

۱) یک صفحه ۲) دو صفحه ۳) بیشمار ۴) هیچ

۱۲۳ـ معادله صفحه ای که از نقطه $A(1,0,3)$ میگذرد و بر بردار $\vec{V}(1,3,2)$ عمود باشد کدام است ؟

۱) $2x+3y+2z=4$ ۲) $x+3y+2z=7$

۳) $2x+2y-4z=4$ ۴) $2x+2y-4z=7$

۱۲۴ـ سه نقطهٔ $A(2,1,1)$ و $B(1,0,2)$ و $C(1,-2,2)$ سه راس مثلث ABC هستند ، برای زاویهٔ B کدام حکم درست است ؟

۱)حاده است . ۲)منفرجه است . ۳)قائمه است . ۴) ۶۰° است .

۱۲۵ـ اگر خط $\begin{cases} x-y-z=۰ \\ x+y=۱ \end{cases}$ در صفحه $ax-y+bz-۲=۰$ قرار داشته باشد a و b کدام است ؟

۱)۳ و ۲ ۲)۲ و ۵ ۳)۳- و ۱ ۴)۵ و ۳-

۱۲۶ـ فاصلهٔ مبداء مختصات از صفحهٔ $۲x-y+z-۶=۰$ کدام است ؟

۱)$\sqrt{۲}$ ۲)$\sqrt{۶}$ ۳)$\sqrt{۳}$ ۴)۳

۱۲۷ـ اگر دو بردار واحد $\vec{a}$ و $\vec{b}$ بر هم عمود باشند و دو بردار $۲\vec{a}-\vec{b}$ و $\vec{a}+k\vec{b}$ نیز بر هم عمود باشند مقدار k کدام است ؟

۱)۲ ۲)۱ ۳)۱- ۴)۲-

۱۲۸ـ اگر فاصلهٔ دو نقطه $A(\rho , \frac{\pi}{۴})$ و $B(۲ , \frac{\pi}{۲})$ برابر $\sqrt{۲}$ باشد مقدار ρ کدام است ؟

۱)۱ ۲)۳ ۳)$\sqrt{۳}$ ۴)$\sqrt{۲}$

۱۲۹ـ نقطهٔ برخورد خط $\begin{cases} ۲x+y-z-۳=۰ \\ x+y+z-۱=۰ \end{cases}$ با صفحهٔ xoy کدام است ؟

۱)$(۱ , ۲ , ۳)$ ۲)$(۳ , -۱ , ۰)$ ۳)$(۱ , ۱ , ۰)$ ۴)$(۲ , -۱ , ۰)$

۱۳۰ـ پارامترهای هادی خط $\begin{cases} x-y-z-۱=۰ \\ x+y-۲=۰ \end{cases}$ کدام است ؟

۱)$(۱ , ۱ , ۲)$ ۲)$(۲ , -۱ , ۱)$ ۳)$(۱ , -۱ , ۲)$ ۴)$(۲ , ۰ , ۱)$

۱۳۱ـ تصاویر دو خط متنافر بر صفحه ای که موازی عمود مشترک آنهاست ، نسبت به هم چه وضعی دارند ؟

۱)بر هم عمودند . ۲)بر هم منطبقند .

۳)متقاطعند . ۴)موازی اند .

۱۳۲ـ اگر $\vec{a}+۲\vec{b}=۰$ و $\vec{a}.\vec{b}=-۲$ باشد $|\vec{a}|$ کدام است ؟

۱) ۳ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۴

۱۳۳ـ کدامیک از خطوط زیر موازی با فصل مشترک صفحات به معادلات $x+y-z=۰$ و $x-y-۵z+۸=۰$ میباشد ؟

۱) $\frac{x+۲}{۳}=\frac{y-۱}{-۲}=z$ ۲) $\frac{x+۲}{۳}=\frac{y-۱}{۲}=z$

۳) $\frac{x+۲}{-۳}=\frac{y-۱}{۲}=\frac{z}{۵}$ ۴) $\frac{x+۲}{۱}=\frac{y-۱}{۱}=\frac{z}{۵}$

۱۳۴ـ معادله خطی که از نقطه $A(۲\ ,\ ۰\ ,\ -۳)$ به موازات محور xها رسم شود کدام است ؟

۱) $\begin{cases} x=t+۲ \\ y=۰ \\ z=-۳t+۳ \end{cases}$ ۲) $\begin{cases} x=t+۲ \\ y=۰ \\ z=۳ \end{cases}$

۳) $\begin{cases} x=t+۲ \\ y=۰ \\ z=-۳ \end{cases}$ ۴) $\begin{cases} x=t+۲ \\ z=-۳ \end{cases}$

۱۳۵ـ دو خط متنافر همواره دارای :

۱)عمود مشترک نمی باشند .

۲)فصل مشترک غیر تهی می باشند .

۳)صفحه مشترک می باشند .

۴)صفحه مشترک نمی باشند .

۱۳۶ـ قرینه نقطه $A(۲\ ,\ -۱\ ,\ ۳)$ نسبت به صفحه $۳x-y+z+۱=۰$ کدام است ؟

۱) $A'(-۶\ ,\ -۱\ ,\ ۳)$ ۲) $A'(-۴\ ,\ ۱\ ,\ ۱)$

۳) $A'(-۲, ۱, ۳)$ ۴) $A'(۲, ۰, -۷)$

۱۳۷ـ کدامیک از گزاره های زیر در مورد حاصلضرب دو بردار صحیح است ؟

۱) حاصلضرب درونی دو بردار جابجائی است .

۲) حاصلضرب برونی دو بردار جابجائی است .

۳) اگر حاصلضرب برونی دو بردار صفر باشد ، همواره یکی از بردارها صفراست .

۴) اگر حاصلضرب درونی دو بردار صفر باشد، همواره یکی از بردارها صفراست .

۱۳۸ـ معادله صفحه ای که از نقطه $A(۱, -۱, -۱)$ بگذرد و با صفحه $۳x+۲y+z=۴$ موازی باشد کدام است ؟

۱) $۲x+۳y+z=۰$ ۲) $۳x+۲y+z=۰$

۳) $۲x+۳y+z=۱$ ۴) $۳x+y+۲z=۴$

۱۳۹ـ نقاط $A(-۲, ۲, ۳)$ و $B(-۲, -۲, ۰)$ و $C(۱, a, ۲)$ سه راس یک مثلثند a چقدر باشد تا زاویه A از مثلث ABC برابر با ۹۰° باشد ؟

۱) ۱۱ ۲) $\frac{۱۱}{۴}$ ۳) $\frac{۴}{۱۱}$ ۴) $\frac{-۱۱}{۴}$

۱۴۰ـ نقطه $H(۲, -۱, -۱)$ پای عمودی است که از مبداء مختصات بر صفحه مفروضی فرود می آید معادله این صفحه کدام است ؟

۱) $۲x-y-z+۱=۰$ ۲) $۲x+y+z-۲=۰$

۳) $۲x-y-z-۶=۰$ ۴) $۲x-y-z+۴=۰$

۱۴۱ـ به ازاء چه مقدار m دو صفحه به معادلات $x-y+z=۰$ و $۲x-y+mz=۰$ بر یکدیگر عمودند ؟

۱) -۳ ۲) -۲ ۳) ۲ ۴) ۳

فصل دوم : ۴۴ تست از تقسیم توافقی

۱۴۲ـ سه نقطهٔ $A(۲)$ و $B(-۳)$ و $C(۰)$ بر یک محور مفروضند ، مزدوج توافقی نقطهٔ C نسبت به A و B کدام است ؟

۱) $D(۱۲)$ ۲) $D(-۶)$ ۳) $D(۱۰)$ ۴) $D(-۱۰)$

۱۴۳ـ اگر $(ABCD)$ یک تقسیم توافقی باشد به قسمی که $\frac{\overline{CA}}{\overline{CB}} = -\frac{\overline{DA}}{\overline{DB}} = -۲$ نسبت $\frac{\overline{AC}}{\overline{AD}}$ کدام است ؟

۱) $\frac{۲}{۳}$ ۲) $\frac{۱}{۳}$ ۳) $\frac{۳}{۴}$ ۴) $\frac{۱}{۴}$

۱۴۴ـ اگر $(ABCD)$ یک تقسیم توافقی باشد به قسمی که $\frac{\overline{CA}}{\overline{CB}} = -\frac{\overline{DA}}{\overline{DB}} = k$ و O وسط CD باشد آنگاه $\overline{OA}$ برابر است با :

۱) $k\,\overline{AB}$ ۲) $k^۲\,\overline{AB}$ ۳) $k\,\overline{OB}$ ۴) $k^۲\,\overline{OB}$

۱۴۵ـ در تقسیم توافقی $(ABCD)$ حاصل $\frac{۱}{\overline{BD}} + \frac{۱}{\overline{BC}}$ کدام است ؟

۱) $\frac{۲}{\overline{AB}}$ ۲) $\frac{۲}{\overline{BA}}$ ۳) $\frac{۲}{\overline{CD}}$ ۴) $\frac{۲}{\overline{DC}}$

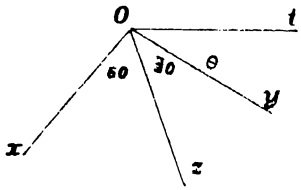
۱۴۶ـ اگر $(O\,,\,ABCD)$ یک دستگاه توافقی باشد و $m_B = ۱$ و $m_A = -۱$ باشد $m_C\,m_D$ کدام است ؟

۱) ۲ ۲) ۰ ۳) ۱ ۴) -۱

۱۴۷ـ واسطه توافقی دو عدد ۲ و ۳- کدام است ؟

۱) ۴ ۲) ۸ ۳) ۱۲ ۴) -۶

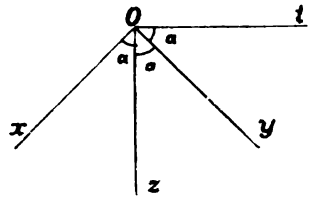
۱۴۸ـ در شکل مقابل $(o\ ,\ xyzt)$ یک دستگاه توافقی است با توجه به زاویه های داده شده مقدار θ کدام است ؟



۱) 45° ۲) 60°

۳) 30° ۴) 90°

۱۴۹ـ چهار شعاع یک دستگاه توافقی با هم تشکیل سه زاویهٔ مساوی داده اند ، اندازه این زاویه کدام است ؟



۱) 30° ۲) 45°

۳) 18° ۴) 36°

۱۵۰ـ اگر $(ABCD)$ تشکیل یک تقسیم توافقی دهند کدام یک از نقاط زیر بر مبداء منطبق باشد تا رابطه $\frac{2}{\overline{CD}}=\frac{1}{\overline{CA}}+\frac{1}{\overline{CB}}$ بر قرار باشد ؟

۱) A ۲) B ۳) C ۴) D

۱۵۱ـ هر گاه $(ABCD)$ یک تقسیم توافقی باشد و O وسط AB باشد کدام رابطه غلط است ؟

۱) $\frac{2}{\overline{AB}}=\frac{1}{\overline{AC}}+\frac{1}{\overline{AD}}$

۲) $\overline{OA}^2=\overline{OC}\,.\,\overline{OD}$

۳) $\overline{CA}\,.\,\overline{DB}+\overline{DA}\,.\,\overline{CB}=0$

۴) $\overline{CA}\,.\,\overline{CB}+\overline{DA}\,.\,\overline{DB}=0$

۱۵۲ـ در یک تقسیم توافقی رابطه $\frac{\overline{CA}}{\overline{CB}}=-\frac{\overline{DA}}{\overline{DB}}=k$ برقراراست اگر O وسط CD و $\frac{\overline{OA}}{\overline{OB}}=4$ باشد مقدار k کدام است ؟

۱) ۴ ۲) ۴- ۳) ۲ ۴) ۱۶

۱۵۳ـ اگر بین سه شعاع ox و oy و oz از یک دستگاه توافقی رابطه $\frac{۱}{m_x}+\frac{۱}{m_y}=\frac{۲}{m_z}$ (m ضریب زاویه است) برقرار باشد کدام شعاع بر محور مبداء منطبق است ؟

۱) oy ۲) ox ۳) oz ۴) ot

۱۵۴ـ اگر بین ضریب زاویه های شعاعهای یک دستگاه توافقی $(o\text{-}xyzt)$ رابطه $m^۲_z=m_x\,.\,m_y$ بر قرار باشد محور مبداء کدام است ؟

۱) نیمساز $(ox\ ,\ oy)$ است . ۲) نیمساز $(oz\quad ot)$ است .

۳) نیمساز $(oz\ ,\ ox)$ است . ۴) نیمساز $(oy\ ,\ ot)$ است .

۱۵۵ـ اگر دو نقطه M و N پاره خط AB را به نسبت توافقی ۳ تقسیم کنند دو نقطه A و B پاره خط MN را به چه نسبتی تقسیم می کنند ؟

۱) $\frac{۳}{۲}$ ۲) -۲ ۳) $\frac{-۳}{۲}$ ۴) ۲

۱۵۶ـ اگر $(ABCD)$ یک تقسیم توافقی باشد کدام رابطه زیر درست است ؟

۱) $\overline{AB}+\overline{AC}=\overline{CB}+\overline{CD}$

۲) $\overline{AB}\,.\,\overline{AC}=\overline{CB}\,.\,\overline{DB}$

۳) $\overline{CA}\,.\,\overline{DB}+\overline{CB}\,.\,\overline{BA}=۰$

۴) $\overline{AB}\,.\,\overline{CD}+\overline{CD}\,.\,\overline{AB}=۰$

۱۵۷ـ در شش ضلعی منتظم کدام شعاعها تشکیل دستگاه توافقی می دهند ؟

۱) $A\text{-}BDCE$ ۲) $A\text{-}BEDF$

۳) $A\text{-}BDCF$ ۴) هیچکدام

۱۵۸ـ واسطه توافقی دو عدد ۳- و ۷ کدام است ؟

۱) $\frac{۵}{۲۱}$ ۲) $\frac{۱۰}{۲۱}$ ۳) $\frac{۲۱}{۲}$ ۴) $\frac{-۲۱}{۲}$

۱۵۹ـ دو نقطه M و N پاره خط AB را به نسبت توافقی تقسیم کرده اند اگر فاصله های این دو نقطه از وسط AB بترتیب $\sqrt{۳}$ و $۱۲\sqrt{۳}$ باشد طول AB کدام است ؟

۱) ۶ ۲) ۱۲ ۳) ۱۸ ۴) ۳۶

۱۶۰ـ واسطه توافقی دو عدد ۱۰ و صفر کدام است ؟

۱) ۲۰ ۲) ۱۰ ۳) $\frac{۱}{۱۰}$ ۴) وجود ندارد .

۱۶۱ـ هرگاه $(o\text{-}xyzt)$ یک دستگاه توافقی باشد و شعاع ox حول نقطه o، ۳۰° دوران کند در این صورت :

۱) بقیه شعاعها می توانند تغییر نکنند و دستگاه $(o\text{-}xyzt)$ دستگاه توافقی باقی بماند .

۲) باید حداقل یک شعاع نیز تغییر کند تا دستگاه $(o\text{-}xyzt)$ دستگاه توافقی باقی بماند .

۳) باید حداقل دو شعاع دیگر نیز تغییر کند تا دستگاه $(o\text{-}xyzt)$ دستگاه توافقی باقی بماند .

۴) باید حداقل سه شعاع دیگر نیز تغییر کند تا دستگاه $(o\text{-}xyzt)$ دستگاه توافقی باقی بماند .

۱۶۲ـ چهار نقطه A و B و C و D تشکیل تقسیم توافقی داده اند اگر O وسط AB و O' وسط CD باشد کدام رابطه همواره درست است ؟

۱) $\overline{OA}\,.\,\overline{OB}=\overline{OC}\,.\,\overline{OD}$ ۲) $\overline{OA}^۲=\overline{OC}^۲=\overline{O'B}^۲$

۳) $\overline{AB}^۲+\overline{CD}^۲=۴\overline{OO'}^۲$ ۴) $\overline{O'A}^۲+\overline{OB}^۲=۲\overline{O'O}$

۱۶۳ـ اگر N و M مزدوج توافقی نسبت به A و B باشند کدام رابطه درست است ؟

۱) $MN=AB$ ۲) $AM=BN$

۳) $\frac{۲}{\overline{BA}}=\frac{۱}{\overline{BM}}+\frac{۱}{\overline{BN}}$ ۴) $\frac{۲}{\overline{AB}}=\frac{۱}{\overline{AM}}+\frac{۱}{\overline{NA}}$

۱۶۴ـ اگر $(ABCD)$ یک تقسیم توافقی باشد کدام رابطه زیر درست است ؟

۱) $\overline{AD}.\overline{AC}+\overline{CB}.\overline{CD}=۰$

۲) $۲\overline{AD}.\overline{DB}=\overline{AB}.\overline{BC}$

۳) $۲\overline{CD}.\overline{CB}=\overline{CA}.\overline{DA}$

۴) $۲\overline{CA}.\overline{CB}=\overline{CD}.\overline{CB}+\overline{CA}.\overline{CD}$

۱۶۵ـ چهار نقطه A و B و C و D توافقی هستند ، $\frac{\overline{CA}}{\overline{CB}}=-\frac{\overline{DA}}{\overline{DB}}=k$ اگر $AB=۸$ و $CD=۶$ باشد نسبت $\frac{\overline{CA}}{\overline{CB}}$ کدام است ؟

۱) $\frac{۳}{۴}$ ۲) $\frac{۴}{۳}$ ۳) ۳ ۴) -۳

۱۶۶ـ اگر $(ABCD)$ یک تقسیم توافقی باشد و فاصله های C و D از وسط AB بترتیب $۵\sqrt{۵}$ و $\sqrt{۵}$ باشد طول پاره خط AB کدام است ؟

۱) ۵ ۲) ۲۵ ۳) ۵۰ ۴) ۱۰

۱۶۷ـ در یک تقسیم توافقی $(ABCD)$ اگر $AC=۴$ و $AD=۶$ باشد AB کدام است ؟

۱) -۱۲ ۲) $\frac{۲۵}{۲۴}$ ۳) $\frac{۲۴}{۵}$ ۴) $\frac{-۵}{۱۲}$

۱۶۸ـ اگر $m_2=\sqrt{۳}$ و $m_1=-\sqrt{۳}$ و $m_3=\frac{۳}{۴}$ ضریب زاویه های سه شعاع از یک دستگاه توافقی باشند m_4 کدام است ؟

۱) $\frac{۳}{۴}$ ۲) $\frac{۴}{۳}$ ۳) ۴ ۴) -۴

۱۶۹ـ $(ABCD)$ یک تقسیم توافقی است ، اگر M وسط AB و N وسط CD باشد $AB^۲+CD^۲$ برابر کدام است ؟

۱) $MN^۲$ ۲) $۲MN^۲$ ۳) $۳MN^۲$ ۴) $۴MN^۲$

۱۷۰ـ سه خط $D_1: 2x-y+1=0$ و $D_2: x+y+2=0$ و $D_3: x-y=0$ مفروضند ، مزدوج خط D_3 نسبت به دو خط D_1 و D_2 کدام است ؟

۱) $5x-y+4=0$ ۲) $x+y=0$ ۳) $y-1=0$ ۴) $x+1=0$

۱۷۱ـ کدام چهار شعاع زیر می توانند دستگاه توافقی تشکیل دهند ؟

۱)دو ضلع مجاور یک زاویه در مثلث و نیمساز آن و میانه وارد بر ضلع مقابل .

۲)دو ضلع مجاور یک راس پنج ضلعی و دو قطر گذرنده از آن راس .

۳)چهار شعاع با سه زاویه مساوی .

۴)هیچکدام

۱۷۲ـ واسطه توافقی دو عدد $\frac{1}{(a-1)^2}$ و $\frac{1}{a^2-1}$ برابر است با :$(a \neq 1)$

۱) $\frac{3}{1+a}$ ۲) $\frac{1}{a^2-a}$ ۳) $\frac{3}{1-a}$ ۴) $\frac{1+a}{3}$

۱۷۳ـ α را چنان بیابید که -2α واسطهٔ توافقی بین دو عدد $\alpha-1$ و $\alpha+1$ باشد .

۱) $\pm\frac{\sqrt{3}}{3}$ ۲) $\pm\frac{1}{3}$

۳) $\frac{-\sqrt{3}}{3} \leq \alpha \leq \frac{\sqrt{3}}{3}$ ۴)هیچکدام

۱۷۴ـ چهار نقطه A و B و C و D توافقی هستند $\frac{\overline{CA}}{\overline{CB}} = -\frac{\overline{DA}}{\overline{DB}}$ اگر $AB=8$ و $\overline{CD}=6$ باشد نسبت $\frac{\overline{CA}}{\overline{CB}}$ کدام است ؟

۱) $\frac{3}{4}$ ۲) $\frac{4}{3}$ ۳) 3 ۴) -3

۱۷۵ـ دو نقطهٔ M و N پاره خط AB را به نسبت توافقی ۲ تقسیم نموده اند در این صورت دو نقطهٔ A و B پاره خط MN را به چه نسبتی تقسیم می کنند ؟

۱) 3 ۲) $\frac{1}{3}$ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) $\frac{-1}{2}$

۱۷۶ـ در مثلث متساوی الساقین ABC $(AB=AC)$ ، AM میانهٔ وارد بر قاعدهٔ BC است . شعاع مزدوج توافقی AM نسبت به AB و AC کدام است ؟

۱)عمود منصف ضلع AC ۲)نیمساز داخلی زاویهٔ راس

۳)نیمساز خارجی زاویهٔ راس ۴)ارتفاع وارد بر قاعده

۱۷۷ـ در مثلث متساوی الاضلاع ABC شعاع مزدوج توافقی نیمساز خارجی زاویهٔ B نسبت به BA و BC کدام مورد زیر است ؟

۱)نیمساز داخلی زاویهٔ B ۲)میانهٔ وارد بر ضلع AC

۳)عمود منصف ضلع AC ۴)هر سه مورد

۱۷۸ـ در مثلث قائم الزاویه ABC شعاع مزدوج توافقی AX که از A به موازات وتر BC رسم شده است نسبت به دو ضلع دیگر مثلث کدام است ؟

۱)ارتفاع وارد بر وتر ۲)میانهٔ وارد بر وتر

۳)نیمساز داخلی زاویه A ۴)۲ و ۳

۱۷۹ـ در ذوزنقه $ABCD$ قاعده AD و ساق AB و قطر AC سه شعاع یک دستگاه توافقی هستند ، شعاع چهارم این دستگاه کدام است ؟

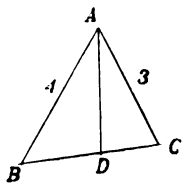
۱)خطی که در A بر AD عمود است .

۲)خطی که A را به وسط BC وصل کند .

۳)نیمساز $\angle BAC$

۴)خطی که از A موازی با DC رسم شود .

۱۸۰ـ در شکل زیر AB ، AC ، AD سه شعاع یک دستگاه توافقی هستند و $\frac{\overline{DB}}{\overline{DC}}=\frac{۴}{۳}$ است ، در این صورت شعاع چهارم این دستگاه خطی است که از نقطه A :



۱)به موازات BC رسم می شود .

۲)بر AB عمود می شود .

۳)بر AD عمود می شود .

۴)بر AC عمود می شود .

۱۸۱ـ سه خط متقارب $O'A:y=-2x+4$ و $O'B:y=x-2$ و $O'C:y=0$ سه شعاع یک دستگاه توافقی $(O'\text{-}ABCD)$ هستند ، معادلهٔ شعاع $O'D$ کدام است ؟

۱) $y=-4x+8$ ۲) $y=4x-8$ ۳) $y=2x-4$ ۴) $y=-2x+4$

۱۸۲ـ در مثلث OAB ، $\angle O=90^\circ$ و $\angle A=60^\circ$ است ، اگر اضلاع OA و OB و ارتفاع OH سه شعاع یک دستگاه توافقی باشند ، OH با شعاع مزدوج خود چه زاویه ای می سازد ؟

۱) 90° ۲) 60° ۳) 135° ۴) 150°

۱۸۳ـ واسطه هندسی بین دو عدد برابر ۶ و واسطهٔ توافقی بین آنها $\frac{72}{13}$ است ، این دو عدد کدامند ؟

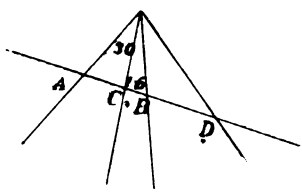
۱) ۴ و ۹ ۲) $3\sqrt{3}$ و $4\sqrt{3}$ ۳) $6\sqrt{3}$ و $2\sqrt{3}$ ۴) $6\sqrt{2}$ و $3\sqrt{2}$

۱۸۴ـ اگر $(O\text{-}ABCD)$ یک دستگاه توافقی و m_A و m_B و m_C و m_D ضریب زاویه های شعاعهای این دستگاه باشند و شعاع OB بر محور OX منطبق گردد ، کدام رابطه صحیح است ؟

۱) $\frac{2}{m_A}=\frac{1}{m_C}+\frac{1}{m_D}$ ۲) $\frac{2}{m_B}=\frac{1}{m_C}+\frac{1}{m_D}$

۳) $\frac{2}{m_C}=\frac{1}{m_A}+\frac{1}{m_B}$ ۴) $\frac{2}{m_C}=\frac{1}{m_D}+\frac{1}{m_A}$

۱۸۵ـ در شکل مقابل $(O\text{-}ABCD)$ یک دستگاه توافقی است با توجه به زاویه های معلوم ، مقدار x کدام است ؟



۱) 60° ۲) 30°

۳) $22/5^\circ$ ۴) 15°

فصل سوم: ۱۰۰ تست از دایره

۱۸۶ـ معادله دایره به شعاع ۲ که مرکزش نقطه $(-۳ , ۲)$ باشد کدام است ؟

۱) $x^۲+y^۲+۶x+۴y+۹=۰$ ۲) $x^۲+y^۲-۴x+۶y+۹=۰$

۳) $x^۲+y^۲-۶x+۴y+۹=۰$ ۴)هیچکدام

۱۸۷ـ چند مماس به موازات خط $y=x$ بر یک دایره دلخواه در صفحه می توان رسم کرد ؟

۱)۱ ۲)۲ ۳)۳ ۴)بیشمار

۱۸۸ـ وضع نقطه $(۱ , ۰)$ نسبت به دایره $x^۲+y^۲-۹x=۰$ چگونه است ؟

۱)روی دایره است . ۲)خارج دایره است .

۳)داخل دایره است . ۴)معلوم نیست .

۱۸۹ـ وضع دو دایره $x^۲+y^۲+۲x+۳y+\frac{۱}{۴}=۰$ و $x^۲+y^۲-۶x+۵y-\frac{۳}{۴}=۰$ نسبت به هم چگونه است ؟

۱)مماس خارجند. ۲)متخارجند. ۳)مماس داخلند. ۴)متقاطع اند.

۱۹۰ـ طول وتر مینیممی که از نقطه $A(۰ , ۱)$ بر دایره $x^۲+y^۲+۲x+۲y=۶$ رسم می شود کدام است ؟

۱)۱ ۲)$\sqrt{۲}$ ۳)$۲\sqrt{۳}$ ۴)$\sqrt{۳}$

۱۹۱ـ محور اصلی دو دایره $x^۲+y^۲-x=۰$ و $x^۲+y^۲-۷y=۰$ در چه نقطه ای محور xها را قطع می کند ؟

۱)$(۱ , ۰)$ ۲)$(۲ , ۱)$ ۳)$(۰ , ۰)$ ۴)$(۰ , ۱)$

۱۹۲ـ معادله دایره ای که بر سه دایره $x^2+y^2=1$ و $x^2+y^2-2x-3=0$ و $x^2+(y-1)^2=9$ عمود باشد کدام است ؟

۱) $x^2+y^2+2x+7y+1=0$ ۲) $x^2+y^2-2x-7y+1=0$

۳) $x^2+y^2+6y+7=0$ ۴) $x^2+y^2+4x+8=0$

۱۹۳ـ کدام یک از دوایر زیر محور اصلی اش با دایره $x^2+y^2+x=2$ بصورت $x+y=0$ است ؟

۱) $x^2+y^2=2$ ۲) $x^2+y^2+y=2$

۳) $x^2+y^2-y=2$ ۴) $x^2+y^2-x=2$

۱۹۴ـ معادلهٔ دایره ای که مرکزش نقطه ای به طول ۲ واقع بر محور xها و بر خط $x-y=0$ مماس باشد کدام است ؟

۱) $(x-2)^2+y^2=1$ ۲) $(x-2)^2+y^2=2$

۳) $(x-2)^2+y^2=3$ ۴) $(x-2)^2+y^2=4$

۱۹۵ـ محور دسته دایرهٔ $x^2+y^2-mx+(2m-1)y-m=0$ کدام است ؟

۱) $y=x$ ۲) $2x-y=1$ ۳) $x-2y+1=0$ ۴) $x-2y=0$

۱۹۶ـ معادلهٔ دایره ای که از سه نقطهٔ $O(0,0)$ و $A(1,0)$ و $B(0,2)$ میگذرد کدام است ؟

۱) $x^2+y^2-x-2y=0$ ۲) $x^2+y^2+x+y=0$

۳) $x^2+y^2-2x-y=0$ ۴) هیچکدام

۱۹۷ـ زاویهٔ بین دایرهٔ $x^2+y^2-2x=3$ و محور yها کدام است ؟

۱) 60° ۲) 90° ۳) 30° ۴) 0°

۱۹۸ـ مرکز اصلی سه دایره که قطر هر یک از آنها یکی از اضلاع مثلث ABC باشد کدام است ؟

۱)مرکز ثقل مثلث است .

۲)محل تلاقی سه ارتفاع مثلث است .

۳)محل تلاقی نیمسازهای داخلی است .

۴)محل تلاقی عمود منصفهای مثلث است .

۱۹۹ـ چند دایره می توان رسم کرد که از نقطه مفروض A خارج دایره بگذرند و محیط دایره C را نصف کنند ؟

۱)یک دایره ۲)دو دایره ۳)بی شمار ۴)هیچ

۲۰۰ـ وتری از دایرهٔ $C(O,R)$ را به پنج قسمت مساوی تقسیم نموده ایم نسبت قوت اولین و آخرین نقطه داخل دایره نسبت به دایره چند است ؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴)هیچکدام

۲۰۱ـ دایره هائی که از نقطهٔ $A(0\ ,\ 2)$ بگذرند و محیط دایره $x^2+y^2=12$ را نصف کنند از نقطه دیگر A' میگذرند این نقطه کدام است ؟

۱) $A'(0\ ,\ 6)$ ۲) $A'(0\ ,\ -6)$ ۳) $A'(6\ ,\ 0)$ ۴) $A'(-6\ ,\ 0)$

۲۰۲ـ مکان هندسی مرکز دایره هایی که از نقطه ثابت A گذشته و بر دایره مفروض $C(O\ ,\ R)$ عمود باشند چیست ؟

۱)یک دایره به شعاع OA ۲)یک خط موازی OA

۳)یک خط عمود بر OA ۴)یک دایره به قطر OA

۲۰۳ـ کدام گزینه در مورد دو دایره عمود بر هم غلط است ؟« در هر دو دایره عمود بر هم ... »

۱)قوت مرکز هر دایره نسبت به دایرهٔ دیگر با مربع شعاع همان دایره برابر است .

۲)قطر یکی بوسیلهٔ دیگری به نسبت توافقی تقسیم میشود .

۳)شعاعهای هر نقطهٔ تقاطع دو دایره بر هم عمودند .

۴)خط المرکزین بوسیلهٔ دو دایره به نسبت توافقی تقسیم می شود .

۲۰۴ـ نقطه $A(۱\ ,\ ۵)$ و دایره $x^۲+y^۲-۲x+۲y-۹=۰$ مفروضند اندازه مماسی که از A بر دایره رسم می شود کدام است ؟

۱) $\sqrt{۵}$ ۲) ۵ ۳) ۲۵ ۴) $۲\sqrt{۵}$

۲۰۵ـ زاویه بین خط $۳x-۴y-۳=۰$ و دایره $x^۲+y^۲-۴x+۶y-۲۳=۰$ کدام است ؟

۱) $\frac{\pi}{۳}$ ۲) $\frac{\pi}{۶}$ ۳) $ArcCos\frac{۱}{۳}$ ۴) $ArcCos\frac{۲}{۳}$

۲۰۶ـ زاویه بین دو دایره $x^۲+y^۲=۴$ و $x^۲+y^۲-۲x-۲y=۰$ کدام است ؟

۱) ۴۵° ۲) ۱۳۵° ۳) ۶۰° ۴) هیچکدام

۲۰۷ـ کدامیک از گزاره های زیر نادرست است ؟

۱) محور اصلی دو دایره به مرکز دایرهٔ کوچک نزدیکتر است .

۲) محور اصلی دو دایره به محیط دایرهٔ بزرگ نزدیکتر است .

۳) محور اصلی دو دایره متساوی ، عمود منصف خط المرکزین دو دایره است .

۴) محور اصلی دو دایره به محیط دایرهٔ کوچک نزدیکتر است .

۲۰۸ـ از نقطه ای خارج دایره چند خط قائم بر دایره می توان رسم نمود ؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) بیشمار ۴) هیچکدام

۲۰۹ـ نقطه P به فاصله $\frac{R}{۲}$ از مرکز دایره $C(O\ ,\ R)$ قرار دارد مکان هندسی اوساط وترهایی از این دایره که از نقطه P به زاویه قائمه دیده شوند عبارتند از :

۱) یک خط راست عمود بر OP ۲) یک دایره به مرکز وسط OP

۳) یک خط به موازات OP ۴) یک دایره به مرکز O و شعاع $\frac{R}{۲}$

۲۱۰ـ قوت یک نقطه نسبت به دایره مفروضی به شعاع R برابر $-a^۲$ میباشد کدام درست است ؟ $(a\neq ۰)$

۱) نقطه خارج دایره است . ۲) نقطه روی دایره است .

۳) نقطه داخل دایره است . ۴) نقطه منطبق بر مرکز دایره است .

۲۱۱ـ دایره ای به مرکز O و شعاع ۴ بر دایره ای به مرکز O' عمود است قوت نقطه O نسبت به دایرهٔ C' به مرکز O' چقدر است ؟

۱) ۱۰ ۲) ۱۶ ۳) ۲۴ ۴) ۳۶

۲۱۲ـ دو دایره $C: x^2+y^2-2x-5=0$ و $C': x^2+y^2-y-2=0$ و خط Δ به معادله $x=-1$ مفروض است . مختصات مرکز دایره ای که بر C و C' عمود بوده و مرکزش روی Δ باشد کدام است ؟

۱) $(-1\ ,\ 1)$ ۲) $(-1\ ,\ -1)$

۳) $(-1\ ,\ 2)$ ۴) چنین دایره‌ای وجود ندارد .

۲۱۳ـ محور اصلی دو دایره $x^2+y^2=1$ و $(x-1)^2+y^2=1$ کدام خط است ؟

۱) $x=\frac{1}{2}$ ۲) $y=\frac{-\sqrt{3}}{2}$ ۳) $x=\frac{-1}{2}$ ۴) $y=\frac{\sqrt{3}}{2}$

۲۱۴ـ معادله دایره ای که مرکزآن $(\frac{1}{2}\ ,\ \frac{1}{2})$ و شعاع آن ۱ باشد کدام است ؟

۱) $x^2+y^2-x+y=2$ ۲) $x^2+y^2+x-y=1$

۳) $x^2+y^2-x+y=\frac{1}{4}$ ۴) $2x^2+2y^2-2x-2y=1$

۲۱۵ـ معادله کره ای که مرکز آن به مختصات $(1\ ,\ 2\ ,\ 3)$ بوده و از نقطه $(2\ ,\ -1\ ,\ -2)$ می گذرد کدام است ؟

۱) $x^2+y^2+z^2+4x-2y+4z=49$ ۲) $x^2+y^2+z^2-4x+2y-4z=21$

۳) $x^2+y^2+z^2+2x+4y+6z=49$ ۴) $x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z=21$

۲۱۶ـ تعداد دایره هایی که بر سه دایره دلخواه عمودند کدام است ؟

۱) ۱ ۲) ۲

۳) ۳ ۴) بستگی به وضع دایره ها دارد .

۲۱۷ـ قوت نقطه P نسبت به دایره ای R^2 است اگر قاطع PAB را طوری رسم کنیم که دایره را در A و B قطع کند و $PA=AB$ باشد اندازه AB کدام است ؟

۱) $R\sqrt{2}$ ۲) R ۳) $\frac{R\sqrt{2}}{2}$ ۴) $\frac{R\sqrt{3}}{2}$

۲۱۸ـ برای اینکه بتوان از نقطه $M(a\ ,\ b)$ دو مماس بر دایره $x^۲+y^۲=۱۶$ رسم کرد لازم است که :

۱) $a^۲+b^۲=۴$ ۲) $a^۲+b^۲<۴$ ۳) $a^۲+b^۲>۱۶$ ۴) $a^۲+b^۲\leq ۱۶$

۲۱۹ـ مکان هندسی نقاطی که از آنها بتوان دو مماس عمود بر هم بر دایره $x^۲+y^۲=۹$ رسم کرد کدام است ؟

۱) $x^۲+y^۲=۳۶$ ۲) $x^۲+y^۲=۸۱$ ۳) $x^۲+y^۲=۱۸$ ۴) $x^۲+y^۲=۱۶$

۲۲۰ـ از نقطه تلاقی دو دایره قاطع BC را در دو دایره رسم می کنیم مجموع قوت وسط BC نسبت به دو دایره برابر است با :

۱) $BC^۲$ ۲) $\frac{BC^۲}{۲}$ ۳) صفر ۴) $-\frac{BC^۲}{۲}$

۲۲۱ـ از نقطه $A(۱\ ,\ -۲)$ چند مماس بر دایره $x^۲+y^۲-۴x-۶y-۱=۰$ میتوان رسم کرد ؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) هیچ ۴) بیشمار

۲۲۲ـ دو دایره $x^۲+y^۲-۲x-۴y-۱=۰$ و $x^۲+y^۲+۲x+۴y-۱=۰$ نسبت به کدام نقطه قرینه هستند ؟

۱) $(۱\ ,\ ۲)$ ۲) $(۰\ ,\ ۰)$ ۳) $(-۱\ ,\ -۲)$ ۴) $(۱\ ,\ -۲)$

۲۲۳ـ کدام یک از خطهای زیر محور تقارن دایره $(x-۱)^۲+(y-۲)^۲=۴$ است ؟

۱) $x+y=۱$ ۲) $x+y=۳$ ۳) $x-y=۱$ ۴) $x-y=-۳$

۲۲۴ـ وضع نقطه $M(۲\ ,\ -۱)$ نسبت به دایره $x^۲+y^۲-۲x+۴y+۱=۰$ کدام است ؟

۱) M روی دایره است . ۲) M خارج دایره است .

۳) M داخل دایره است . ۴) M در مرکز دایره است .

۲۲۵ـ طول مماسی که از نقطه $A(۲\ ,\ ۲)$ بر دایره $x^۲+y^۲-۴x+۴=۰$ رسم می شود کدام است ؟

۱) $2\sqrt{2}$ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) $\sqrt{3}$

۲۲۶ـ دو دایره $x^2+y^2-4x-3=0$ و $x^2+y^2+6x-3=0$ نسبت بهم چه وضعی دارند ؟

۱)متخارج هستند . ۲)مماس هستند .

۳)متداخل هستند . ۴)متقاطع هستند .

۲۲۷ـ دو دایره $x^2+y^2-6x+5=0$ و $x^2+y^2-8x+5=0$ نسبت بهم چه وضعی دارند ؟

۱)متخارج هستند . ۲)متداخل هستند .

۳)مماس داخل هستند . ۴)مماس خارج هستند .

۲۲۸ـ دو دایره $x^2+y^2-4y=0$ و $x^2+y^2+2y=0$ نسبت بهم چه وضعی دارند ؟

۱)متخارج هستند . ۲)متداخل هستند .

۳)مماس خارج هستند . ۴)مماس داخل هستند .

۲۲۹ـ دایره ای به شعاع واحد که مرکزش روی خط $x-y=0$ و بر دایرهٔ $x^2+y^2=7$ عمود می باشد کدام است ؟

۱) $(x-\frac{1}{2})^2+(y-\frac{1}{2})=1$ ۲) $x^2+(y-1)^2=1$

۳) $(x\pm 2)^2+(y\pm 2)^2=1$ ۴)گزینه های ۱ و ۳ درست است .

۲۳۰ـ مکان هندسی نقطه هایی که قوت آنها نسبت به دایره ثابت $C(O\ ,\ R)$ مقدار ثابت R^2 باشد چیست ؟

۱)یک خط راست

۲)یک دایره به مرکز O که در داخل دایره C قرار دارد .

۳)یک دایره به مرکز O که دایره C درون آن قرار دارد .

۴)یک دایره مماس خارج بادایره C

۲۳۱ـ زاویه بین دو دایره $x^2+y^2-2x-2y=0$ و $x^2+y^2=4$ کدام است ؟

۱) $\frac{\pi}{4}$ ۲) $\frac{3\pi}{4}$

۳) $\frac{\pi}{3}$ ۴) همدیگر را قطع نمی کنند .

۲۳۲ـ دایره ای به معادله $x^2+y^2=16$ مفروض است مکان هندسی وسطهای وتر های به طول ۲ کدام است ؟

۱) دایره ای به معادله $x^2+y^2=9$ ۲) خطی به معادله $x=2$

۳) دایره ای به معادله $x^2+y^2=15$ ۴) دایره ای به معادلهٔ $x^2+y^2=4$

۲۳۳ـ اگر محور اصلی یک دسته دایره خط $2x-3y-5=0$ باشد معادله محور اصلی دسته دایره های مزدوج این دسته دوایر کدامیک از خطهای زیر می تواند باشد ؟

۱) $2x-3y=1$ ۲) $3x+2y=7$ ۳) $2x+3y=4$ ۴) $3x-2y=1$

۲۳۴ـ از نقطه M دو مماس بر دایره ای به شعاع R رسم شده . اگر زاویه بین دو مماس 60° باشد طول مماس کدام است ؟

۱) R ۲) $\frac{R\sqrt{3}}{3}$ ۳) $2R$ ۴) $R\sqrt{3}$

۲۳۵ـ مکان هندسی نقاطی از فضا که نسبت فواصلشان از دو نقطه ثابت A و B عدد $K \neq 1$ باشد ....

۱) یک صفحه است . ۲) یک خط است .

۳) یک دایره است . ۴) یک کره است .

۲۳۶ـ دو دایره به معادله های $x^2+y^2-8x-20=0$ و $x^2+y^2-9=0$ مفروضند معادله مکان نقاطی از صفحه این دو دایره که مجموع قوتهای آنها نسبت به دو دایره ۵- باشد کدام است ؟

۱) دایره‌ای به معادله $x^2+y^2-4x-17=0$

۲) خطی به معادله $8x+11=0$

۳)خطی به معادله $8x+16=0$

۴)دایره‌ای به معادله $x^2+y^2-4x-12=0$

۲۳۷ـ پایهٔ دسته دایره $x^2+y^2+(2m-1)x+my+m-2=0$ کدام است ؟

۱) $x-2y-1=0$ ۲) $2x-4y-1=0$ ۳) $2y-4x-1=0$ ۴) $x-2y=0$

۲۳۸ـ مکان هندسی وسطهای وترهایی از دایره که همگی در نقطه M به فاصله $2R$ از مرکز دایره $C(O\ ,\ R)$ متقاربند چیست ؟

۱)دایره مماس داخل با دایره مفروض و به شعاع R

۲)دایره متقاطع با دایره مفروض و به شعاع R

۳)دایره متقاطع با دایره مفروض و به مرکز وسط OM و به شعاع R

۴)قسمتی از دایره به مرکز M و به شعاع $2R$

۲۳۹ـ مکان هندسی مرکز دایره ای که محیط آن بوسیله دو دایره متقاطع و ثابت C و C' نصف می شود کدام است ؟

۱)محور اصلی C و C' است .

۲)یک دایره است .

۳)وتر مشترک دو دایره C و C' است .

۴)خطی موازی محور اصلی C و C' است .

۲۴۰ـ دو دایره C و C' مفروضند محور اصلی دسته دایره $\alpha C+\beta C'=0$ $(\alpha+\beta\neq 0)$ بازاء مقادیر مختلف α و β کدام است ؟

۱) $C+C'=0$ ۲) $C-C'=0$

۳) $C+C'=\alpha+\beta$ ۴) $C-C'=\alpha+\beta$

۲۴۱ـ شعاع دایره ای که بر سه دایره $C:x^2+y^2=1$ و $C':x^2+y^2-2x-3=0$ و $C'':x^2+y^2-2y-7=0$ عمود باشد کدام است ؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۷ ۴) ۶

۲۴۲ـ معادله دایره ای که بر سه دایره $(x+1)^2+y^2=1$ و $x^2+y^2-4=0$ و $(x+1)^2+(y-1)^2=9$ عمود باشد کدام است ؟

۱) $x^2+y^2+4x+7y+4=0$ ۲) $x^2+y^2-2x-7y+1=0$

۳) $x^2+y^2+6y+3=0$ ۴) $x^2+y^2+4x+8=0$

۲۴۳ـ چند نقطه وجود دارد که قوتشان نسبت به سه دایره $x^2+y^2=1$ و $x^2+y^2-2x-2y-7=0$ و $x^2+y^2+2x-2y-2=0$ برابر باشد ؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) هیچ ۴) بیشمار

۲۴۴ـ چند نقطه وجود دارد که قوتشان نسبت به سه دایره $x^2+y^2-4x-2y+1=0$ و $x^2+y^2-3x-y-1=0$ و $x^2+y^2-2x-3=0$ برابر باشد ؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) هیچ ۴) بیشمار

۲۴۵ـ چند نقطه وجود دارد که قوتشان نسبت به سه دایره $x^2+y^2-2x-2y+1=0$ و $x^2+y^2-4x-4y+4=0$ و $x^2+y^2+2x+2y=6$ برابر باشد ؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) هیچ ۴) بیشمار

۲۴۶ـ چند دایره می توان رسم کرد که از نقطه مفروض A بگذرد و بر دایره ثابت C عمود باشد ؟

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۱ ۴) بی شمار

۲۴۷ـ دایره هائی که از نقطه $A(8\ ,\ 0)$ بگذرند و بر دایره $x^2+y^2=16$ عمود باشند از نقطه ثابت دیگری می گذرند آن نقطه کدام است ؟

۱) $A'(-2\ ,\ 0)$ ۲) $A'(2\ ,\ 0)$ ۳) $A'(0\ ,\ -2)$ ۴) $A'(0\ ,\ 2)$

۲۴۸ـ مکان هندسی مرکزهای دایره هائی که از نقطه ثابت A بگذرند و بر دایره مفروض C عمود باشند کدام است ؟

۱)دایره ایست هم مرکز با C

۲)دایره ایست متخارج با C

۳)خطی است عمود بر خطی که A را به مرکز C وصل کند .

۴)مکان ندارد .

۲۴۹ـ دایره $C(O\ ,\ R)$ و نقطه P بر صفحهٔ دایره و در برون آن مفروضند در صورتی که فاصله دورترین نقطه دایره به نقطه P برابر ۱۶ و اندازهٔ مماسی که از P بر دایره رسم می شود ۱۲ باشد قطر دایره کدام است ؟(کنکور ۶۸)

۱)۵ ۲)۶ ۳)۷ ۴)۸

۲۵۰ـ اگر معادله عمومی یک دسته دایره بصورت $x^2+y^2-ax=4$ باشد معادله مزدوج این دسته دایره کدام است ؟

۱) $x^2+y^2+my+4=0$ ۲) $x^2+y^2+mx+4=0$

۳) $x^2+y^2-my-4=0$ ۴) $x^2+y^2+my-4=0$

۲۵۱ـ زاویه بین خط $3x-4y+7=0$ و دایره $x^2+y^2-2x-15=0$ کدام است ؟

۱) 30° ۲) 45°

۳) 60° ۴)خط دایره را قطع نمی کند .

۲۵۲ـ اندازه مماسی که از نقطه $M(1\ ,\ 2)$ بر دایره $x^2+y^2-x+3y-1=0$ رسم می شود کدام است ؟

۱)۱ ۲)۲ ۳)۳ ۴)۴

۲۵۳ـ پایهٔ دسته دایرهٔ $x^2+y^2+(2m-1)x-1=0$ کدام است ؟

۱) $x-2y=0$ ۲) $2x-4y-1=0$ ۳) $2y-4x-1=0$ ۴) $y=0$

۲۵۴ـ مکان هندسی وسطهای وترهائی از دایره $C(O\ ,\ R)$ که در یک نقطه A روی دایره متقارنند :

۱)یک خط راست است که از مرکز دایره می گذرد .

۲)دایره متداخل با دایره مفروض است .

۳)دایره مماس داخل با دایره مفروض و به شعاع $\frac{R}{۲}$ است .

۴)دایره مماس داخل با دایره مفروض و به شعاع $\frac{R^۲}{۲}$ است .

۲۵۵ـ از نقطه $M(۱\ ,\ ۳)$ جند مماس بر دایره $x^۲+y^۲+۲x-y-۱=۰$ می توان رسم کرد ؟

۱)دو ۲)هیچ ۳)یک ۴)بیشمار

۲۵۶ـ شعاع انحناء منحنی حاصل از نقطه به مختصات $\begin{cases} x=\sqrt{۲}\ Cos\,t \\ y=\sqrt{۲}\ Sin\,t \end{cases}$ M وقتی t تغییر می کند کدام است ؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) ۲ ۳) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ ۴) $\sqrt{۲}$

۲۵۷ـ دایره O به شعاع R و خط D در خارج آن به فاصله $۲R$ از مرکز این دایره مفروض است ، در این صفحه چند دایره به شعاع R می توان رسم کرد که بر خط D مماس و بر دایره O عمود باشند ؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۴ ۴)هیچ

۲۵۸ـ معادله دایره ای که دو نقطه $A(۳\ ,\ -۵)$ و $B(۱\ ,\ ۲)$ دو سر یک قطر آن باشند کدام است ؟

۱) $x^۲+y^۲-۴x-۳y+۷=۰$ ۲) $x^۲+y^۲-۴x-۳y-۷=۰$

۳) $x^۲+y^۲-۴x+۳y-۷=۰$ ۴) $x^۲+y^۲+۴x+۳y+۷=۰$

۲۵۹ـ مرکز دایره‌ای به شعاع ۲ که بر دو دایرهٔ $x^۲+y^۲-y=۰$ و $x^۲+y^۲=۱$ عمود می باشد کدام است ؟

۱) $(۱\ ,\ ۱)$ ۲) $(-۱\ ,\ ۰)$ ۳) $(\sqrt{۲}\ ,\ ۲)$ ۴) $(۲\ ,\ ۱)$

۲۶۰ـ دو دایره به شعاعهای ۹ و ۱ مماس خارج هستند طول مماس مشترک آنها برابر است با :

۱) ۶ ۲) ۹ ۳) ۱۲ ۴) ۳

۲۶۱ـ بازاء چه مقدار λ دو دایره به معادله های $x^2+y^2+2x-2y-2=0$ و $x^2+y^2+(\lambda^2-1)x-2\lambda y+(\lambda+1)^2=0$ بر هم عمودند ؟

۱) $\lambda=4$ ۲) $\lambda=1$ ۳) $\lambda=2$ ۴) $\forall\lambda\in R$

۲۶۲ـ معادله عمومی یک دسته دایره به صورت $x^2+y^2+mx-my+m-1=0$ می باشد محور اصلی این دسته دایره کدام است ؟

۱) $y=-x$ ۲) $y=-x+1$ ۳) $y=x+1$ ۴) $y=-x-1$

۲۶۳ـ نقطه M به فاصله $3R$ از مرکز دایره $C(O\ ,\ R)$ قرار دارد طول مماسی که از این نقطه بر دایره رسم میشود برابر است با :

۱) $8R^2$ ۲) $2\sqrt{2}R^2$ ۳) $2R\sqrt{2}$ ۴) $R\sqrt{2}$

۲۶۴ـ دو دایره $C(O\ ,\ R)$ و $C'(O'\ ,\ \frac{R}{2})$ در نقطه A مماس درونی هستند ، و تر BC از دایره C در نقطه M بر دایرهٔ O' مماس است در این صورت $MB\ .\ MC$ برابراست با :

۱) OM^2 ۲) $O'M^2$ ۳) AM^2 ۴) $\frac{AM^2}{2}$

۲۶۵ـ طول مماسی که از نقطه $A(1\ ,\ -2)$ بر دایره $x^2+y^2+x-3y-3=0$ رسم می شود کدام است ؟

۱) ۹ ۲) ۳ ۳) ۶ ۴) $\sqrt{5}$

۲۶۶ـ شعاع دایره به معادلات $\begin{cases} x=a\ Sin\,t+b\ Cos\,t+k \\ y=b\ Sin\,t-a\ Cos\,t-k \end{cases}$ کدام است ؟

۱) a^2 ۲) ab ۳) a^2+b^2 ۴) $\sqrt{a^2+b^2}$

۲۶۷ـ معادله دایره ای که مرکزش روی خط $3x-y=4$ بوده و در ربع اول بر هر دو محور مختصات مماس باشد کدام است ؟

۱) $x^2+y^2-4x-4y+4=0$ ۲) $x^2+y^2+4x+4y+4=0$

۳) $x^2+y^2-2x-2y=1$ ۴) $x^2+y^2-4x-4y-4=0$

۲۶۸ـ طول وتر می نیممی که از نقطه $M(0\ ,\ -1)$ بر دایره به معادله $x^2+y^2-4x+2y-11=0$ می توان رسم کرد کدام است ؟

۱) $2\sqrt{3}$ ۲) $4\sqrt{3}$ ۳) ۴ ۴) ۲

۲۶۹ـ اگر دو دایرهٔ $x^2+y^2-1=0$ و $x^2+y^2+ax-a=0$ بر هم عمود باشند مقدار a کدام است ؟

۱) ۱ ۲) ۱-

۳) ۲ ۴) دو دایره نمی توانند بر هم عمود باشند .

۲۷۰ـ مکان هندسی وسطهای وترهائی بطول $2a$ از دایره $C(O\ ,\ R)$ کدام است ؟

۱) یک خط راست است .

۲) یک دایره هم مرکز با دایره C و به شعاع a^2

۳) یک دایره هم مرکز با دایره C و به شعاع $\sqrt{R^2-\frac{a^2}{4}}$

۴) یک دایره هم مرکز با دایره C به شعاع $\sqrt{R^2-a^2}$

۲۷۱ـ از نقطه $M(1\ ,\ 2)$ مماسهایی بر دایره $x^2+y^2+2x+y=0$ رسم کرده ایم اندازه این مماسها برابر کدام است ؟

۱) ۳ ۲) ۹ ۳) ۴ ۴) ۲

۲۷۲ـ چند دایره به شعاع معلوم R' وجود دارد که از نقطه ثابت A گذشته و بر دایره مفروض $C(O\ ,\ R)$ عمود باشد ؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) حداکثر ۲ ۴) بیشمار

۲۷۳ـ دایره $C: x^2+y^2=9$ و خط Δ به معادله $y+x=4\sqrt{2}$ مفروض است چند دایره به شعاع ۵ وجود دارد که محیط دایره C را نصف و مرکز آن روی خط Δ باشد ؟

۱) ۱ ۲)حداکثر ۱ ۳) ۲ ۴)بیشمار

۲۷۴ـ دورترین فاصله نقطه M از دایره $C(O\ ,\ R)$ کدام است ؟

۱) $R-OM$ ۲) $|OM-R|$ ۳) $\frac{OM+R}{۲}$ ۴) $OM+R$

۲۷۵ـ مکان هندسی مرکز دایره هایی که از نقطه مفروض A بگذرند و شعاع همه آنها مساوی R باشد عبارت است از :

۱)بیضی ۲)دایره به مرکز A و شعاع $\frac{R}{۲}$

۳)دایره به شعاع R و مرکز A ۴)سهمی

۲۷۶ـ طول وتر می نیممی که از نقطه $M(۱\ ,\ ۱)$ در دایره $x^۲+y^۲-۴x-۴y+۲=۰$ رسم می شود کدام است ؟

۱) ۴ ۲) ۱۶ ۳) ۸ ۴) ۲

۲۷۷ـ اگر دایره $x^۲+y^۲-۲x=۰$ یک عضو و $y-x=۰$ محور اصلی یک دسته دایره باشند معادله دایره ای از این دسته که از نقطه $M(۰\ ,\ -۱)$ می گذرد کدام است ؟

۱) $x^۲+y^۲-۳x+y=۰$ ۲) $x^۲+y^۲-۲x+y=۰$

۳) $x^۲+y^۲-x+y=۰$ ۴) $x^۲+y^۲-۳x-y=۰$

۲۷۸ـ معادله صفحه ای که در نقطه $A(۳\ ,\ ۱\ ,\ -۱)$ بر کره‌ای به معادله $(x-۲)^۲+(y+۱)^۲+(z-۱)^۲=۹$ مماس باشد کدام است ؟

۱) $x+۲y-۲z-۷=۰$ ۲) $x-۲y+۲z+۷=۰$

۳) $x+۲y+۲z-۳=۰$ ۴) $۳x+y-z-۹=۰$

۲۷۹ـ معادله دایره ای به شعاع ۲ که بر محور x ها مماس و مرکز آن روی خط $۳x+y=۵$ باشد کدام است ؟

۱) $x^۲+y^۲-۲x-۴y+۱=۰$ ۲) $x^۲+y^۲-۲x-۴y-۱=۰$

۳) $x^۲+y^۲-۴x-۲y+۱=۰$ ۴) $x^۲+y^۲-۲x-۴y+۹=۰$

۲۸۰ـ مکان هندسی نقاطی از صفحه که نسبت به دایرهٔ $x^2+y^2=1$ دارای مقدار ثابت $-\frac{1}{2}$ است :

۱)دایره‌ای به مرکز مبداء و شعاع بزرگتر از یک .

۲)دایره‌ای به مرکز مبداء و شعاع کمتر از یک .

۳)دایره ای نامعلوم ولی با شعاع معلوم .

۴)دایره ای به مرکز مبداء و شعاع یک .

۲۸۱ـ مزدوج دسته دایرهٔ $x^2+y^2+mx-(m-1)y-1=0$ کدام است ؟

۱) $x^2+y^2+(n-1)x-ny-1=0$ ۲) $x^2+y^2+nx+ny+\frac{n}{2}+1=0$

۳) $x^2+y^2+nx+(n-1)y+n=0$ ۴) $x^2+y^2-nx-ny+\frac{n}{2}+1=0$

۲۸۲ـ نقطه ثابت O در صفحه مفروض است ، مکان هندسی نقطه M از این صفحه که در نامساوی $MO<2$ صدق می کند کدام است ؟

۱)یک خط است . ۲)یک دایره به شعاع $R<2$ است .

۳)درون دایره ای به شعاع ۲ است . ۴)هیچکدام

۲۸۳ـ فاصله مرکز دایره‌ای به شعاع $2\sqrt{3}$ از خطی که با زاویه 30° این دایره را قطع می کند کدام است ؟

۱) $\sqrt{3}$ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) $2\sqrt{3}$

۲۸۴ـ سه نقطه متمایز روی کره ای مفروض هستند ، مکان هندسی نقاطی از کره که از این سه نقطه متساوی الفاصله باشند کدام است ؟

۱)یک نقطه ۲)دو نقطه

۳)یک دایره عظیمه ۴)یک عرقچین کروی

۲۸۵ـ مماس مشترک داخلی کدام دو دایره بر خط المرکزین آنها عمود نیست ؟

۱)مماس خارج ۲)متقاطع ۳)متخارج ۴)مماس داخل

فصل چهارم : ۱۰۱ تست از مقاطع مخروطی

۲۸۶ـ در بیضی به معادله $۲۵x^۲+۹y^۲=۱$ فاصله کانونی چقدر است ؟

۱) ۸ ۲) ۶ ۳) ۱۰ ۴) $\frac{۸}{۱۵}$

۲۸۷ـ اگر $x=۲$ معادله خط هادی و $F(۴\ ,\ ۲)$ کانون سهمی باشد اندازه پارامتر سهمی کدام است ؟

۱) ۴ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۱

۲۸۸ـ مرکز هذلولی به معادله $۴x^۲-۹y^۲-۱۶x-۲۷y-۳=۰$ کدام است ؟

۱) $(۴\ ,\ ۲)$ ۲) $(۴\ ,\ ۳)$ ۳) $(۲\ ,\ \frac{-۳}{۲})$ ۴) $(-۲\ ,\ \frac{۳}{۲})$

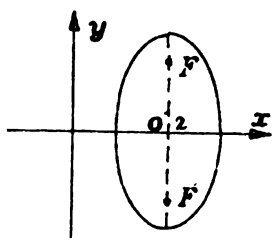
۲۸۹ـ قوت مرکز هر عضو از دسته دایره به معادلهٔ $x^۲+y^۲-۲mx-۱=۰$ نسبت به هر عضو از دسته دایرهٔ مزدوجش برابر است با :

۱) $m^۲$ ۲) $m^۲+۱$ ۳) $m^۲-۱$ ۴) $۲m^۲+۱$

۲۹۰ـ خروج ازمرکزبیضی به معادلهٔ $x^۲+۴y^۲+۴x-۸y-۱=۰$ کدام مقداراست ؟

۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۳}{۴}$ ۳) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۴) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$

۲۹۱ـ معادلهٔ بیضی شکل مقابل کدام است ؟



۱) $۴(y-۲)^۲+(x-۱)^۲=۹$

۲) $(y-۲)^۲+۹(x-۱)^۲=۹$

۳) $(x-۲)^۲+۹y^۲=۹$

۴) $۹(x-۲)^۲+y^۲=۹$

۲۹۲ـ مکان هندسی نقاطی از صفحه که ار هر یک از آنها دو مماس عمود بر هم بر هذلولی $x^2-(y-1)^2=1$ می توان رسم کرد کدام است ؟

۱)دو نقطه إست . ۲)دو خط است . ۳)یک نقطه است . ۴)یک خط است .

۲۹۳ـ اگر نسبت دو قطر بیضی $\frac{3}{5}$ باشد خروج از مرکز آن برابر است با :

۱) $\frac{3}{5}$ ۲) $\frac{3}{4}$ ۳) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ ۴) $\frac{4}{5}$

۲۹۴ـ بیضی به اقطار ۸ و ۶ مفروض است فاصله نقطه M از مرکز این بیضی در صورتیکه پاره خط واصل بین M و مرکز بیضی با محور کانونی زاویه 45° بسازد چقدر است ؟

۱) $\frac{6}{5}$ ۲) $\frac{12\sqrt{2}}{5}$ ۳) $\frac{5}{6}$ ۴) $\frac{5\sqrt{2}}{6}$

۲۹۵ـ در کدام نقطه دو سهمی $y=x^2$ و $y^2=x$ بر هم عمودند ؟

۱) $(0,0)$ ۲) $(0,1)$ ۳) $(1,0)$ ۴) $(1,1)$

۲۹۶ـ حاصلضرب فاصله های دو کانون هذلولی از خط مماس برآن کدام‌است ؟

۱) a^2 ۲) b^2

۳) c^2 ۴) $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$

۲۹۷ـ اگر در یک بیضی خروج از مرکز ۰/۶ باشد ، نسبت دو قطر بیضی کدام است ؟

۱) ۰/۴ ۲) ۰/۶ ۳) ۰/۸ ۴) ۰/۳

۲۹۸ـ حاصلضرب فواصل دو کانون بیضی به معادله $x^2+2y^2=1$ از هر خط مماس بر آن کدام است ؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) $\frac{1}{4}$

۲۹۹ـ چند دایره می توان رسم کرد به قسمی که هر یک از آنها بر دو دایرهٔ هم مرکز مفروض عمود باشند ؟

۱)فقط یک دایره ۲)حداکثر دو دایره

۳)بیشمار دایره ۴)دایره‌ای وجود ندارد .

۳۰۰ـ اگر خروج از مرکز یک هذلولی ۳ باشد نسبت اقطار آن کدام است ؟

۱) $۲\sqrt{۲}$ ۲) $\sqrt{۲}$ ۳) ۱ ۴) ۲

۳۰۱ـ در یک بیضی فاصلهٔ هر راس غیر کانونی از هر کانون برابر ۵ است اگر خروج از مرکز این بیضی ۰/۲ باشد فاصله کانونی آن کدام است ؟

۱) ۳ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۴

۳۰۲ـ مکان هندسی نقاطی از صفحه که نسبت فواصل هر یک از آنها از یک نقطه و یک خط ثابت آن صفحه مقدار ثابت ۳ باشد کدام است ؟

۱)بیضی ۲)سهمی ۳)هذلولی ۴) دایره

۳۰۳ـ معادله یک دایره هادی بیضی به معادله $\frac{x^۲}{۲۵}+\frac{y^۲}{۱۶}=۱$ کدام است ؟

۱) $x^۲+y^۲-۶x-۹۱=۰$ ۲) $x^۲+y^۲-۶x-۱۰۹=۰$

۳) $x^۲+y^۲+۶x-۴۵=۰$ ۴) $x^۲+y^۲-۶x-۷۳=۰$

۳۰۴ـ هرگاه r اندازه شعاع حامل یک نقطه ازبیضی باشد کدام یک درست است؟

۱) $a-c<r<a+c$ ۲) $a-b \leq r \leq a+b$

۳) $a-c \leq r \leq a+c$ ۴) $c-b \leq r \leq c+b$

۳۰۵ـ فاصله هر کانون هذلولی به معادله $\frac{x^۲}{a^۲}-\frac{y^۲}{b^۲}=۱$ از خط مجانب برابر است با:

۱) b ۲) $b^۲$ ۳) a ۴) c

۳۰۶ـ زاویه بین دو دایره هادی در هذلولی متساوی الساقین برابر است با :

۱) $\frac{\pi}{۶}$ ۲) $\frac{\pi}{۴}$ ۳) $\frac{\pi}{۳}$ ۴) $\frac{\pi}{۲}$

۳۰۷ـ تصویر یک دایره روی صفحه ای که با آن زاویه α ساخته است یک بیضی است $Sin\alpha$ برابر است با : (e خروج از مرکز است .)

۱) e ۲) $\frac{e}{۲}$ ۳) $\frac{e\sqrt{۲}}{۲}$ ۴) $eCos\alpha$

۳۰۸ـ دو خط ثابت همواره بر یک بیضی که یک کانون آن ثابت است مماس می باشد مکان هندسی کانون دیگر بیضی کدام است ؟

۱)یک دایره است . ۲)یک بیضی است .

۳)یک خط راست است . ۴)یک سهمی است .

۳۰۹ـ در یک بیضی فاصله های یک کانون از دو رأس کانونی ۱ و ۵ است اندازهٔ قطر بزرگ بیضی کدام است ؟

۱) ۶ ۲) ۴ ۳) ۳ ۴) ۷

۳۱۰ـ مکان هندسی مراکز دوایری از یک صفحه که بر یک خط ثابت و یک دایرهٔ ثابت از آن صفحه مماسند کدام است ؟

۱)سهمی است . ۲)بیضی است . ۳)خط است . ۴)هذلولی است .

۳۱۱ـ در بیضی چند نقطه وجود دارد که شعاعهای حامل آن بر هم عمودند ؟

۱) ۴ ۲)صفر ۳) ۲ ۴)گزینهٔ ۱ یا ۲ یا ۳

۳۱۲ـ از نقطه $P(a , b)$ دو مماس بر هذلولی $\frac{x^۲}{a^۲}-\frac{y^۲}{b^۲}=۱$ رسم می کنیم ، معادله وتری که دو نقطه تماس را به هم وصل می کند کدام است ؟

۱) $bx-ay=ab$ ۲) $bx+ay=ab$ ۳) $ax+by=ab$ ۴) $ax-by=ab$

۳۱۳ـ خروج از مرکز هذلولی متساوی القطرین برابر است با :

۱) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۲) $\sqrt{۲}$ ۳) $۲\sqrt{۲}$ ۴) ۲

۳۱۴ـ خروج از مرکز هذلولی که مجانبهای آن $y=-۲x+۱$ و $y=۲x-۳$ می باشند کدام است ؟

۱) ۲ ۲) $\frac{\sqrt{۵}}{۲}$ ۳) $\sqrt{۵}$ ۴)گزینه ۲ یا ۳

۳۱۵ـ در هذلولی $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ از یک کانون خطی عمود بر محور کانونی رسم می کنیم تا هذلولی را در دو نقطه M و N قطع کند ، طول پاره خط MN برابر است با :

۱) $\frac{b^2}{a}$ ۲) $\frac{a^2}{b}$ ۳) $\frac{2c^2}{a}$ ۴) $\frac{2b^2}{a}$

۳۱۶ـ رابطه $x^2+2x=y^2$ معادله چیست ؟

۱)دایره است . ۲)هذلولی

۳)نقطه است . ۴)دو خط راست است .

۳۱۷ـ رابطه $x^2+y^2=x+y-\frac{1}{2}$ معادله چیست ؟

۱)دایره به شعاع ۱ است . ۲)نقطه است .

۳)بیضی است . ۴)دو خط راست است .

۳۱۸ـ اندازه زاویه بین مجانبهای هذلولی چقدر است ؟ (زاویه ای که شاخه هذلولی داخل آن است e خروج از مرکز میباشد .)

۱) $ArcCos\frac{1}{e}$ ۲) $2ArcCos\frac{1}{e}$ ۳) $2ArcCose$ ۴) $Arctg\frac{1}{e}$

۳۱۹ـ معادله سهمی که خط $x=1$ معادله خط هادی و $F(-1\ ,\ 1)$ کانون آن باشد کدام است ؟

۱) $y^2=4x$ ۲) $(y-1)^2=4x$ ۳) $y^2=-4x$ ۴) $(y-1)^2=-4x$

۳۲۰ـ مکان هندسی قرینه های کانون سهمی نسبت به خطوط مماس بر آن چیست ؟

۱)خطی موازی خط هادی ۲)مماس بر راس سهمی

۳)خط هادی سهمی ۴)یک دایره

۳۲۱ـ در سهمی به پارامتر p طول وتری که در کانون آن بر محور سهمی عمود می شود برابر است با :

۱) $|p|$ ۲) $|2p|$ ۳) p^2 ۴) $\frac{|p|}{2}$

۳۲۲ـ معادله پارامتری بیضی که مختصات مرکز آن (۲ , ۳) و طول اقطار آن ۱۰ و ۶ و قطر بزرگ آن موازی محور oy باشد ، کدام است ؟

۱) $x=۳+۳Cos\alpha$ و $y=۲+۵Sin\alpha$

۲) $x=۲+۵Cos\alpha$ و $y=۳+۳Sin\alpha$

۳) $x=۳+۵Cos\alpha$ و $y=۲+۳Sin\alpha$

۴) $x=۲+۳Cos\alpha$ و $y=۳+۵Sin\alpha$

۳۲۳ـ فاصله هر نقطه واقع در برون یک سهمی از خط هادی :

۱)بیشتر از فاصله اش از کانون سهمی است .

۲)کمتر از فاصله اش از راس سهمی است .

۳)کمتر از فاصله اش از کانون سهمی است .

۴)مساوی فاصله اش از کانون سهمی است .

۳۲۴ـ در هذلولی $۹x^۲-۳y^۲=۱$ زاویه بین مجانبها برابر است با :

۱) $\frac{\pi}{۶}$ ۲) $\frac{\pi}{۳}$ ۳) $\frac{\pi}{۴}$ ۴) $\frac{\pi}{۲}$

۳۲۵ـ فاصله دو رأس یک هذلولی $۲\sqrt{۵}$ و یکی از مجانبها $y=۲x$ است خروج از مرکز کدام است ؟ (محور کانونی در امتداد محور x ها است)

۱) $\sqrt{۵}$ ۲) $\frac{\sqrt{۵}}{۲}$ ۳) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ ۴) $\frac{\sqrt{۳}}{۴}$

۳۲۶ـ مکان هندسی کانونهای سهمی هایی که خط هادی آنها خط مفروض Δ بوده و بر خط مفروض d مماسند کدام است ؟

۱)یک بیضی است . ۲)یک دایره است .

۳)یک سهمی است . ۴)هیچکدام

۳۲۷ـ مکان هندسی تصاویرکانونهای بیضی برخطهای مماس برآن کدام است ؟

۱)یک بیضی است . ۲)یک خط است .

۳)یک سهمی است . ۴)یک دایره است .

۳۲۸ـ مکان هندسی قرینه های یک کانون بیضی نسبت به همهٔ خطهای مماس بر آن کدام است ؟

۱)خط است .　　۲)دایره است .

۳)بیضی است .　　۴)سهمی است .

۳۲۹ـ در بیضی دو دایره هادی نسبت به هم چه وضعی دارند ؟

۱)متقاطعند　　۲)متخارجند　　۳)متداخلند　　۴)مماسند

۳۳۰ـ نسبت عرض هر نقطه از بیضی $۴x^۲+۲۵y^۲=۱۰۰$ به عرض نقطه هم طولش از دایره $x^۲+y^۲=۲۵$ برابر است با :

۱) $\frac{۵}{۲}$　　۲) $\frac{۲}{۵}$　　۳) $\frac{۹}{۲۵}$　　۴) $\frac{۲۵}{۹}$

۳۳۱ـ اگر l طول قطر دلخواهی از بیضی $۹x^۲+۴y^۲=۳۶$ باشد داریم :

۱) $۴<l<۹$　　۲) $۴\leq l\leq ۶$　　۳) $۲<l<۳$　　۴) $۲\leq l\leq ۳$

۳۳۲ـ از نقطه $A(m\ ,\ ۴)$ دو مماس عمود بر هم بر بیضی $۹x^۲+۱۶y^۲=۱۴۴$ رسم کرده ایم m کدام است ؟

۱) $m=۹$　　۲) $m=۳$　　۳) $m=-۳$　　۴) $m=\pm ۳$

۳۳۳ـ محور کانونی $xy=۱$ کدام است ؟

۱) $x=۰$　　۲) $y=۰$　　۳) $y=x$　　۴) $y=-x$

۳۳۴ـ دایره هادی کانون F از هذلولی $۹x^۲-۱۶y^۲=۱۴۴$ کدام است ؟

۱) $(x+۵)^۲+y^۲=۸$　　۲) $(x-۵)^۲+y^۲=۶۴$

۳) $x^۲+(y+۵)^۲=۱۶$　　۴) $x^۲+(y-۵)^۲=۶۴$

۳۳۵ـ مکان هندسی نقاطی که از آنها دو مماس عمود بر هم بر هذلولی $\frac{(x+۱)^۲}{۴}-y^۲=۱$ رسم می شود کدام است ؟

۱) $(x+۱)^۲+y^۲=۳$　　۲) $(x+۱)^۲+y^۲=۵$

۳) $x^۲+(y+۱)^۲=۳$　　۴) $x^۲+(y+۱)^۲=۵$

۳۳۶ـ مکان هندسی نقاطی که از آنها دو مماس عمود بر هم بر بیضی $4x^2+9y^2=36$ رسم می شود کدام است ؟

۱) $x^2+y^2=9$ ۲) $x^2+y^2=4$ ۳) $x^2+y^2=13$ ۴) $x^2+y^2=5$

۳۳۷ـ دایره به قطر شعاع حامل دلخواه با دایره اصلی بیضی چه وضعی دارد ؟

۱)مماس خارج است . ۲)مماس داخل است .

۳)متداخل است . ۴)متقاطع است .

۳۳۸ـ فاصله هر راس بیضی تا کانون نظیر راس دیگر برابر است با :

۱) $a+b$ ۲) $a+c$ ۳) $a-b$ ۴) $a-c$

۳۳۹ـ مکان هندسی مرکز دایره ای که بر دایره ثابتی مماس و از نقطه ثابتی داخل آن دایره بگذرد کدام است ؟

۱)دایره است . ۲)بیضی است .

۳)قسمتی از یک سهمی است . ۴)یک پاره خط است .

۳۴۰ـ مکان هندسی مرکز دایره‌ای که بر دایره ثابتی مماس و از نقطه ثابتی خارج آن دایره بگذرد کدام است ؟

۱)دایره است . ۲)بیضی است .

۳)هذلولی است . ۴)سهمی است .

۳۴۱ـ هرگاه به موازات امتداد معین حداکثر یک خط مماس بر یک مقطع مخروطی رسم شود آن :

۱)دایره است . ۲)بیضی است . ۳)هذلولی است . ۴)سهمی است .

۳۴۲ـ شعاع حامل نقطه ای به عرض ۶ از سهمی به معادله $y^2=12x$ برابر است با :

۱) ۳ ۲) ۶ ۳) ۱۲ ۴) ۱۸

۳۴۳ـ در سهمی به معادله $y^2=2px$ به قطر وتر کانونی دایره ای رسم می کنیم

قوت راس سهمی نسبت به این دایره کدام است ؟

۱) $\frac{3p^2}{4}$ ۲) $\frac{-3p^2}{4}$ ۳) $\frac{-p^2}{4}$ ۴) $-p^2$

۳۴۴ـ مکان هندسی نقطه $M\begin{cases} Sin^2\alpha \\ Cos\,\alpha - 1 \end{cases}$ بر کدام مقطع مخروطی قراردارد؟

۱)بیضی ۲)دایره ۳)سهمی ۴)هذلولی

۳۴۵ـ مکان هندسی مراکز دوایری که بردو دایرهٔ متخارج و غیر مساوی مماس خارج هستند کدام است ؟

۱)قسمتی از یک بیضی است . ۲)قسمتی از یک سهمی است .

۳)قسمتی از یک هذلولی است . ۴)یک دایره است .

۳۴۶ـ نسبت فواصل هر نقطه از هذلولی $x^2-3y^2=1$ از یک کانون و خط هادی نظیر آن کدام است ؟

۱) $\sqrt{3}$ ۲) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ ۳) $\sqrt{2}$ ۴) 2

۳۴۷ـ دو نقطه $M(1\ ,\ 1)$ و $N(2\ ,\ 0)$ و بیضی $x^2+4y^2-x-3=0$ مفروضند کدام گزاره درست است ؟

۱) M و N درون بیضی هستند . ۲) M و N برون بیضی هستند .

۳) M درون و N برون بیضی است . ۴) M برون و N درون بیضی است .

۳۴۸ـ نمودار رابطهٔ $y = 1 \pm \sqrt{x-1}$ کدام است ؟

۱)بیضی است . ۲)هذلولی است . ۳)سهمی است . ۴)دایره است .

۳۴۹ـ نمودار رابطهٔ $y = 2 + \sqrt{x^2-1}$ کدام است ؟

۱)نیم بیضی است . ۲)نیم دایره است .

۳)نیم هذلولی است . ۴)نیم سهمی است .

۳۵۰ـ دایره اصلی بیضی $x^2+4y^2-2x=0$ کدام است ؟

۱) $(x-1)^2+y^2=1$ ۲) $(x-1)^2+(y-1)^2=\frac{1}{4}$

۳) $x^2+y^2=4$ ۴) $(x+1)^2+y^2=\frac{1}{4}$

۳۵۱ـ در بیضی $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ طول وتر کانونی که بر محور کانونی عمود است برابر است با :

۱) $\frac{b^2}{a}$ ۲) $\frac{2b^2}{a}$ ۳) $\frac{b^2}{c}$ ۴) $\frac{2a^2}{c}$

۳۵۲ـ حداکثر چند مستطیل به قطر ثابت می توان در یک بیضی محاط کرد ؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) بیشمار

۳۵۳ـ دو دایره هادی هر بیضی نسبت به :

۱) مرکز بیضی و محور کانونی بیضی قرینه یکدیگر هستند .

۲) مرکز بیضی و محور ناکانونی بیضی قرینه یکدیگر هستند .

۳) محور کانونی و محور ناکانونی بیضی قرینه یکدیگر هستند .

۴) مرکز ، محور کانونی و محور ناکانونی بیضی قرینه یکدیگر هستند .

۳۵۴ـ مختصات کانون سهمی به معادله $x^2-2x+4y+5=0$ کدام است ؟

۱) $(1, -2)$ ۲) $(-2, 1)$ ۳) $(1, 2)$ ۴) $(2, 1)$

۳۵۵ـ یک بیضی و یک هذلولی دارای کانونهای مشترک هستند ، زاویه بین آنها کدام است ؟

۱) 90° ۲) 60°

۳) 45° ۴) زاویه ثابتی نیست .

۳۵۶ـ اندازه یکی از شعاعهای حامل نقطهٔ M به طول $\frac{1}{2}$ از بیضی $2y^2+x^2=2$ کدام است ؟

۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ۲) $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ ۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ۴) $\frac{5\sqrt{2}}{3}$

۳۵۷ـ طول مماسی که از کانون هذلولی $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ بر دایرهٔ اصلی آن رسم میشود کدام است ؟

۱) $a+b$ ۲) a ۳) $c-b$ ۴) b

۳۵۸ـ مماس بر یک هذلولی در نقطهٔ M از آن خط هادی نظیر کانون F را در نقطهٔ C قطع کرده است اندازهٔ زاویهٔ MFC کدام است ؟

۱) 60° ۲) ۰

۳) 90° ۴) اندازه ثابتی ندارد .

۳۵۹ـ برای دایره ای که به قطر یک شعاع حامل نقطهٔ دلخواه M از هذلولی رسم شود کدام گزاره درست است ؟

۱) بر دایره اصلی هذلولی مماس است .

۲) بر دایرهٔ اصلی هذلولی عمود است .

۳) بر یک دایرهٔ هادی هذلولی عمود است .

۴) وضع مشخص ندارد .

۳۶۰ـ مکان هندسی نقاطی از صفحه که نسبت فواصل آنها از نقطه $A(1\ ,\ 0)$ و خط $x=0$ مقدار ثابت ۲ باشد ، کدام است ؟

۱) $y^2+x^2-2x+1=0$ ۲) $y^2-x^2-2x+1=0$

۳) $x^2-y^2-2x+1=0$ ۴) $y^2-3x^2-2x+1=0$

۳۶۱ـ معادله $3x^2+4y^2-12x+4y+13=0$ مشخص کننده کدام منحنی است ؟

۱) هذلولی ۲) بیضی ۳) یک نقطه ۴) دو خط

۳۶۲ـ معادله هذلولی که محور کانونی آن موازی محور x ها و $A(6\ ,\ 0)$ یک راس کانونی آن و خط $4x-3y=0$ یک مجانب آن باشد کدام است ؟

۱) $\frac{x^2}{36}-\frac{y^2}{64}=1$ ۲) $\frac{x^2}{64}-\frac{y^2}{36}=1$

۳) $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$ ۴) $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$

۳۶۳ـ $M(۴\ ,\ ۶)$ یک نقطه و $y=\pm\sqrt{۳}x$ مجانبهای یک هذلولی می باشند معادله آن کدام است ؟

۱) $۳y^۲-x^۲=۱۲$ ۲) $۳x^۲-y^۲=۱۲$ ۳) $۳x^۲-۹y^۲=۱$ ۴) $۳x^۲-y^۲=۶$

۳۶۴ـ زاویهٔ بین مجانب های یک هذلولی متساوی الساقین کدام است ؟

۱) ۳۰° ۲) ۴۵° ۳) ۹۰° ۴) ۶۰°

۳۶۵ـ قطر کوچک یک بیضی با فاصله کانونی آن برابر است ، نسبت مساحت این بیضی به مساحت دایرهٔ اصلی آن کدام است ؟

۱) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{\sqrt{۲}}{۳}$ ۴) $\frac{۲}{۳}$

۳۶۶ـ در سهمی $۲x^۲+۸x+۴y=-۱۶$ تحت قائم برابر کدام است ؟

۱) -۱ ۲) ۱ ۳) -۲ ۴) ۲

۳۶۷ـ در منحنی $۴x^۲+۵y^۲=۲۰$ فاصله مرکزاز خط هادی برابر است با :

۱) $\frac{۵}{۳}$ ۲) $\frac{\sqrt{۵}}{۲}$ ۳) $\frac{۲۵}{۹}$ ۴) ۵

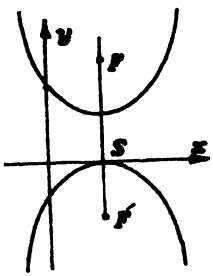
۳۶۸ـ مکان هندسی نقاطی از صفحه که از آن نقاط می توان دو مماس عمود بر هم بر هذلولی $x^۲-y^۲=۱$ ودو مماس عمود بر هم بربیضی $۲x^۲+y^۲-۲\sqrt{۵}y=-۴$ رسم کرد چیست ؟

۱)یک دایره ۲)یک نقطه ۳)دو نقطه ۴)هیچکدام

۳۶۹ـ مکان هندسی نقاطی که از آنها بتوان دو مماس عمود بر هم بر بیضی $۴x^۲+۹y^۲=۳۶$ رسم کرد کدام است ؟

۱) $x^۲+y^۲=۴$ ۲) $x^۲+y^۲=۵$

۳) $x^۲+y^۲=۱۳$ ۴) $x^۲+y^۲=۹$



۳۷۰ـ در شکل مقابل $F(۲\ ,\ ۶)$ و $F'(۲\ ,\ -۲)$ دو کانون و $s(۲\ ,\ ۰)$ یک نقطه از هذلولی است معادلهٔ این هذلولی کدام است ؟

۱) $3y^2-x^2-12y+4x=4$

۲) $3y^2-x^2+12y-4x=4$

۳) $3y^2-3x^2-12y+4x=4$

۴) $3y^2-3x^2+12y-4x=4$

۳۷۱ـ مکان هندسی نقاطی از صفحه که مجموع فواصل هر یک از آنها از یک نقطه و یک خط ثابت آن صفحه مقدار ثابت $k \neq 0$ باشد کدام است ؟

۱)قسمتی از یک سهمی است . ۲)قسمتی از یک دایره است .

۳)خط است . ۴)قسمتی از یک بیضی است .

۳۷۲ـ دو نقطهٔ A و B به فاصله ۲ در یک صفحه مفروضند ، مکان هندسی نقطه M از این صفحه که در رابطهٔ $2 \leq MA+MB < 5$ صدق کند کدام است ؟

۱)پاره خط است . ۲)درون یک بیضی است .

۳)برون یک دایره است . ۴)هیچکدام

۳۷۳ـ روی یک هذلولی چند نقطه وجود دارد به قسمی که شعاعهای حامل هر یک از آنها بر هم عمود باشند ؟

۱) ۰ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۴

۳۷۴ـ قوت هر کانون بیضی $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ نسبت به دایره اصلی آن کدام است ؟

۱) b^2 ۲) $-b^2$ ۳) a^2 ۴) $-a^2$

۳۷۵ـ قوت نقطهٔ $M(1,0)$ نسبت به دایرهٔ اصلی هذلولی $x^2-\frac{(y-1)^2}{2}=1$ کدام است ؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۰ ۴) ۳

۳۷۶ـ در هذلولی متساوی الساقین زاویه بین دایره اصلی و یکی از دایره های هادی کدام است ؟

۱) 90° ۲) $ArcCos\frac{3}{5}$ ۳) $ArcCos\frac{3}{4}$ ۴) $ArcCos\frac{1}{3}$

۳۷۷ـ در هذلولی $x^2-3y^2=1$ زاویه بین مجانبها برابر است با :

۱) $\frac{\pi}{6}$ ۲) $\frac{\pi}{3}$ ۳) $\frac{\pi}{4}$ ۴) $\frac{\pi}{2}$

۳۷۸ـ فاصله کانونی یک هذلولی $2\sqrt{5}$ و یکی از مجانبها $y=\frac{x}{2}$ است خروج از مرکز کدام است ؟ (محور کانونی در امتداد محور xها است)

۱) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ ۲) $\frac{\sqrt{5}}{4}$ ۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ۴) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

۳۷۹ـ اگر نقطه P واقع بر بیضی به مرکز O و به دو کانون F و F' باشد کدام خط بر بیضی مماس است ؟

۱) خط عمود بر OP از نقطهٔ P

۲) خط عمود بر نیمساز برونی PF و PF'

۳) نیمساز زاویهٔ برونی PF و OP

۴) نیمساز زاویهٔ برونی PF و PF'

۳۸۰ـ حاصلضرب فواصل هر نقطه $x^2-y^2=4$ از دو خط مجانب آن کدام است ؟

۱) $\frac{1}{4}$ ۲) ۲ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) ۴

۳۸۱ـ منحنی $xy=7$ کدام است ؟

۱) بیضی ۲) دایره

۳) هذلولی ۴) دو خط راست عمود بر هم

۳۸۲ـ معادله بیضی به مرکز $W(2\ ,\ -1)$ که بر محور های مختصات مماس است کدام است ؟(محورهای بیضی با محورهای مختصات موازی است)

۱) $\frac{(x-2)^2}{1}+\frac{(y+1)^2}{4}=1$ ۲) $\frac{(x-2)^2}{4}+\frac{(y+1)^2}{1}=1$

۳) $\frac{(x-2)^2}{4}+\frac{(y+1)^2}{9}=1$ ۴) $\frac{(x-2)^2}{9}+\frac{(y+1)^2}{4}=1$

۳۸۳ـ خطوط $y=2x+1$ و $y=-2x+5$ مجانب های یک هذلولی و نقطه $F(5\ ,\ 3)$ یک کانون آن میباشد فاصله کانونی هذلولی کدام است ؟

۱) ۸ ۲) ۶ ۳) ۴ ۴) ۲

۳۸۴ـ اگر بیضی و هذلولی دارای کانونهای مشترک باشند زاویه بین آنها کدام است ؟

۱) ۹۰° ۲) ۴۵° ۳) بر هم مماس اند ۴) ۶۰°

۳۸۵ـ قوت مرکز بیضی نسبت به یکی از دو دایره هادی آن برابر است با :

۱) $b^۲-a^۲$ ۲) $-c^۲$ ۳) $b^۲-۲a^۲$ ۴) $-b^۲-۳a^۲$

۳۸۶ـ فاصله مرکز هذلولی $۵x^۲-۴y^۲=۲۰$ از خط هادی آن برابر است با :

۱) $\frac{۴}{۳}$ ۲) $\frac{۳}{۴}$ ۳) $\frac{۲}{۳}$ ۴) $\frac{۵}{۳}$

فصل پنجم : تستهای تکمیلی

۳۸۷ـ اگر $k \in Z$ و $(\vec{V_2}, \vec{V_1}) = 2k\pi - \frac{5\pi}{3}$ باشد ، اندازهٔ زاویهٔ اصلی $(\vec{V_1}, \vec{V_2})$ کدام است ؟

۱) $\frac{\pi}{3}$ ۲) $\frac{-\pi}{3}$ ۳) $\frac{2\pi}{3}$ ۴) $\frac{-2\pi}{3}$

۳۸۸ـ در یک دستگاه مختصات قطبی نمودار $\theta = 2k\pi - \frac{\pi}{3}$ چه شکلی است ؟

۱)خطی راست موازی محور قطبی ۲)خطی راست گذرنده بر قطب

۳)خطی عمود بر محور قطبی ۴)نیم خطی به مبدأ قطب

۳۸۹ـ نقطهٔ $A(-3, -\sqrt{3})$ در یک دستگاه مختصات قائم مفروض است مختصات این نقطه در دستگاه مختصات قطبی که محور طولها ، محور قطبی باشد ، کدام است ؟

۱) $(2\sqrt{3}, \frac{\pi}{6})$ ۲) $(3\sqrt{2}, \frac{5\pi}{6})$

۳) $(2\sqrt{3}, \frac{-5\pi}{6})$ ۴) $(2\sqrt{3}, \frac{5\pi}{6})$

۳۹۰ـ اگر $A(2a+1, \frac{\pi}{6})$ و $B(a-2, \frac{2\pi}{3})$ و $AB = 5\sqrt{2}$ باشد ، مقدار a کدام است ؟

۱) -3 ۲) 3 ۳) ± 3 ۴) 2

۳۹۱ـ در دستگاه مختصات قطبی ، قرینه نقطهٔ $M(2, \frac{\pi}{2})$ نسبت به نقطهٔ $N(2, 0)$ کدام نقطه است ؟

۱) $M'(2\sqrt{5}, \frac{\pi}{4})$ ۲) $M'(4, Arctg\frac{1}{2})$

۳) $M'(4, \frac{-\pi}{4})$ ۴) $M'(2\sqrt{5}, -Arctg\frac{1}{2})$

۳۹۲ـ اگر $\vec{AB}=\vec{2i}+\vec{3j}-\vec{4K}$ و نقطهٔ $M(3\ ,\ -1\ ,\ -2)$ وسط پاره خط $\vec{AB}$ باشد طول نقطهٔ B کدام است ؟

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۸

۳۹۳ـ دو نقطهٔ $A(1\ ,\ 1\ ,\ 1)$ و $B(-1\ ,\ -1\ ,\ -1)$ مفروضند و M نقطه ای است به قسمی که $\vec{BM}=6$. $\vec{AM}$ فاصلهٔ نقطهٔ M از مبدأ مختصات کدام است؟

۱) ۲ ۲) $2\sqrt{2}$ ۳) ۳ ۴) $3\sqrt{3}$

۳۹۴ـ اگر $A(4\ ,\ \frac{5\pi}{6})$ و $B(4\ ,\ \frac{\pi}{2})$ باشند ، مختصات نقطهٔ M وسط پاره خط AB کدام است ؟

۱) $(\sqrt{3}\ ,\ \frac{5\pi}{6})$ ۲) $(2\sqrt{3}\ ,\ \frac{\pi}{2})$

۳) $(4\ ,\ \frac{2\pi}{3})$ ۴) $(2\sqrt{3}\ ,\ \frac{2\pi}{3})$

۳۹۵ـ اگر $\vec{V_1}(2\ ,\ -1\ ,\ 3)$ و $\vec{V_2}=3\vec{i}+\vec{j}-4\vec{k}$ و $\vec{V_3}=\vec{i}+2\vec{k}$ باشد اندازهٔ جبری تصویر بردار $2\vec{V_1}-\vec{V_2}+3\vec{V_3}$ روی محور عرضها کدام است ؟

۱) -1 ۲) -2 ۳) -3 ۴) -4

۳۹۶ـ دو نقطهٔ $M(\sqrt{3}\ ,\ \frac{\pi}{6})$ و $N(\rho\ ,\ \frac{\pi}{3})$ در یک دستگاه مختصات قطبی مفروضند ، اگر خط MN موازی محور قطبی باشد ، اندازهٔ شعاع قطبی نقطهٔ N چقدر است ؟

۱) ۱ ۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ۳) ۲ ۴) $2\sqrt{3}$

۳۹۷ـ در صورتی که $\vec{V_1}(2\ ,\ -6\ ,\ -4)$ و $\vec{V_2}(-1\ ,\ 3\ ,\ 2)$ باشد ، اندازهٔ جبری تصویر بردار $2\vec{V_1}-3\vec{V_2}$ روی بردار $\vec{V_2}$ کدام است ؟

۱) $2\sqrt{14}$ ۲) -3 ۳) $-4\sqrt{14}$ ۴) $-7\sqrt{14}$

۳۹۸ـ اگر بردارهای $\vec{V_1}(-2a\ ,\ b+1\ ,\ -3)$ و $\vec{V_2}(-5\ ,\ 2\ ,\ 3a+2b)$ بر هم عمود باشند ، مقدار a بر حسب b کدام است ؟

۱) $a=2b+1$ ۲) $a=4b+1$ ۳) $a=2b-1$ ۴) $a=4b-2$

۳۹۹ـ اگر $3x+4y-6z=41$ باشد مینیمم مقدار $9x^2+4y^2+z^2$ کدام است ؟

۱) ۲۱ ۲) ۳۱ ۳) ۴۱ ۴) ۵۱

۴۰۰ـ در صورتی که $\vec{V}_1=3\vec{i}+(a-b)\vec{j}+6\vec{k}$ و $\vec{V}_2=\vec{i}+2\vec{j}-a\vec{k}$ و $\vec{V}_1 \parallel \vec{V}_2$ باشد $a-b$ کدام است ؟

۱) ۳ ۲) ۳- ۳) ۶ ۴) ۶-

۴۰۱ـ $\vec{a}\times\vec{b}\times\vec{c}$ قرینهٔ کدام مقدار است ؟

۱) $\vec{c}\times\vec{a}\times\vec{b}$ ۲) $\vec{b}\times\vec{c}\times\vec{a}$

۳) $\vec{c}\times(\vec{a}+\vec{b})$ ۴) $\vec{a}\times\vec{c}\times\vec{b}$

۴۰۲ـ اگر $|\vec{V}_1|=4$ و $|\vec{V}_2|=6$ و $|\vec{V}_1\wedge\vec{V}_2|=12$ باشد ، $\vec{V}_1\cdot\vec{V}_2$ کدام است ؟

۱) $6\sqrt{3}$ ۲) $12\sqrt{3}$ ۳) $3\sqrt{3}$ ۴) $18\sqrt{3}$

۴۰۳ـ معادلهٔ صفحه ای که طول از مبدأش $\frac{-1}{2}$ و ارتفاع از مبدأش $\frac{1}{3}$ و با محور yها موازی باشد کدام است ؟

۱) $2x+3z=-1$ ۲) $2x-3z=-1$

۳) $2x+3z=1$ ۴) $2x-3z=1$

۴۰۴ـ اگر $\vec{V}_1(3,-2,4)$ و $\vec{V}_2=-3\vec{V}_1$ باشد ، اندازهٔ جبری تصویر بردار $\vec{V}_1\wedge(3\vec{V}_1+\vec{V}_2)$ روی محور طولها کدام است ؟

۱) ۰ ۲) ۲ ۳) ۲- ۴) ۱

۴۰۵ـ صفحهٔ P به معادلهٔ $2x-3y-z+6=0$ محورهای مختصات را در نقاط A و B و C قطع کرده است ، حجم هرم $OABC$ کدام است ؟

۱) ۶ ۲) ۱۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۴۰۶ـ نقاط $A(1,0,1)$ و $B(0,0,0)$ و $C(1,-1,0)$ و $D(0,0,1)$ مفروضند، حجم متوازی السطوحی به یالهای $\vec{BA}$ و $\vec{BC}$ و $\vec{BD}$ کدام است ؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۴۰۷ـ معادلهٔ صفحه ای که از نقطهٔ $A(-۲, ۲, ۳)$ می گذرد و با محورهای ox و oy موازی است به کدام صورت است ؟

۱) $x+y=۳$ ۲) $x=۲$ ۳) $z-۳=۰$ ۴) $y-۲=۰$

۴۰۸ـ اگر $\vec{a}(-۲, ۳, ۵)$ و $\vec{b}(۱۲, -۳, -۷)$ باشد ، اندازهٔ برداریکه در راستای $(\vec{۳a}+\vec{b}) \wedge (\vec{۲a}-\vec{۳b})$ چقدر است ؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۴۰۹ـ چند صفحه وجود دارد که بر دو نقطهٔ $A(۳, -۱, ۲)$ و $B(۱, -۲, ۳)$ می گذرند و بر صفحهٔ $P: ۲x+y-z=۳$ عمودند ؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) بیشمار

۴۱۰ـ کدام بردار در راستای عمود مشترک دو خط $D: x-۱=y=۱-z$ و $D': x=y=z$ است ؟

۱) $\vec{V}_۱(۱, ۱, ۰)$ ۲) $\vec{V}_۲(-۱, ۱, ۰)$

۳) $\vec{V}_۳(۱, ۰, -۱)$ ۴) $\vec{V}_۴(۰, ۱, ۱)$

۴۱۱ـ فاصلهٔ نقطهٔ $A(۳, ۱, -۱)$ از خط $D: x=y=z$ چقدر است ؟

۱) $۲\sqrt{۲}$ ۲) $\sqrt{۲}$ ۳) $۳\sqrt{۲}$ ۴) $۴\sqrt{۲}$

۴۱۲ـ فصل مشترک دو صفحهٔ $P: ۲x+y-۱=۰$ و $P': x-۱=۰$ کدام خط است؟

۱) $\begin{cases} x=۳ \\ y=۲ \end{cases}$ ۲) $\begin{cases} x=-۱ \\ y=۱ \end{cases}$

۳) $\begin{cases} x=۱ \\ y=-۱ \end{cases}$ ۴) $\begin{cases} x=۲ \\ y=۳ \end{cases}$

۴۱۳ـ سطح کل مکعبی که دو وجه رو به روی آن بر دو صفحهٔ متوازی $P: x+۲y-z+۶=۰$ و $P': ۳x+۶y-۳z+۸=۰$ قرار دارند کدام است ؟

۱) $\frac{۱۰۰}{۹}$ ۲) $\frac{۱۰۰۰}{۲۷}$ ۳) $\frac{۱۰}{۳}$ ۴) $\frac{۵۰}{۲۷}$

۴۱۴ـ اگر دو خط به معادله های $x=y+۲=z-۱$ و $x-۲=y-۱=۱-z$ با صفحه ای به معادله $ax+(a-۱)y+(a-۲)z+۱=۰$ زاویه های متساوی بسازند مقدار a برابر است با :

۱) ۰ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۲-

۴۱۵ـ اگر سه نقطهٔ $A(n\ ,\ ۰\ ,\ -۱)$ و $B(۳\ ,\ n\ ,\ ۰)$ و $C(m\ ,\ m\ ,\ -۲)$ بر یک استقامت باشند ، m و n کدامند ؟

۱) $n=۱$ و $m=۱$ ۲) $n=-۱$ و $m=-۱$

۳) $n=-۱$ و $m=۱$ ۴) $n=۱$ و $m=-۱$

۴۱۶ـ برای آنکه دو نقطهٔ $A(۲\ ,\ ۱\ ,\ ۰)$ و $B(۰\ ,\ -۱\ ,\ ۱)$ در دو طرف صفحهٔ $P:ax+۲y+az=۱$ واقع باشند لازم وکافی است که :

۱) $a<\frac{-۱}{۲}$ ۲) $a>۳$

۳) $-\frac{۱}{۲}<a<۳$ ۴) $a>۳$ و $a<\frac{-۱}{۲}$

۴۱۷ـ خط $D:x=y=z$ و دو صفحه $P:x+y+z+۵=۰$ و $P':x+y+z+۷=۰$ مفروضند ، نقطه ای از خط D که از دو صفحهٔ P و P' به یک فاصله می باشد کدام است ؟

۱) $O(۰\ ,\ ۰\ ,\ ۰)$ ۲) $B(۱\ ,\ ۱\ ,\ ۱)$

۳) $C(۲\ ,\ ۲\ ,\ ۲)$ ۴) $D(-۲\ ,\ -۲\ ,\ -۲)$

۴۱۸ـ نقطهٔ $A(۱\ ,\ -۱\ ,\ ۲)$ نسبت به دو صفحهٔ $P:۲x+y-z-۱=۰$ و $P':x+۳y+z=۲$ کدام وضع را دارد ؟

۱) داخل یک فرجهٔ حادهٔ بین دو صفحه است .

۲) داخل یک فرجهٔ منفرجه بین دو صفحه است .

۳) روی صفحهٔ P قرار دارد .

۴) روی فصل مشترک دو صفحه واقع است .

۴۱۹ـ به ازای کدام مقدار a فاصلهٔ نقطهٔ $M(2a\ ,\ 1\ ,\ a+1)$ از صفحهٔ $P: 2x+y-2z+1=0$ برابر ۴ است ؟

۱) $a=\pm 6$ ۲) $a=3$ ۳) $a=-3$ ۴) $|a|=3$

۴۲۰ـ نقاط $A(m\ ,\ 1\ ,\ m-1)$ و $B(m+1\ ,\ 2\ ,\ m)$ و صفحهٔ $P: x+y+z=3$ مفروضند ، اگر خط AB صفحهٔ P را در نقطهٔ M چنان قطع کند که $MA=MB$ باشد ، آنگاه مقدار m کدام است ؟

۱) $\frac{-4}{3}$ ۲) $\frac{-3}{4}$ ۳) $\frac{4}{3}$ ۴) $\frac{3}{4}$

۴۲۱ـ معادله های دو صفحه ای که با صفحهٔ به معادلهٔ $x+y+z-1=0$ موازی و مبدأ مختصات از هر یک از آنها به فاصلهٔ $\sqrt{3}$ است کدامند ؟

۱) $2x+2y+2z\pm 3=0$ ۲) $x+y+z\pm\sqrt{3}=0$

۳) $2x+2y+2z\pm\sqrt{3}=0$ ۴) $x+y+z\pm 3=0$

۴۲۲ـ صفحه به معادلهٔ $x+my+(m+2)z-1=0$ به ازای جمیع مقادیر m بر خط ثابتی مرور می کند ، پارامترهای هادی این خط کدامند ؟

۱) $(2\ ,\ 1\ ,\ 1)$ ۲) $(1\ ,\ 2\ ,\ -1)$ ۳) $(2\ ,\ 1\ ,\ -1)$ ۴) $(2\ ,\ -1\ ,\ 1)$

۴۲۳ـ معادلهٔ تصویرقائم خط $2x-1=y=z+3$ روی صفحه $y=0$ کدام است؟

۱) $(2x-z=1\ ,\ x=0)$ ۲) $(2x+z=1\ ,\ y=0)$

۳) $(2x-z=4\ ,\ y=0)$ ۴) $(2x-z=4\ ,\ x=0)$

۴۲۴ـ به ازای کدام مقدار a خط $D: \frac{x-1}{a}=\frac{y}{2}=\frac{z}{a-2}$ با صفحه $P: 2x+(a-1)y-3z=1$ موازی است ؟

۱) 4 ۲) -4 ۳) 2 ۴) -2

۴۲۵ـ اگر پاره خط AB به طول ۶ سانتی متر بر خط $x=y=z$ واقع باشد ، آنگاه طول تصویر پاره خط AB بر صفحهٔ $P: x+y-z=1$ برابر چند سانتی متر است ؟

۱) $4\sqrt{2}$ ۲) $2\sqrt{2}$ ۳) 2 ۴) 4

۴۲۶ـ بین مجموع فواصل نقاط صفحهٔ $x-y=0$ از دو نقطهٔ $A(0\ ,\ 2\ ,\ 1)$ و $B(3\ ,\ 4\ ,\ 2)$ کمترین مقدار کدام است ؟

۱) $2\sqrt{3}$ ۲) $3\sqrt{2}$ ۳) $2\sqrt{6}$ ۴) $3\sqrt{3}$

۴۲۷ـ معادلهٔ مکان هندسی نقاطی که از سه نقطهٔ $A(3\ ,\ 4\ ,\ 0)$ و $B(5\ ,\ 2\ ,\ 0)$ و $C(1\ ,\ -2\ ,\ 0)$ به یک فاصله می باشند ، کدام است ؟

۱) $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$ ۲) $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$

۳) $\begin{cases} x=2 \\ z=1 \end{cases}$ ۴) $\begin{cases} y=2 \\ z=1 \end{cases}$

۴۲۸ـ اگر $\frac{\overline{MA}}{\overline{MB}} = -\frac{\overline{NA}}{\overline{NB}} = \frac{-3}{5}$ باشد ، $\frac{\overline{AM}}{\overline{AN}}$ برابر کدام مقدار است ؟

۱) 4 ۲) $\frac{1}{4}$ ۳) -4 ۴) $\frac{-1}{4}$

۴۲۹ـ پاره خط AB به طول ۶ سانتی متر در یک صفحه مفروض است . مکان هندسی نقطهٔ M از این صفحه که نسبت فاصله اش از نقاط A و B برابر ۲ می باشد دایره ای با کدام شعاع است ؟

۱) 2 ۲) 4 ۳) 6 ۴) 8

۴۳۰ـ خط $y=2x$ منحنی تابع $y=\frac{x^2+1}{x-1}$ را در دو نقطهٔ A و B قطع می کند اگر $(ABMN)$ یک تقسیم توافقی و M بر مبدأ مختصات منطبق باشد ، آنگاه مختصات نقطهٔ N کدام است ؟

۱) $(-1\ ,\ -2)$ ۲) $(-3\ ,\ -6)$ ۳) $(1\ ,\ 2)$ ۴) $(3\ ,\ 6)$

۴۳۱ـ معادلات پارامتری دایره‌ای به معادلهٔ $2x^2+2y^2-6x+8y=0$ کدام است؟

۱) $(x=\frac{3}{2}+\frac{5}{2}Cos\alpha\ ,\ y=-2+\frac{5}{2}Sin\alpha)$

۲) $(x=۳+\frac{۵}{۲}Cos\alpha\ ,\ y=Sin\alpha)$

۳) $(x=\frac{۵}{۲}Cos\alpha\ ,\ y=\frac{۳}{۲}Sin\alpha)$

۴) $(x=\frac{۱}{۲}Sin\alpha\ ,\ y=Cos\alpha)$

۴۳۲ـ مجموعهٔ قوتهای نقاط خط $x+y=۴$ نسبت به دایره ای به معادلهٔ $x^۲+y^۲=۴$ را در نظر می گیریم ، می نیمم مقدار این قوتها چقدر است ؟

۱) ۴ ۲) $۲\sqrt{۲}$ ۳) $\sqrt{۲}$ ۴) ۲

۴۳۳ـ اگر قوت یک رأس مثلث متساوی الاضلاعی نسبت به دایرهٔ محاطی داخلی آن برابر ۴ باشد ، آنگاه طول ضلع این مثلث چقدر است ؟

۱) ۸ ۲) ۴ ۳) ۲ ۴) $۲\sqrt{۲}$

۴۳۴ـ دو دایرهٔ $C_۱:x^۲+y^۲-x+y=۰$ و $C_۲:x^۲+y^۲+x+y=۰$ بر هم عمودند قوت مرکز دایرهٔ $C_۲$ نسبت به دایرهٔ $C_۱$ چقدر است ؟

۱) $\sqrt{۲}$ ۲) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۳) ۱ ۴) $\frac{۱}{۲}$

۴۳۵ـ محور اصلی دو دایره به معادلات $x^۲+y^۲-۲mx-۴y+۴=۰$ و $x^۲+y^۲+۲x+۲my+۱=۰$ نسبت به مراکز این دو دایره کدام وضع را دارد ؟

۱) به مرکز دایرهٔ $C_۱$ نزدیکتر است .

۲) به مرکز دایرهٔ $C_۲$ نزدیکتر است .

۳) به یک فاصله از مرکزهای دو دایره است .

۴) ازمرکز دایرهٔ $C_۱$ می گذرد .

۴۳۶ـ معادلهٔ دسته خط قائم بر دایره‌ای به صورت $(۱+m)x+(۱-m)y=۲$ است ، مختصات مرکز این دایره کدام است ؟

۱) $(-۱\ ,\ -۱)$ ۲) $(۱\ ,\ ۲)$ ۳) $(-۱\ ,\ -۲)$ ۴) $(۱\ ,\ ۱)$

۴۳۷ـ اگر سه دایرهٔ $C_1:(x-m)^2+(y-3)^2=1$ و $C_2:(x+m)^2+(y+m)^2=m$ و $C_3:x^2+(y-m)^2=4$ مرکز اصلی نداشته باشند مقدار m کدام است ؟ $(m\neq 0)$

۱) $m=2$ ۲) $m=1$ ۳) $m=\frac{1}{2}$ ۴) $m=\frac{1}{4}$

۴۳۸ـ قوت نقطهٔ M نسبت به دایرهٔ $C(O\ ,\ R)$ مساوی $\frac{-3}{4}R^2$ است ، وتر به طول می نیمم که از نقطهٔ M در این دایره رسم می شود با دایره چه زاویه ای می سازد ؟

۱) 30° ۲) 45° ۳) 60° ۴) 90°

۴۳۹ـ معادلهٔ یک دسته دایره به صورت $x^2+y^2+2mx+2m-3=0$ است شعاع کوچکترین عضو این دسته دایره برابر است با :

۱) 2 ۲) $\sqrt{2}$ ۳) $2\sqrt{2}$ ۴) 4

۴۴۰ـ نقاط $A(1\ ,\ -2)$ و $B(-1\ ,\ 2)$ مفروضند ، معادله مکان هندسی نقطه ای که مجموع مربعات فواصلش از دو نقطه A و B برابر ۲۰ باشد کدام است ؟

۱) $(x-1)^2+(y+2)^2=5$ ۲) $x^2+y^2=4$

۳) $(x+1)^2+(y-2)^2=5$ ۴) $x^2+y^2=5$

۴۴۱ـ مرکز دایره ای که با ضلعهای یک مثلث زوایای متساوی می سازد کدام نقطه است ؟

۱) نقطه بر خورد میانه های مثلث .

۲) نقطه بر خورد نیمسازهای زوایای داخلی مثلث .

۳) نقطه بر خورد ارتفاعهای مثلث .

۴) نقطهٔ برخورد عمود منصفهای اضلاع مثلث .

۴۴۲ـ محور اصلی دو دایرهٔ $C_1:(x-2)^2+(y-2)^2=4$ و $C_2:x^2+y^2=9$ با محور xها چه زاویه ای می سازد ؟

۱) 45° ۲) 135° ۳) 90° ۴) 75°

۴۴۳ـ اگر دایرهٔ C' به شعاع ۳ محیط دایرهٔ C به شعاع ۱ را نصف کند ، قوت مرکز آن نسبت به دایرهٔ C کدام است ؟

۱) ۹ ۲) ۸ ۳) ۷ ۴) ۶

۴۴۴ـ معادلهٔ محور اصلی دستهٔ مزدوج دسته دایرهٔ به معادلهٔ $x^2+y^2-2mx-6=0$ کدام است ؟

۱) $y=x$ ۲) $y=-x$ ۳) $x=0$ ۴) $y=0$

۴۴۵ـ مکان هندسی مرکز دایره ای که محیط دو دایره با مرکزهای متمایز و شعاعهای متفاوت را نصف می کند کدام است ؟

۱) محور اصلی دو دایره

۲) عمود منصف خط المرکزین دو دایره

۳) قرینهٔ محور اصلی دو دایره نسبت به وسط خط المرکزین

۴) خطی که از مرکز دایره موازی محور اصلی رسم شود .

۴۴۶ـ به ازای کدام مقدار a مرکز اصلی سه دایرهٔ $C_1: x^2+y^2=4a$ و $C_2: x^2+(y-2)^2=4$ و $C_3: (x-2)^2+y^2=4$ نقطه $\omega(1, 1)$ است ؟

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

۴۴۷ـ صفحهٔ P به معادلهٔ $x+y=2$ کره‌ای به معادلهٔ $x^2+y^2+z^2=9$ را در دایره‌ای قطع می کند مختصات مرکز این دایره کدام است ؟

۱) $(1, 1, 0)$ ۲) $(1, -1, 0)$ ۳) $(-1, 1, 0)$ ۴) $(2, 2, 2)$

۴۴۸ـ به ازای کدام مقدار k دسته دایرهٔ به معادلهٔ $x^2+y^2-2mx+k^2-2=0$ متقاطع است ؟

۱) $k > 2$ ۲) $k < -\sqrt{2}$

۳) $k > 2$ و $k < -2$ ۴) $-\sqrt{2} < k < \sqrt{2}$

۴۴۹ـ به ازای کدام مقدار حقیقی a دو دایرهٔ $C: x^2+y^2-2x-a^2+1=0$ و $C': x^2+y^2+2y=3$ با هم زاویهٔ 60° می سازند ؟

۱) $-2-\sqrt{2}$ ۲) $-2+\sqrt{2}$ ۳) $-2\pm\sqrt{2}$ ۴) هیچ مقدار

۴۵۰ـ معادلهٔ دایره ای از دسته دایرهٔ $x^2+y^2-2mx+5=0$ که بر دایرهٔ $x^2+y^2=1$ مماس برونی می باشد کدام است ؟

۱) $x^2+y^2-6x+5=0$ ۲) $x^2+y^2-2\sqrt{3}x+5=0$

۳) $x^2+y^2-4x+5=0$ ۴) $x^2+y^2-2\sqrt{2}x+5=0$

۴۵۱ـ معادلهٔ دایرهٔ اصلی بیضی به معادلهٔ $x^2+4y^2-8y=0$ کدام است ؟

۱) $x^2+y^2=4$ ۲) $(x+1)^2+y^2=4$

۳) $x^2+(y-1)^2=4$ ۴) $(x-1)^2+y^2=4$

۴۵۲ـ مرکز یک دایرهٔ هادی بیضی به معادلهٔ $\frac{(x-1)^2}{4}+\frac{(y+2)^2}{9}=1$ کدام نقطه است ؟

۱) $(1\ ,\ -2+\sqrt{5})$ ۲) $(-1\ ,\ -2+\sqrt{5})$

۳) $(2\ ,\ -2-\sqrt{5})$ ۴) $(2\ ,\ -\sqrt{5})$

۴۵۳ـ دایره ای به شعاع ۱۲ سانتی متری را روی صفحه ای که با صفحهٔ این دایره زاویهٔ α می سازد تصویر کرده‌ایم ، اگر فاصلهٔ کانونی بیضی حاصل ، $12\sqrt{3}$ باشد اندازهٔ زاویهٔ α چقدر است ؟

۱) 30° ۲) 60° ۳) 90° ۴) 120°

۴۵۴ـ اگر α زاویهٔ بین دو دایرهٔ هادی یک بیضی باشد ، کدام رابطه درست است ؟ (e خروج از مرکز بیضی است)

۱) $Cos\alpha=e^2$ ۲) $Cos\alpha=2e^2$

۳) $Cos\alpha=1-\frac{e^2}{2}$ ۴) $Cos\alpha=1-e^2$

۴۵۵ـ قطر کوچک یک بیضی ۴ و قطر بزرگ آن $۴\sqrt{۳}$ و محور کانونی آن به موازات محور طولها است ، طول قطری از این بیضی که با محور کانونی زاویهٔ ۴۵° می سازد ، کدام است ؟

۱) $۲\sqrt{۶}$ ۲) $۲\sqrt{۲}$ ۳) $\sqrt{۶}$ ۴) $۴\sqrt{۲}$

۴۵۶ـ قوت کانون F هذلولی به معادلهٔ $\frac{x^۲}{a^۲}-\frac{y^۲}{b^۲}=۱$ نسبت به دایرهٔ هادی کانون F' چقدر است ؟

۱) $۴c^۲-a^۲$ ۲) $۴(c^۲-a^۲)$

۳) $۴(b^۲-a^۲)$ ۴) $۴(a^۲-b^۲)$

۴۵۷ـ اگر $\frac{x^۲}{m+۵}-\frac{y^۲}{۲m+۱}=۱$ معادلهٔ یک هذلولی متساوی القطرین باشد ، فاصلهٔ کانونی آن کدام است ؟

۱) $۲\sqrt{۳}$ ۲) $۴\sqrt{۳}$ ۳) $۳\sqrt{۲}$ ۴) $۶\sqrt{۲}$

۴۵۸ـ خط $y=۲x+۱$ یک مجانب هذلولی به معادلهٔ $\frac{(x-۱)^۲}{m}-\frac{(y-n)^۲}{۴}=۱$ است ، در این صورت :

۱) $m=۱$ و $n=۳$ ۲) $m=۲$ و $n=۳$

۳) $m=-۱$ و $n=۳$ ۴) $m=-۱$ و $n=-۳$

۴۵۹ـ مکان هندسی نقاطی که از دایرهٔ $C: x^۲+y^۲=۱۶$ و نقطهٔ $F(۰\ ,\ ۲)$ به یک فاصله باشند ، عبارت است از :

۱) یک بیضی به اقطار $۲\sqrt{۳}$ و ۴ ۲) یک هذلولی به اقطار $۲\sqrt{۳}$ و ۴

۳) یک بیضی به اقطار $\sqrt{۳}$ و ۲ ۴) یک هذلولی به اقطار $\sqrt{۳}$ و ۲

۴۶۰ـ خروج از مرکز هذلولی به معادلهٔ $x^۲-y^۲-۴x+۲y+۴=۰$ کدام است ؟

۱) $\sqrt{۲}$ ۲) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۳) ۱ ۴) ۲

۴۶۱ـ معادله های خطوط هادی هذلولی به معادلهٔ $x^۲-y^۲=۲$ کدام هستند ؟

۱) $x=\pm ۱$ ۲) $y=\pm ۱$ ۳) $x=\pm\frac{۱}{۲}$ ۴) $y=\pm\frac{۱}{۲}$

۴۶۲ـ زاویهٔ بین دو دایرهٔ هادی یک هذلولی متساوی القطرین چند درجه است؟

۱) ۳۰° ۲) ۴۵° ۳) ۶۰° ۴) ۹۰°

۴۶۳ـ نقطهٔ $F(۱ , ۲)$ کانون و خط $D:y=x+۵$ خط هادی یک سهمی است مختصات رأس سهمی کدام است ؟

۱) $(-۱ , ۴)$ ۲) $(۱ , -۴)$ ۳) $(۳ , ۰)$ ۴) $(۰ , ۳)$

۴۶۴ـ نقاط $F(\sqrt{۳} , ۰)$ و $F'(-\sqrt{۳} , ۰)$ کانونها و نقطهٔ $M(۰ , ۱)$ نقطه ای از یک بیضی می باشند ، معادلهٔ مکان هندسی تصویرهای نقاط F و F' روی مماسهای مرسوم از این بیضی کدام است ؟

۱) $x^۲+y^۲=۱$ ۲) $x^۲-y^۲=۱$

۳) $x^۲-y^۲=۴$ ۴) $x^۲+y^۲=۴$

۴۶۵ـ پارامتر سهمی به معادلهٔ $۲x^۲+y-۴x-۱=۰$ کدام مقدار است ؟

۱) ۱ ۲) $\frac{۱}{۴}$ ۳) $-\frac{۱}{۴}$ ۴) -۱

۴۶۶ـ معادلهٔ مکان هندسی مرکز دایره هایی که از نقطهٔ $F(۰ , ۴)$ می گذرند و بر دایرهٔ به معادلهٔ $C:x^۲+y^۲=۴$ مماسند کدام است ؟

۱) $x^۲+(y-۳)^۲=۱$ ۲) $(y-۲)^۲-\frac{x^۲}{۳}=۱$

۳) $\frac{x^۲}{۴}+(y-۲)^۲=۱$ ۴) $\frac{x^۲}{۳}-(y-۲)^۲=۱$

۴۶۷ـ از کدام نقطهٔ واقع بر خط $\Delta:۲x+y+۲=۰$ می توان دو مماس عمود بر هم بر سهمی به معادلهٔ $y^۲-۸x=۰$ رسم کرد ؟

۱) $(-۲ , -۲)$ ۲) $(۲ , ۲)$ ۳) $(۲ , -۲)$ ۴) $(-۲ , ۲)$

۴۶۸ـ از نقطهٔ $M(۱ , ۳)$ واقع بر یک خط هادی یک مقطع مخروطی به کانون $F(۳ , ۱)$ دو مماس بر آن رسم شده است . معادلهٔ خط واصل بین دو نقطه تماس کدام است ؟

۱) $y=x$ ۲) $y=x-۲$ ۳) $y=-x$ ۴) $y=x+۲$

۴۶۹ـ در معادلهٔ $(1-e^2)x^2-2px+y^2+p^2=0$ ، اگر $e<1$ باشد نصف قطر کانونی برابر کدام مقدار است ؟

۱) $\frac{ep}{\sqrt{1-e^2}}$ ۲) $\frac{2ep}{\sqrt{1-e^2}}$

۳) $\frac{2ep}{1-e^2}$ ۴) $\frac{ep}{1-e^2}$

۴۷۰ـ از نقطهٔ A واقع بر خط هادی یک مقطع مخروطی به کانون F مماس AT را بر آن مقطع رسم می کنیم ، اندازهٔ $\angle AFT$ چند درجه است ؟

۱) 45° ۲) 60° ۳) 90° ۴) 180°

۴۷۱ـ خط Δ دو شاخه یک هذلولی به کانونهای F و F' را در نقاط A و B و خط هادی وابسته به کانون F را در نقطهٔ C قطع کرده است . اگر $\angle AFC=62^\circ$ باشد ، اندازهٔ $\angle AFB$ چند درجه است ؟

۱) 31° ۲) 6° ۳) 124° ۴) 93°

۴۷۲ـ خروج از مرکز یک مقطع مخروطی مساوی $\frac{5}{4}$ و طول قطر کانونی آن برابر ۸ است ، فاصلهٔ هر کانون این مقطع از خط هادی وابسته به آن کانون چقدر است ؟

۱) $\frac{4}{5}$ ۲) $\frac{3}{5}$ ۳) $\frac{9}{5}$ ۴) $\frac{16}{5}$

۴۷۳ـ معادلهٔ محور تقارن سهمی به معادلهٔ $(y+\sqrt{5})^2=6x$ کدام است ؟

۱) $y=0$ ۲) $x=0$ ۳) $y=-\sqrt{5}$ ۴) $x=-\sqrt{5}$

۴۷۴ـ کدام مورد صحیح است ؟

۱) قرینهٔ کانون سهمی نسبت به هر خط مماس بر آن بر خط هادی سهمی واقع است .

۲) همیشه تصویر کانون سهمی نسبت به هر خط مماس ، بر خود سهمی واقع است .

۳) به موازات امتداد معین همواره یک مماس بر سهمی رسم می شود .

۴) هر سه مورد

۴۷۵ـ کانون سهمی به معادلهٔ $y = \pm\sqrt{۴x - ۲}$ را بیابید .

۱) $F(\frac{۵}{۲}, ۰)$ ۲) $F(۰, \frac{۵}{۲})$ ۳) $F(۰, \frac{۳}{۲})$ ۴) $F(\frac{۳}{۲}, ۰)$

۴۷۶ـ تحت قائم سهمی که معادلهٔ آن به صورت $\rho=\frac{۴}{۱-Cos\theta}$ است چقدر می باشد ؟

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۱ ۴) $\sqrt{۲}$

۴۷۷ـ اگر $|\vec{V}_۱| = ۶$ و $|\vec{V}_۲| = ۴$ و $(\vec{V}_۱ , \vec{V}_۲) = ۶۰^\circ$ باشد اندازهٔ $(\vec{V}_۱).(\vec{V}_۲)$ چقدر است ؟

۱) -۱۴۴ ۲) ۴۸ ۳) -۷۲ ۴) ۷۲

۴۷۸ـ دو بردار $\vec{V}_۱(۲ , -۴ , ۱)$ و $\vec{V}_۲(۱ , -۲ , ۲)$ مفروضند اندازهٔ تصویر بردار $\vec{V}_۱$ روی بردار $\vec{V}_۲$ کدام است ؟

۱) ۴ ۲) $\frac{۱۲}{\sqrt{۲۱}}$ ۳) ۳ ۴) $۲\sqrt{۳}$

۴۷۹ـ سه نقطهٔ $A\begin{vmatrix} ۱ \\ ۲ \\ ۳ \end{vmatrix}$ و $B\begin{vmatrix} -۱ \\ ۰ \\ ۱ \end{vmatrix}$ و $C\begin{vmatrix} ۲ \\ ۲ \\ ۴ \end{vmatrix}$ مفروضند مساحت مثلث ABC کدام است ؟

۱) $۲\sqrt{۲}$ ۲) $\sqrt{۲}$ ۳) $۲\sqrt{۳}$ ۴) $\sqrt{۳}$

۴۸۰ـ معادله صفحه‌ای که محور yها را در نقطه‌ای به عرض ۳ قطع نموده و با محور zها موازی می باشد کدام است ؟

۱) $۲x+۲y=۶$ ۲) $۲x+۳y=۶$ ۳) $۳x+۲y=۱$ ۴) $۲x+۳y=۱$

۴۸۱ـ دو صفحه موازی $P: ۲x+y+۲z-۷=۰$ و $P': ۲x+y+۲z+۱=۰$ مفروضند حجم مکعبی که دو وجه آن بر این دو صفحه واقع باشد چقدر است ؟

۱) ۸ ۲) $\frac{۵۱۲}{۲۷}$ ۳) $\frac{۳۴۳}{۲۷}$ ۴) ۱

۴۸۲ـ نقطهٔ تلاقی خط $\frac{x-۱}{۲}=\frac{y}{۱}=\frac{z+۱}{۲}$ و صفحه $x+y+z=۰$ کدام است ؟

۱) $(۳, ۱, ۰)$ ۲) $(۲, ۲, ۰)$ ۳) $(۱, ۰, -۱)$ ۴) $(-۲, ۳, ۳)$

۴۸۳ـ دو نقطهٔ M و N پاره خط AB را به نسبت توافقی ۴ تقسیم کرده اند دو نقطه A و B پاره خط MN را به حد نسبتی تقسیم می کنند ؟

۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) -۴ ۳) $\frac{-۱}{۴}$ ۴) $\frac{۵}{۳}$

۴۸۴ـ در مثلث غیر مشخص ABC مزدوج توافقی ارتفاع AH نسبت به دو ضلع AB و AC:

۱) نیمساز خارجی زاویه A است . ۲) عمود بر AH می باشد .

۳) خطی موازی ضلع BC است . ۴) خطی است که از A میگذرد .

۴۸۵ـ دو دایرهٔ C و C' مفروضند طول مماسهای متساوی که از یک نقطه واقع بر محور xها بر دو دایره می توان رسم کرد کدام است ؟

$C: x^۲+y^۲-x-۲y-۲=۰$ و $C': x^۲+y^۲-۲x+۲y-۳=۰$

۱) ۳ ۲) ۵ ۳) $\sqrt{۱۰}$ ۴) امکان ندارد .

۴۸۶ـ دایره $C: x^۲+y^۲-۲x+۲y-۳=۰$ و نقطهٔ $A(۲, ۳)$ مفروضند مکان هندسی مراکز دایره هائی که بر A گذشته و بر دایره C عمود باشند کدام است ؟

۱) $x+۴y-۸=۰$ ۲) $۴x-y-۳=۰$ ۳) $x+۴y-۳=۰$ ۴) $۴x-y-۸=۰$

۴۸۷ـ شعاع دایره ای که مرکزش نقطه $O(۲, ۳)$ بوده و محیطش بوسیله دایره $x^۲+y^۲-۲x-۴y-۵=۰$ نصف می شود کدام است ؟

۱) ۳ ۲) $۲\sqrt{۲}$ ۳) ۸ ۴) ۹

۴۸۸ـ از نقطه $M(-1\ ,\ 3)$ دو مماس بر سهمی $y^2=4x$ رسم می کنیم ، معادله خطی که دو نقطه تماس را به هم وصل می کند کدام است ؟

۱) $2x-3y-2=0$ ۲) $2y-3x-3=0$ ۳) $y=2x-2$ ۴) $y=-2x+2$

۴۸۹ـ مکان هندسی مراکز دایره هایی که بر دایره ثابتی مماس بوده و از نقطه ثابتی بگذرند :

۱)بیضی است . ۲)هذلولی

۳)سهمی است . ۴)بیضی یا هذلولی است .

۴۹۰ـ مکان هندسی جمیع نقاطی که مجموع مربعات فواصلشان از دو خط متقاطع مفروض مقدار ثابتی باشد :

۱)دایره است . ۲)بیضی است . ۳)سهمی است . ۴)هذلولی است .

۴۹۱ـ مکان هندسی نقاطی که حاصلضرب فواصلشان از دو خط متقاطع مفروض مقدار ثابتی میباشد یک ... است .

۱)بیضی ۲)دایره ۳)سهمی ۴)هذلولی

۴۹۲ـ اگر معادله عمومی یک دسته دایره به صورت $x^2+y^2+ax+(a-1)y-2=0$ باشد عضوهای این دسته دایره :

۱)متخارجند ۲)مماس خارجند

۳)متقاطعند ۴)به a بستگی دارند .

۴۹۳ـ فاصلهٔ خط هادی بیضی از مرکز آن برابر است با :

۱) $\frac{b}{a}$ ۲) $\frac{b^2}{c^2}$ ۳) $\frac{a^2}{c^2}$ ۴) $\frac{a^2}{c}$

۴۹۴ـ کدام شکل مقطع هندسی الزاماً در صفحه ای موازی صفحه P قرار دارد ؟

۱) چهار ضلعی که دو ضلع آن موازی صفحه P است .

۲) مثلثی که یک ضلعش موازی صفحهٔ P است .

۳) چهار ضلعی که یک ضلع آن موازی صفحه P است .

۴) چهار ضلعی که دو ضلع مجاورش موازی صفحهٔ P است .

۴۹۵ـ n دایره رسم می کنیم که قطرهای آنها اضلاع یک n ضلعی منتظم هستند مرکز اصلی این n دایره : ($n>۳$)

۱)نقطه تلاقی عمود منصف اضلاع است .

۲)نقطه تلاقی نیمسازهای n ضلعی است .

۳)مرکز ثقل n ضلعی است .

۴)مرکز اصلی ندارند .

۴۹۶ـ در مثلث ABC اگر دو نقطهٔ متغیر M و N همواره مزدوج توافقی یکدیگر نسبت به دو نقطه B و C باشند و O وسط BC باشد مکان هندسی مرکز دایرهٔ محیطی مثلث AMN کدام است ؟

۱)خطی موازی با BC است . ۲)دایره‌ای به مرکز O است .

۳)خطی عمود بر OA است . ۴)خطی عمود بر BC است .

۴۹۷ـ از نقطهٔ $M(a\ ,\ b)$ دو مماس بر بیضی $\frac{x^۲}{a^۲}+\frac{y^۲}{b^۲}=۱$ رسم می کنیم خطی که دو نقطه تماس را بهم وصل می کند کدام است ؟

۱) $x+by=ab$ ۲) $bx-ay=ab$

۳) $x+y=a$ ۴) $x+y=ab$

۴۹۸ـ رابطه $y=۲\pm\sqrt{۲x^۲-۵x+۱}$ معادلهٔ چیست ؟

۱)بیضی ۲)هذلولی ۳)دایره ۴)سهمی

۴۹۹ـ رابطه $y=۲\pm\sqrt{۹-۳x^۲}$ معادلهٔ چیست ؟

۱)دایره ۲)بیضی ۳)سهمی ۴)پاره خط

۵۰۰ـ اگر S و S' مساحتهای دایره های اصلی و فرعی یک بیضی باشند مساحت بیضی برابر است با :

۱) SS' ۲) $\frac{S+S'}{۲}$ ۳) $\sqrt{S+S'}$ ۴) $\sqrt{SS'}$

۵۰۱ـ حاصلضرب فواصل یک نقطه دلخواه روی هذلولی به معادله $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ از مجانبهای آن کدام است ؟

۱) a^2b^2 ۲) $\frac{a^2b^2}{a^2+b^2}$ ۳) $\frac{a^2}{b^2}$ ۴) $\frac{ab}{c^2}$

۵۰۲ـ چهار نقطه A و B و C و D توافقی هستند بطوریکه $\overline{AD}=2\overline{AB}$ میباشد نسبت $\frac{\overline{CB}}{\overline{CA}}$ کدام است ؟

۱) 2 ۲) -2 ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) $\frac{-1}{2}$

۵۰۳ـ طول مماسی که از نقطه $A(2\ ,\ 3)$ بر دایره $x^2+y^2-2x+3y-2=0$ می توان رسم کرد کدام است ؟

۱) $8\sqrt{2}$ ۲) 16 ۳) 4 ۴) 8

۵۰۴ـ محور اصلی دو دایره $C:x^2+y^2=9$ و $C':x^2+y^2-2x+2y=0$ به مرکز کدام دایره نزدیکتر است ؟

۱) C ۲) C'

۳)از هر دو به یک فاصله است . ۴)نمی توان تعیین کرد .

۵۰۵ـ مکان هندسی نقاطی از صفحه که مجموع قوتهای آنها نسبت به دو دایره مساوی و مماس خارج $C(O\ ,\ R)$ و $C'(O'\ ,\ R')$ مقدار ثابت $2R^2$ باشد کدام است ؟

۱)محور اصلی دو دایره ۲)خط المرکزین دو دایره

۳)دایره ای به شعاع R^2 ۴)دایره ای به شعاع R

۵۰۶ـ n دایره از دسته دایره مفروضند چند دایره می توان رسم کرد که بر هر یک از دایره های فوق عمود باشد ؟

۱) 1 ۲) $3n$ ۳)بیشمار ۴) n

۵۰۷ـ قوت نقطه M نسبت به دایره ای R^2 است اگر قاطع MAB دایره را در A و B قطع کند و $MA=AB$ باشد اندازهٔ AB کدام است ؟

۱) $\frac{R}{۲}$ ۲) R ۳) $\frac{R\sqrt{۲}}{۲}$ ۴) $R\sqrt{۲}$

۵۰۸ـ قرینه صفحه $x+y+z-۲=۰$ نسبت به صفحه xoy کدام است ؟

۱) $-x+y+z-۲=۰$ ۲) $x+y+z+۲=۰$

۳) $x+y-z-۲=۰$ ۴) $x+y+z-۲=۰$

۵۰۹ـ دو خط $\frac{۳z-۱}{۶}=\frac{y-۱}{-۱}=\frac{۲x+۱}{۲}$ و $x=-y+۱=\frac{z}{۲}$ نسبت به هم چه وضعی دارند ؟

۱) موازیند ۲) متنافرند ۳) متقاطعند ۴) عمودند

۵۱۰ـ نقطهٔ بر خورد خط $\frac{z}{۱}=\frac{y}{۱}=\frac{x}{۲}$ و صفحه $x+y-z-۲=۰$ کدام است ؟

۱) $(۱, ۲, ۱)$ ۲) $(۰, ۲, ۰)$ ۳) $(۲, ۱, ۱)$ ۴) $(۱, ۰, -۱)$

۵۱۱ـ معادله صفحه ای که محور xها را در نقطه ای به طول ۲ و محور yها را در نقطه ای به عرض ۳- قطع کرده با محور oz موازی باشد کدام است ؟

۱) $-۳y+۲x=۱$ ۲) $۲x-۳y=۶$ ۳) $۳x-۲y=۶$ ۴) $y=-۶$

۵۱۲ـ بر دو نقطه $A\left|\begin{matrix}۲\\-۱\\۰\end{matrix}\right.$ و $B\left|\begin{matrix}۱\\۱\\۳\end{matrix}\right.$ چند صفحه می گذرد که بر صفحه $x-۲y-۳z+۴=۰$ عمود باشد .

۱) فقط یکی ۲) دو ۳) بیشمار ۴) نمی توان گفت

۵۱۳ـ بر روی پاره خط $AB=۶$ دو نقطه M و N طوری قرار دارند که چهار نقطه N و M و B و A توافقی هستند و $AM=۴$ میباشد طول MN کدام است ؟

۱) ۱۲ ۲) ۹ ۳) ۷/۵ ۴) ۸

۵۱۴ـ اگر دو نقطه M و N پاره خط AB را به نسبت توافقی ۳ تقسیم کنند دو نقطه A و B پاره خط MN را به چه نسبتی تقسیم میکنند ؟

۱) $\frac{۳}{۲}$ ۲) -۲ ۳) $\frac{-۳}{۲}$ ۴) ۲

۵۱۵ـ قرینه نقطه $A(۱ , ۲ , ۳)$ را نسبت به صفحه xoy نقطه A' و قرینه A' نسبت به صفحه yoz را A'' می نامیم ، مختصات نقطهٔ A'' کدام است ؟

۱) $A''(۱ , ۲ , -۳)$ ۲) $A''(-۱ , ۲ , -۳)$

۳) $A''(۱ , -۲ , ۳)$ ۴) $A''(-۱ , -۲ , -۳)$

۵۱۶ـ قرینهٔ نقطه $A(۱ , ۲ , ۳)$ نسبت به صفحه $x=y$ کدام است ؟

۱) $(۲ , ۱ , ۳)$ ۲) $(-۲ , ۱ , ۳)$

۳) $(۳ , ۲ , ۱)$ ۴) $(-۲ , -۱ , ۳)$

۵۱۷ـ هرگاه $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{۰}$ و $\vec{a}\wedge\vec{b}=\vec{V}$ حاصل $\vec{a}\wedge\vec{c}$ کدام است ؟

۱) $۲\vec{V}$ ۲) $-۲\vec{V}$ ۳) $\vec{V}$ ۴) $-\vec{V}$

۵۱۸ـ بر خط $D:\frac{x-۱}{۲}=\frac{y-۲}{۳}=\frac{z-۲}{۲}$ چند نقطه می توان یافت که به فاصله ۳ واحد از صفحه $P:۲x+۲y-z+۵=۰$ باشد ؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) بیشمار ۴) هیچ

۵۱۹ـ معادله خطی که از نقطه $M(۰ , ۱ , ۱)$ میگذرد و با محورهای oy و oz زاویه های متساوی تشکیل میدهد و بر خط D به معادلهٔ $\frac{x}{۳}=\frac{y}{۲}=z$ عمود باشد کدام است ؟

۱) $\frac{x}{۳}=\frac{y-۱}{\sqrt{۵}}=\frac{z-۱}{\sqrt{۵}}$ ۲) $\frac{x-۱}{۵}=\frac{y-۱}{\sqrt{۵}}=\frac{z-۱}{\sqrt{۵}}$

۳) $-x=y-۱=z-۱$ ۴) $\frac{x}{۳}=\frac{y-۱}{۲}=z-۱$

۵۲۰ـ صفحه $x+۲y+۳z-۶=۰$ محورهای مختصات را در A و B و C قطع میکند حجم هرم $OABC$ کدام است ؟

۱) ۶ ۲) ۲ ۳) ۱۲ ۴) ۴

۵۲۱ـ بازاء چه مقدار m سه بردار $\vec{V}(m+۱ , -۱ , ۲)$ و $\vec{U}(۱ , ۲ , -۳)$ $\vec{W}(۳ , -۴ , ۷)$ در یک صفحه میباشند ؟

۱) ۱ ۲) ۱- ۳) ۲ ۴) ۲-

۵۲۲ـ هرگاه $A(1, 2, 0)$ و $B(3, 0, -3)$ و $C(5, 2, 6)$ سه رأس مثلث ABC باشند مساحت مثلث ABC کدام است ؟

۱) ۷ ۲) ۱۲ ۳) ۱۴ ۴) ۶

۵۲۳ـ هرگاه $\vec{OA}+\vec{OB}+\vec{OC}=0$ باشد کدام مورد زیر صحیح است ؟

۱) سه بردار در یک صفحه هستند و هر یک در خارج زاویه دو بردار دیگر است .

۲) سه بردار کنجی منتظم پدید می آورند .

۳) سه بردار دو بدو بر هم عمود هستند .

۴) سه بردار هم راستا هستند .

۵۲۴ـ هرگاه $m\vec{a}+n\vec{b}+p\vec{c}=0$ باشند و m و n و p اعداد حقیقی باشند کدام مورد زیر درست است ؟

۱) سه بردار دو بدو بر هم عمود هستند .

۲) سه بردار با یک صفحه متوازی هستند .

۳) سه بردار هم مبدأ هستند .

۴) انتهای سه بردار بر هم منطبق است .

۵۲۵ـ قوت نقطه M نسبت به دایره $C(O, R)$ برابر $-3R^2$ است ، فاصله M تا مرکز دایره برابر است با :

۱) $\sqrt{2}R$ ۲) R

۳) $2R$ ۴) چنین نقطه ای وجود ندارد .

۵۲۶ـ قوت وسط ضلع BC از مثلث ABC نسبت به دایره محیطی مثلث به شعاع R برابر $-R^2$ است ، این مثلث :

۱) متساوی الساقین است . ۲) قائم الزاویه است .

۳) متساوی الاضلاع است . ۴) قائم الزاویه ومتساوی الساقین است .

۵۲۷ـ دو دایـــــره بـــــه مـــعادلات $C_1 : x^2+y^2+mx+2y-2=0$ و $C_2: 2x^2+2y^2+2x+my-4=0$ بازاء چه مقدار m بر هم عمود هستند ؟

۱) -3 ۲) -4 ۳) 4 ۴) 6

۵۲۸ـ مکان هندسی نقاطی که تفاضل قوتهای آنها نسبت به دو دایره مفروض مقدار ثابت k باشد .....

۱) یک دایره است .

۲) خطی موازی محور اصلی دو دایره است .

۳) محور اصلی دو دایره است .

۴) اگر $k=0$ باشد خطی موازی محور اصلی دو دایره است .

۵۲۹ـ چند دایره وجود دارد که بر سه دایره دو بدو متخارج عمود می باشد ؟

۱)یک دایره ۲)دو دایره ۳)سه دایره)چهار دایره

۵۳۰ـ چند دایره وجود دارد که بر دو دایره متداخل عمود می باشند ؟

۱)یک ۲)بیشمار ۳)هیچ ۴)دو

۵۳۱ـ اگر $ABCD$ یک تقسیم توافقی باشد بطوریکه $\overline{AB}=\overline{CD}$ نسبت $\frac{\overline{CA}}{\overline{CB}}$ کدام است ؟

۱) $(-\sqrt{2}+1)$ ۲) $-\sqrt{2}$ ۳) $1-\sqrt{2}$ ۴) $\sqrt{2}-1$

۵۳۲ـ معادلات پارامتری یک دایره به صورت $\begin{cases} x = 3\,Sin\,t - 4\,Cos\,t + 2 \\ y = 4\,Sin\,t + 3\,Cos\,t - 3 \end{cases}$ است ، شعاع این دایره کدام است ؟

۱) 5 ۲) 25 ۳) $2/5$ ۴) $\sqrt{13}$

۵۳۳ـ معادله مکان مرکز دایره ای به شعاع ۴ که بر دایره $x^2+y^2-2x=7$ عمود است ، کدام است ؟

۱) $x^2+y^2-2x-2y=14$ ۲) $x^2+y^2+2x+2y=23$

۳) $x^2+y^2+2x+2y=13$ ۴) $x^2+y^2-2x=23$

۵۳۴ـ به ازای چه مقدار a دو دایره $C:x^2+y^2-(a^2-1)x-2ay+(a+1)^2=0$ و $C':x^2+y^2-2x-2y=2$ بر هم عمودند ؟

۱) $a=2$ ۲) $a=-2$

۳)غیر ممکن ۴)برای هر عدد حقیقی a

۵۳۵ـ کمترین فاصله نقطه $M(7\ ,\ 5)$ از محیط دایره $(x+1)^2+(y+1)^2=25$ برابر است با :

۱) ۵ ۲) ۱۰ ۳) ۱۵ ۴) ۶

۵۳۶ـ دو دایره $C(O\ ,\ R)$ و $C'(O'\ ,\ R')$ درنقطه A مماس خارج می باشند مکان هندسی نقطه M که اگر از M دو مماس MT و MT' را بر دو دایره رسم کنیم $\frac{MT}{MT'}=\frac{R}{R'}$ باشد کدام است ؟

۱)دایره ای به مرکز وسط OO' ۲)خطی عمود بر OO'

۳)دایره ای که از نقطه A میگذرد . ۴)خطی که از نقطه A میگذرد .

۵۳۷ـ دو دایره به معادلات $C(x\ ,\ y)=x^2+y^2-2x+4y=0$ و $C'(x\ ,\ y)=x^2+y^2-3x+6y=0$ مفروضند مکان هندسی نقطه ای از صفحه دایره که قوت آن نسبت به دایره C دو برابر قوتش نسبت به دایره C' باشد کدام است ؟

۱) $(x-2)^2+(y+4)^2=20$ ۲) $(x+2)^2+(y+4)^2=20$

۳) $(x-2)^2+(y-4)^2=20$ ۴) $(x+2)^2+(y-4)^2=20$

۵۳۸ـ معادله محور دسته دایره ای که دو دایره C_1 و C_2 به معادلات زیر عضو هائی از آن باشند کدام است ؟

$C_1(x\ ,\ y)=x^2+y^2-2x+8y-4=0$ و $C_2(x\ ,\ y)=x^2+y^2+2x+4y-4=0$

۱) $x+y=0$ ۲) $y-x=0$ ۳) $x+y-1=0$ ۴) $y-x+1=0$

۵۳۹ـ در تست قبل معادلهٔ پایهٔ دسته دایره کدام است ؟

۱) $y=x+۳$ ۲) $y=۲x$ ۳) $y=-x-۳$ ۴) $y-x=-۳$

۵۴۰ـ دایره $C_۱: x^۲+y^۲-۲x-۴=۰$ و خط $\Delta: ۲y=x+۱$ به ترتیب عضو و محور دسته دایره ای میباشند معادلهٔ پایهٔ این دسته دایره کدام است ؟

۱) $y=۲x+۲$ ۲) $y=۲x$ ۳) $y=-۲x+۲$ ۴) $y=-۲x+۴$

۵۴۱ـ فاصله مرکز دایره $C(O\ ,\ R)$ از خط d واقع بر صفحه دایره $\frac{R}{۲}$ میباشد زاویه بین خط و دایره برابر است با :

۱) ۶۰° ۲) ۳۰° ۳) ۴۵° ۴) $Arctg\frac{۲}{۳}$

۵۴۲ـ قوت نقطه M واقع بر محور $x'ox$ نسبت به دایرهٔ $C: x^۲+y^۲-۳y=۵$ برابر ۱- میباشد ، مختصات M کدام است ؟

۱) $M(۲\ ,\ ۰)$ ۲) $M(۳\ ,\ ۰)$ ۳) $M(-۳\ ,\ ۰)$ ۴) $M(-۱\ ,\ ۰)$

۵۴۳ـ در دو دایره به شعاع های $۱+\sqrt{۳}$ و $۱-\sqrt{۳}$ اندازه خط المرکزین $\sqrt{۶}$ است زاویه بین این دو دایره برابر است با :

۱) $\frac{\pi}{۳}$ ۲) $\frac{۲\pi}{۳}$ ۳) $\frac{\pi}{۴}$ ۴) $\frac{\pi}{۶}$

۵۴۴ـ هرگاه s مساحت بیضی و s' مساحت دایره اصلی آن باشد کدام درست است ؟

۱) $s>s'$ ۲) $s<s'$

۳) $s=s'$ ۴) به اندازه های قطر بیضی بستگی دارد.

۵۴۵ـ مساحت یک بیضی $\frac{۴}{۵}$ مساحت دایره اصلی آن است . خروج از مرکز بیضی برابر است با :

۱) $\frac{۳}{۵}$ ۲) $\frac{۴}{۵}$ ۳) $\frac{\sqrt{۳}}{۵}$ ۴) ۲

۵۴۶ـ مرکز اصلی سه دایرهٔ $x^۲+y^۲=۱$ و $x^۲+y^۲-x=۰$ و $x^۲+y^۲+y=۰$ کدام است ؟

۱) $(۱ , ۰)$ ۲) $(۰ , ۰)$ ۳) $(-۱ , ۱)$ ۴) $(۱ , -۱)$

۵۴۷ـ زاویهٔ بین خط $y=x$ و دایرهٔ $x^۲-۴x+y^۲=۰$ کدام است ؟

۱) ۴۵° ۲) ۱۵° ۳) ۶۰° ۴) ۳۰°

۵۴۸ـ در مثلث ABC دو دایره به قطرهای AB و AC رسم میکنیم . محور اصلی این دو دایره کدام است ؟

۱) ارتفاع نظیر ضلع BC ۲) میانهٔ نظیر ضلع BC

۳) نیمساز داخلی زاویهٔ A ۴) هیچکدام

۵۴۹ـ در سهمی $y^۲=۶(x-۳)$ معادله خط هادی کدام است ؟

۱) $x=۳$ ۲) $x=۰$ ۳) $x=\frac{۳}{۲}$ ۴) $x=\frac{۲}{۳}$

۵۵۰ـ معادله یکی از خطوط هادی بیضی $\frac{x^۲}{a^۲}+\frac{y^۲}{b^۲}=۱$ کدام است ؟

۱) $x=\frac{۲۵}{۳}$ ۲) $x=\frac{۵}{۳}$ ۳) $y=\frac{۲۵}{۳}$ ۴) $y=\frac{۲۵}{۳}$

۵۵۱ـ اگر دایره $C:x^۲+y^۲+۴x+۲m=۰$ محیط دایره $C':x^۲+y^۲-۶x=۰$ را نصف کند داریم :

۱) $m=۱۵$ ۲) $m=-۱۵$ ۳) $m=۱۰$ ۴) $m=-۱۰$

۵۵۲ـ دسته دایره $x^۲+y^۲+mx+(m+۲)y+۱=۰$:

۱) دسته دایره متقاطع هستند . ۲) دسته دایره غیر متقاطع هستند .

۳) دسته دایره مماسند . ۴) بستگی به m دارد .

۵۵۳ـ بر دو نقطهٔ A و B چند دایره می گذرد که بر دایره $C(O , R)$ عمود می باشند ؟

۱) یک دایره ۲) دو دایره ۳) بیشمار ۴) وجود ندارد .

۵۵۴ـ مرکز دایره ای که بر سه دایره دو به دو مماس بر هم $C(O , R)$ و $C'(O' , R')$ و $C''(O'' , R'')$ عمود باشد کدام است ؟

۱) محل تلاقی سه میانه مثلث $OO'O''$

۲) محل تلاقی سه ارتفاع مثلث $OO'O''$

۳) محل تلاقی سه نیمساز مثلث $OO'O''$

۴) محل تلاقی سه عمود منصف مثلث $OO'O''$

۵۵۵ـ سه دایره به قطر اضلاع مثلث ABC رسم می کنیم مرکز اصلی این سه دایره :

۱) نقطهٔ تقارب میانه های مثلث است .

۲) نقطهٔ تقارب ارتفاعهای مثلث است .

۳) نقطهٔ تقارب نیمسازهای درونی مثلث است .

۴) نقطهٔ تقارب عمود منصفهای مثلث ABC است .

۵۵۶ـ رابطه $(a-۳)x^۲+۲y^۲+(b+۲)xy-۲x-۳y=۰$ معادلهٔ یک دایره است $(a+b)$ کدام است ؟

۱) -۵ ۲) ۵ ۳) ۳ ۴) -۱

۵۵۷ـ رابطه $x^۲+y^۲+۲x+۳y+m=۰$ در کدام حالت زیر معادلهٔ یک دایره با شعاع صفر است ؟

۱) $m=\frac{۷}{۴}$ ۲) $m=\frac{۱۱}{۴}$ ۳) $m=\frac{۹}{۴}$ ۴) $m=\frac{۱۳}{۴}$

۵۵۸ـ اندازه شعاع دایره $۲x^۲+۲y^۲-۴x-۶y-۳=۰$ برابر کدام است ؟

۱) ۶ ۲) $\frac{\sqrt{۱۷}}{۲}$ ۳) $\frac{\sqrt{۱۹}}{۲}$ ۴) ۸

۵۵۹ـ از نقطهٔ $M(۱\ ,\ ۲)$ چند قائم بر دایره $x^۲+y^۲-۲x+۴y-۱=۰$ می توان رسم کرد ؟

۱) هیچ ۲) یک ۳) بیشمار ۴) دو

۵۶۰ـ خطی که دایره های $x^۲-۲x+y^۲-۴y-۱=۰$ و $x^۲+۲x+y^۲-۸y-۱=۰$ را به

زاویه ۹۰° قطع میکند کدام است ؟

۱) $۲x+y=۱$ ۲) $x-y=۳$ ۳) $x+y=۳$ ۴) $x+۲y=۳$

۵۶۱ـ دایره غیر مشخص C ازنقطهٔ O وسط پاره خط AB همواره می گذرد ، مجموع قوتهای نقاط A و B نسبت به دایره برابر است با :

۱) $AB^۲$ ۲) $\frac{AB^۲}{۴}$

۳) $\frac{AB^۲}{۲}$ ۴)بستگی به شعاع دایره C دارد .

۵۶۲ـ مکان هندسی نقاطی که نسبت قوتهای آنها نسبت به دو دایره مفروض مقدار ثابت $K\neq ۱$ باشد ....

۱) دایره ای به مرکز وسط خط المرکزین است .

۲) خطی موازی محور اصلی است .

۳) یک دایره که با این دو دایره عضو یک دسته دایره می باشد .

۴) یک دایره عمود بر دو دایره مفروض است .

۵۶۳ـ معادله اقطار دایره ای به صورت $y=ax-۳a+۲$ می باشد ، فاصله مرکز این دایره تا خط $۳x+۴y-۲=۰$ برابر است با :

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۵۶۴ـ چند خط می توان رسم کرد که دو دایره راکه مماس خارجند به زاویه α قطع کند ؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۵۶۵ـ دو دایره $(x-۲)^۲+(y-۳)^۲=۱۶$ و $(x-۵)^۲+(y-۷)^۲=۱$ نسبت بهم چه وضعی دارند ؟

۱)مماس خارج ۲)مماس داخل ۳)متداخل ۴متخارج

۵۶۶ـ ازنقطه $A(۱\ ,\ ۲)$ چند قائم بردایره $x^۲+y^۲-۲x-۴y=۱$ می توان رسم کرد ؟

۱) ۱ ۲)هیچ ۳)بیشمار ۴) ۲

۵۶۷ـ بیضی $\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{4}=1$ و هذلولی $\frac{y^2}{4}-\frac{x^2}{9}=1$ نسبت به هم چه وضعی دارند ؟

۱)در یک نقطه بر هم مماسند . ۲)در دو نقطه بر هم مماسند .

۳)در چهار نقطه بر هم مماسند . ۴)در دو نقطه متقاطعند .

۵۶۸ـ فاصله دو کانون بیضی $4x^2+9y^2=1$ برابر کدام است ؟

۱) $\frac{1}{6}$ ۲) $\frac{\sqrt{5}}{6}$ ۳) $\frac{\sqrt{5}}{3}$ ۴) $\frac{\sqrt{5}}{2}$

۵۶۹ـ معادله بیضی به مرکز $O(1,-2)$ که در آن $x'ox \parallel FF'$ و $AA'=10$ و $FF'=8$ میباشد کدام است ؟

۱) $\frac{(x-1)^2}{25}+\frac{(y+2)^2}{16}=1$ ۲) $\frac{(x-1)^2}{16}+\frac{(y+2)^2}{25}=1$

۳) $\frac{(x-1)^2}{25}+\frac{(y+2)^2}{9}=1$ ۴) $\frac{(x-1)^2}{9}+\frac{(y+2)^2}{25}=1$

۵۷۰ـ مختصات مرکز تقارن هذلولی به مجانبهای $2x+3y=5$ و $3x-y=2$ کدام است ؟

۱) $(-2,3)$ ۲) $(7,-3)$ ۳) $(1,1)$ ۴) $(\frac{-1}{2},2)$

۵۷۱ـ اگر خروج از مرکز هذلولی به سمت یک میل کند هذلولی به سمت کدامیک از اشکال زیر میل خواهد کرد ؟

۱)پاره خط ۲)سهمی ۳)دو نیم خط ۴)بیضی

۵۷۲ـ اگر خروج از مرکز بیضی به سمت یک میل کند بیضی به سمت کدامیک از اشکال زیر میل خواهد کرد ؟

۱)دایره ۲)پاره خط ۳)دو نیم خط ۴)سهمی

۵۷۳ـ سطح محصور بین دو منحنی $x^2+y^2=4$ و $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$ کدام است ؟

۱) 2π ۲) 8π ۳) 4π ۴) 6π

۵۷۴ـ دو منحنی $x^2+y^2=9$ و $4x^2+9y^2=36$ نسبت به هم چه وضعی دارند ؟

۱)در چهار نقطه متقاطع هستند .　　۲)در دو نقطه مماسند .

۳)در دو نقطه متقاطع هستند .　　۴)در یک نقطه متقاطع هستند .

۵۷۵ـ دایره‌ای به قطر FF' را در نظر می گیریم که F و F' کانونهای یک هذلولی اند دراین صورت دایره و و هذلولی چه وضعی دارند ؟

۱)در چهار نقطه متقاطعند .　　۲)در دو نقطه بر هم مماسند .

۳)نامتقاطعند .　　۴)در یک نقطه متقاطعند .

۵۷۶ـ زاویه حاده بین مجانب های هذلولی $(y-2x+1)(y+2x+1)=3$ کدام است ؟

۱) 90°　　۲) 60°　　۳) 45°　　۴) 30°

۵۷۷ـ مختصات کانون سهمی $y^2-2y-2x-3=0$ کدام است ؟

۱) $F(-2\ ,\ -1)$　　۲) $F(\frac{-5}{2}\ ,\ 1)$　　۳) $F(-2\ ,\ 1)$　　۴) $F(\frac{-3}{2}\ ,\ 1)$

۵۷۸ـ معادله خط هادی سهمی $x^2-4x-4y-4=0$ کدام است ؟

۱) $y=-2$　　۲) $y=-3$　　۳) $y=2$　　۴) $y=3$

۵۷۹ـ در کانون سهمی $(y-2)^2=4(x+3)$ عمودی بر محور سهمی رسم کرده ایم تا سهمی را در نقاط A و B قطع کند AB برابر کدام است ؟

۱) ۱　　۲) ۲　　۳) ۴　　۴) ۳

۵۸۰ـ وتر مشترک دو سهمی $y^2=x$ و $y=x^2$ کدام است ؟

۱) $y=x$　　۲) $y=-x$

۳) $y=2x$　　۴)وتر مشترک ندارد .

۵۸۱ـ اندازه وتر مشترک دو سهمی $x=y^2$ و $y=x^2$ کدام است ؟

۱) $\sqrt{2}$　　۲) ۲　　۳) $\sqrt{3}$　　۴) $\sqrt{5}$

۵۸۲ـ اگر خط $\frac{x}{3}+\frac{y}{4}=1$ محورهای مختصات را در دو نقطه A و B قطع کند معادله دایره محاطی داخلی مثلث OAB (O مبدأ مختصات) کدام است ؟

۱) $x^2+y^2-2x-2y+1=0$ ۲) $x^2+y^2+2x+2y+1=0$

۳) $x^2+y^2-2x-2y-1=0$ ۴) $x^2+y^2+2x+2y-1=0$

۵۸۳ـ دو مماس عمود بر هم از دایرهٔ $C(O\,,\,R)$ یکدیگر را در نقطه M قطع قطع کرده‌اند طول OM کدام است ؟

۱) $R\sqrt{2}$ ۲) $\frac{2}{3}R$ ۳) R ۴) $2R$

۵۸۴ـ مکان هندسی نقطه $\begin{cases} x = 2\,Sin\,\alpha + 1 \\ y = 2 \end{cases}$ M کدام است ؟

۱)پاره خط ۲)یک نیم خط ۳)دو نیم خط ۴)خط

۵۸۵ـ مکان هندسی نقطه $\begin{cases} x = 3 \\ y = a^2 + \frac{1}{a^2} \end{cases}$ M کدام است ؟

۱)پاره‌خط ۲)یک‌نیم‌خط ۳)دو نیم‌خط ۴)خط

۵۸۶ـ مکان هندسی نقطه $\begin{cases} x = t + \frac{1}{t} \\ y = -2 \end{cases}$ M کدام است ؟

۱)پاره‌خط ۲)یک‌نیم‌خط ۳)دو نیم‌خط ۴)خط

۵۸۷ـ مکان هندسی نقطه $\begin{cases} x = Sin^2\,\alpha + 3 \\ y = Cos^2\,\alpha + 1 \end{cases}$ M کدام است ؟

۱)پاره‌خط ۲)یک‌نیم‌خط ۳)دو نیم‌خط ۴)دایره

۵۸۸ـ مکان هندسی نقطه $\begin{cases} x = 2\,Sin\,\alpha + 1 \\ y = 3\,Cos\,\alpha - 2 \end{cases}$ M کدام است ؟

۱)دایره ۲)هذلولی ۳)بیضی ۴)سهمی

۵۸۹ـ منحنی مکان نقطه $\begin{cases} x = 3\,tg\,\theta + 1 \\ y = 2\,Cotg\,\theta - 2 \end{cases}$ M چند محور تقارن دارد ؟

۱)هیچ ۲) ۲ ۳) ۱ ۴)بیشمار

۵۹۰ـ نقطه‌ای از خط $x+y=1$ که نسبت به دایرهٔ $x^2+y^2+x+y=0$ دارای کمترین قوت باشد کدام است ؟

۱) $(0, 0)$ ۲) $(\frac{-1}{2}, \frac{3}{2})$ ۳) $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ ۴) $(1, 0)$

۵۹۱ـ قوت کدام نقطه از محور yها نسبت به دایرهٔ $x^2+y^2+x-1=0$ برابر ۳ است ؟

۱) $(0, 1)$ ۲) $(0, 2)$ ۳) $(0, -1)$ ۴) $(0, 3)$

۵۹۲ـ نقطه ای از محور xها که قدر مطلق تفاضل قوتهای آن نسبت به دو دایرهٔ $x^2+y^2-1=0$ و $x^2+y^2-x-y-1=0$ برابر ۲ می باشد کدام است ؟

۱) $(2, 0)$ ۲) $(-2, 0)$

۳) $(1, 0)$ ۴)گزینه های ۱ و ۲ درست است.

۵۹۳ـ زاویهٔ حاده بین مجانب های هذلولی $y^2-3x^2=1$ کدام است ؟

۱) 60° ۲) 30° ۳) 45° ۴) 75°

۵۹۴ـ نمایش هندسی $(x+y)(x-y-1)=0$ کدام است ؟

۱)دایره است . ۲)دو خط عمود بر هم است .

۳)هذلولی است . ۴)دو خط متوازی است .

۵۹۵ـ دو نقطه $M(3, 5)$ و $N(1, 7)$ روی بیضی مفروضند اگر مماس های وارد بر بیضی در این دو نقطه متوازی باشند مرکز بیضی کدام است ؟

۱) $W(1, 2)$ ۲) $W(2, 6)$ ۳) $W(3, 2)$ ۴) $W(-2, -6)$

۵۹۶ـ هرگاه صفحه P با یکی از مولّد های سطح مخروطی دوّار به رأس S موازی باشد ($S \in P$) مقطع صفحه P با سطح مخروطی کدام است ؟

۱)دایره ۲)سهمی ۳)هذلولی ۴)بیضی

۵۹۷ـ کدامیک از خط های زیر در نقطه ای به طول صفر بر بیضی $x^2+4y^2=16$ مماس است ؟

۱) $x=2$ ۲) $x=4$ ۳) $y=2$ ۴) $y=4$

۵۹۸ـ خط Δ به معادله $3x+4y+1=0$ و هذلولی H به معادله $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$ مفروض اند در این صورت :

۱)خط Δ هذلولی H را قطع نمی کند .

۲)خط Δ هذلولی را در یک نقطه قطع می کند .

۳)خط Δ هذلولی H را در دو نقطه قطع می کند .

۴)خط Δ بر هذلولی H مماس است .

۵۹۹ـ معادله مکان هندسی نقطه $M(m^2\ ,\ 2m+1)$ کدام است ؟

۱) $y^2=4x$ ۲) $(y-1)^2=-4x$ ۳) $(y-1)^2=4x$ ۴) $(y+1)^2=-4x$

۶۰۰ـ مکان هندسی مرکز دایره $(x-a+1)^2+(y-a)^2=R^2$ کدام است ؟

۱) $x=y-1$ ۲) $x=y+1$ ۳) $x+y=-1$ ۴) $x+y=1$

۶۰۱ـ مکان هندسی رأس سهمی $(x-2a)^2=8(y-a)$ کدام است ؟

۱) $y=2x$ ۲) $y=2x+1$ ۳) $x=2y$ ۴) $y=2x-1$

۶۰۲ـ با ازاء چه مقدار a مجانب های هذلولی $(y-ax)(y+ax)=7$ بر هم عمود هستند ؟

۱) $a=0$ ۲)فقط $a=-1$ ۳)فقط $a=1$ ۴) $a=\pm 1$

۶۰۳ـ مکان هندسی مراکز دوایر مماس بر دو دایره متداخل کدام است ؟

۱)هذلولی ۲)بیضی ۳)دایره ۴)پاره خط

۶۰۴ـ دو نقطه از محیط و یک کانون بیضی ثابت می باشد مکان کانون دیگر چیست ؟

۱)بیضی ۲)هذلولی ۳)دایره ۴)سهمی

۶۰۵ـ دو نقطه از دو شاخه و یک کانون هذلولی ثابت می باشد مکان کانون دیگر چیست ؟

۱)بیضی ۲)هذلولی ۳)دایره ۴)سهمی

۶۰۶ـ مکان هندسی نقاطی که نسبت فواصلشان از یک نقطه ثابت و یک خط ثابت مقدار ثابت $\sqrt{3}$ باشد کدام است ؟

۱)بیضی است . ۲)دایره است .

۳)خط راست است . ۴)هذلولی است .

کنکور مرحله اول ۷۰-۶۹

۶۰۷ـ اگر $\vec{V}_1=(1, -1, 1)$ و $\vec{V}_2=(-1, 4, -5)$ آنگاه حاصل $|\vec{V}_1+\vec{V}_2|+\vec{V}_1.\vec{V}_2$ کدام است ؟

۱) -5 ۲) صفر ۳) 5 ۴) 15

۶۰۸ـ $\vec{V}_1=(1, 2, -1)$ و $\vec{V}_2=(3, 1, -1)$ آنگاه طول تصویر بردار $\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2$ روی محور oy چقدر است ؟

۱) 1 ۲) 2 ۳) 3 ۴) 6

۶۰۹ـ معادلهٔ صفحه ای که عمود بر خط $x-1=2y=z+1$ بوده و از نقطهٔ $A(1, 1, 1)$ می گذرد ، کدام است ؟

۱) $x+2y+z=-4$ ۲) $2x+y+2z=-5$

۳) $x+2y+z=4$ ۴) $2x+y+2z=5$

۶۱۰ـ معادله خطوطی که از نقطهٔ $A(3, 2, 1)$ می گذرند و با هر دو محور ox و oy زاویهٔ 60° می سازند کدام است ؟

۱) $x=3+\frac{1}{2}t$ و $y=2+\frac{1}{2}t$ و $z=1\pm\sqrt{2}t$

۲) $x=3+\sqrt{2}t$ و $y=2+\sqrt{2}t$ و $z=1\pm t$

۳) $x=3+t$ و $y=2+t$ و $z=1\pm\sqrt{2}t$

۴) $x=3+\frac{1}{2}t$ و $y=2+\frac{1}{2}t$ و $z=1\pm t$

۶۱۱ـ نقطهٔ B مزدوج A و نقطه C مزدوج D و مبدأ مختصات وسط CD اختیار شده است اگر فاصلهٔ نقطهٔ C و A از مبدأ به ترتیب ۴- و ۱۲- باشد فاصلهٔ نقطه B از مبدأ چقدر است ؟

۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) $\frac{۳}{۴}$ ۳) $\frac{-۴}{۳}$ ۴) ۳-

۶۱۲ـ واسطهٔ توافقی دو عدد ۳ و ۷ کدام است ؟

۱) $\frac{۵}{۲۱}$ ۲) $\frac{۱۰}{۲۱}$ ۳) $\frac{۲۱}{۵}$ ۴) $\frac{۲۱}{۱۰}$

۶۱۳ـ معادلهٔ کره ای که مرکز آن به مختصات (۳ , ۲ , ۱) و از نقطهٔ (۲- , ۱- , ۲) می گذرد کدام است ؟

۱) $x^۲+y^۲+z^۲+۴x-۲y+۴z=۴۹$

۲) $x^۲+y^۲+z^۲-۴x+۲y-۴z=۲۱$

۳) $x^۲+y^۲+z^۲+۲x+۴y+۶z=۴۹$

۴) $x^۲+y^۲+z^۲-۲x-۴y-۶z=۲۱$

۶۱۴ـ سه دایرهٔ $x^۲+y^۲=۱$ و $(x-۳)^۲+(y-۲)^۲=۱$ و $(x-\alpha)^۲+(y-\beta)^۲=R$ مرکز اصلی ندارند ، کدام رابطه بین α و β بر قرار است ؟

۱) $۳\alpha-۲\beta=۰$ ۲) $۳\beta-۲\alpha=۰$ ۳) $\alpha+۲\beta=۰$ ۴) $۲\alpha+۳\beta=۰$

۶۱۵ـ اگر دو دایرهٔ $C: x^۲+y^۲-۶x-۷=۰$ و $C': x^۲+y^۲+۶y+m=۰$ بر هم عمود باشند شعاع دایرهٔ C' چقدر است ؟

۱) $\sqrt{۲}$ ۲) $۲\sqrt{۲}$ ۳) ۲ ۴) ۴

۶۱۶ـ خروج از مرکز بیضی به معادله پارامتری $(۰ \le \theta \le ۲\pi)$

$$\begin{cases} x = ۲ + ۶\,Cos\,\theta \\ y = ۳ + ۴\,Sin\,\theta \end{cases}$$

کدام است

۱) $\frac{\sqrt{۳۰}}{۱۲}$ ۲) $\frac{\sqrt{۳۰}}{۱۲}$ ۳) $\frac{\sqrt{۲۰}}{۶}$ ۴) $\frac{\sqrt{۳۰}}{۶}$

۶۱۷ـ اگر نقطهٔ A در درون هذلولی باشد ، آنگاه قدر مطلق :

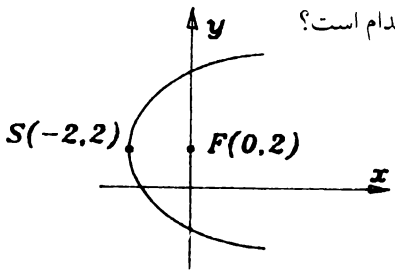
۱)تفاضل فاصله های آن از دو کانون از $2a$ بیشتر است .

۲)تفاضل فاصله های آن از دو کانون از $2c$ بیشتر است .

۳)تفاضل فاصله های آن از دو کانون از $2a$ کمتراست .

۴)تفاضل فاصله های آن از دو کانون از $2c$ کمتر است .

۶۱۸ـ معادلهٔ سهمی شکل مقابل کدام است؟



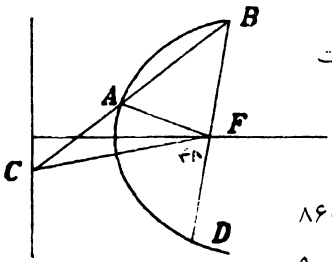
۱) $y^2=8x+4y+12$

۲) $y^2=4x+4y+4$

۳) $y^2=8x+8y+4$

۴) $y^2=4x+8y+12$

۶۱۹ـ در شکل مقابل F کانون و Δ خط هادی نظیر آن در یک مقطع مخروطی است اگر زاویهٔ $CFD=48^\circ$ باشد ، زاویه AFB چند درجه است؟



۱) ۸۴ ۲) ۸۶

۳) ۸۸ ۴) ۹۰

کنکور مرحله اول ۷۱-۷۰

۶۲۰ـ ضرب درونی بردارها در فضا کدام ویژگی را دارد؟

۱)بسته بودن ۲)جابجایی ۳)شرکت پذیری ۴)عضو خنثی

۶۲۱ـ اگر $\vec{V}_1 = \vec{j} + 2\vec{k}$ و $\vec{V}_2 = 2\vec{i} + \vec{k}$ باشد اندازه بردار $\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2$ چقدر است ؟

۱) $\sqrt{15}$ ۲) $\sqrt{17}$ ۳) $\sqrt{21}$ ۴) $\sqrt{22}$

۶۲۲ـ معادله صفحه‌ای که از نقطه $A(1, 1, -1)$ به موازات صفحهٔ $x+3z=2$ مرور می کند کدام است ؟

۱) $x+3y=4$ ۲) $x+3z=-2$ ۳) $y+3z=-2$ ۴) $y+3z=4$

۶۲۳ـ اگر دو خط به معادلات $2x+1=my+2=z+2$ و $mx+1=2y+1=4z+1$ بر هم عمود باشند m چقدر است ؟

۱) -4 ۲) -2 ۳) 2 ۴) 4

۶۲۴ـ اگر محور ox شعاع مزدوج نیمساز ناحیه اول و دو خط به ضریب زاویهٔ m و $2m$ دو شعاع مزدوج دیگر از یک دسته اشعه توافقی باشند m چقدر است ؟

۱) $\frac{2}{3}$ ۲) $\frac{3}{4}$ ۳) $\frac{4}{3}$ ۴) $\frac{3}{2}$

۶۲۵ـ ضریب زاویه محور اصلی دو دایره متخارج که مختصات مرکز آنها $(2, 1)$ و $(3, -1)$ می باشد کدام است ؟

۱) -2 ۲) $\frac{-1}{2}$ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) 2

۶۲۶ـ اگر دو دایره $x^2+y^2+mx+ny=0$ و $x^2+y^2+mx-ny=0$ بر هم عمود باشند کدام رابطه بین m و n بر قرار است ؟

۱) $m+n=0$ ۲) $mn=0$ ۳) $mn=1$ ۴) $m^2=n^2$

۶۲۷ـ با کدام اطلاعات معادلهٔ بیضی مشخص می شود ؟

۱) مختصات دو سر قطر اطوال و مختصات مرکز

۲) مختصات دو کانون و مختصات مرکز

۳) مختصات دو کانون و مختصات یک نقطه

۴) مختصات سه نقطه از بیضی

۶۲۸ـ معادله دایره اصلی بیضی $4x^2+9y^2-18y=27$ کدام است ؟

۱) $x^2+y^2-2y=8$ ۲) $x^2+y^2-2x=8$

۳) $x^2+y^2+2y=4$ ۴) $x^2+y^2+2x=4$

۶۲۹ـ معادله دایره های هادی هذلولی $x^2-y^2=8$ کدام است ؟

۱) $x^2+y^2\pm 4x=8$ ۲) $x^2+y^2\pm 8y=16$

۳) $x^2+y^2\pm 4y=8$ ۴) $x^2+y^2\pm 8x=16$

۶۳۰ـ اگر مبدأ مختصات رأس سهمی و محور طولها محور تقارن آن باشد آنگاه رأس سهمی وسط تحت .....

۱) قائم و تحت قائم در هر نقطه برابر پارامتر سهمی است .

۲) قائم و تحت مماس در هر نقطه برابر پارامتر سهمی است .

۳) مماس و تحت قائم در هر نقطه برابر پارامتر سهمی است .

۴) مماس و تحت مماس در هر نقطه برابر پارامتر سهمی است .

۶۳۱ـ e خروج از مرکز دایره به عنوان یک مقطع مخروطی در کدام رابطه صدق می کند ؟

۱) $e=0$ ۲) $e=1$ ۳) $0<e<1$ ۴) $e>1$

کنکور مرحله اول ۷۲-۷۱

۶۳۲ـ $\vec{V}_1$ و $\vec{V}_2$ و $\vec{V}_3$ سه بردار و $\vec{V}_3=0$. ($\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2$) کدام گزینه در مورد این سه بردار صحیح است ؟

۱) $\vec{V}_1$ بر $\vec{V}_2$ و $\vec{V}_2$ بر $\vec{V}_3$ عمود است .

۲) $\vec{V}_2 \wedge \vec{V}_1$ موازی $\vec{V}_3$ است .

۳) $\vec{V}_1$ و $\vec{V}_2$ و $\vec{V}_3$ در یک صفحه قرار دارند .

۴) $\vec{V}_1$ بر $\vec{V}_2$ و $\vec{V}_3$ عمود است .

۶۳۳ـ معادلهٔ صفحه ای که از نقطه $A(1, 2, 3)$ بگذرد و بر محور oy عمود باشد ، کدام است ؟

۱) $x+y+z=6$ ۲) $x+z=4$

۳) $x+y=3$ ۴) $y=2$

۶۳۴ـ مجموع طول و عرض و ارتفاع نقطه بر خورد دو خط به معادلات $\frac{x}{2}=\frac{y-1}{3}=z$ و $\frac{1-x}{3}=\frac{-y}{2}=z+2$ چقدر است ؟

۱) -4 ۲) -5 ۳) 4 ۴) 5

۶۳۵ـ معادلهٔ صفحهٔ شامل دو خط به معادلات $\begin{cases} x = t \\ y = 2t + 1 \\ z = t \end{cases}$ Δ و $\begin{cases} x = t \\ y = t + 1 \\ z = 2t \end{cases}$ Δ' کدام است ؟

۱) $x-y-3z+1=0$ ۲) $x-3y+z+3=0$

۳) $3x-y-z+1=0$ ۴) $x-y-z+1=0$

۶۳۶ـ در تقسیم توافقی $(ABCD)$ ، $CD=4\sqrt{3}$ ، $AB=4$ و O وسط پاره خط CD است $\overline{OA}$ چقدر است ؟

۱) -2 ۲) 2 ۳) 3 ۴) -3

۶۳۷ـ در متوازی الاضلاع $ABCD$ شعاع مزدوج توافقی AC نسبت به AB و AD کدام خط است ؟

۱) عمود بر AC ۲) عمود بر BD

۳) موازی BD ۴) نیمساز خارجی زاویه A

۶۳۸ـ اگر محور یک دسته دایره ، عضوی از آن دسته را در دو نقطه قطع کند ، ...

۱) بر هر دایره دیگر آن دسته مماس است .

۲) حداقل بر یک عضو از آن دسته مماس است .

۳) فقط یک دایرهٔ دیگر آن دسته را در همان دو نقطه قطع می کند .

۴) هر دایرهٔ دیگر آن دسته را نیز در همان دو نقطه قطع می کند .

۶۳۹ـ معادله محور اصلی دو دایره با شعاعهای مساوی به صورت $x+y=0$ است ، اگر معادله یک دایره $x^2+y^2+2x=0$ باشد ، مختصات مرکز دایرهٔ دیگر کدام است ؟

۱) $(1 , -1)$ ۲) $(0 , -1)$ ۳) $(0 , 1)$ ۴) $(1 , 1)$

۶۴۰ـ معادلهٔ سهمی که کانون آن به مختصات $(2 , 7)$ و خط هادی آن $x=5$ می باشد کدام است ؟

۱) $y^2-4x+4y+28=0$ ۲) $y^2+4x-4y+28=0$

۳) $y^2+4x+4y+28=0$ ۴) $y^2-4x-4y+28=0$

۶۴۱ـ مساحت محدود به بیضی به معادلهٔ $3y^2+4x^2+8x-6y=5$ و دایرهٔ اصلی آن کدام است ؟

۱) $\pi(2-\sqrt{3})$ ۲) $2\pi(3-\sqrt{2})$

۳) $2\pi(2-\sqrt{3})$ ۴) $\pi(3-\sqrt{2})$

۶۴۲ـ فاصله خط هادی یک هذلولی از مرکز آن برابر ۶ و خروج از مرکز هذلولی برابر $\frac{4}{3}$ است ، طول قطر قاطع این هذلولی $(2a)$ کدام است ؟

۱) ۸ ۲) ۹ ۳) ۱۲ ۴) ۱۶

۶۴۳ـ از نقطهٔ دلخواه P واقع برخط هادی یک مقطع مخروطی دو مماس رسم نموده ایم ، خط عمود از نقطهٔ P بر خط ....

۱) گذرنده از نقاط تماس پاره خط محدود به نقاط تماس را نصف می کند .

۲) گذرنده ازنقاط تماس از کانون مقطع مخروطی می گذرد .

۳) هادی نیمساز زاویه حاصل از دو مماس است .

۴) هادی پاره خط محدود به نقاط تماس را نصف می کند .

کنکور مرحله اول ۷۳-۷۲

۶۴۴ـ اگر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ و $\vec{c}$ سه بردار غیر صفر فرض شوند $\vec{a}.(\vec{b} \wedge \vec{c})$ برابر کدام است ؟

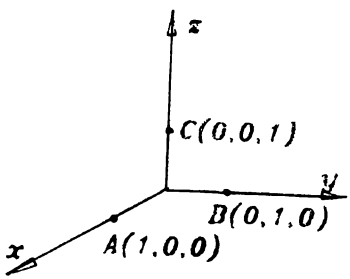
۱) $(\vec{a}.\vec{c}) \wedge \vec{b}$

۲) $\vec{a}.(\vec{c} \wedge \vec{b})$

۳) $(\vec{a}.\vec{b}) \wedge \vec{c}$

۴) $(\vec{a} \wedge \vec{b}).\vec{c}$

۶۴۵ـ در شکل مقابل OA و OB و OC سه یال یک مکعب هستند ، فاصلهٔ مرکز مکعب از صفحهٔ گذرنده از نقاط A و B و C کدام است ؟



۱) $\frac{\sqrt{۳}}{۶}$

۲) $\frac{\sqrt{۲}}{۶}$

۳) $\frac{\sqrt{۲}}{۸}$

۴) $\frac{\sqrt{۳}}{۸}$

۶۴۶ـ معادلهٔ خط عمود بر دو محور oz و oy به کدام صورت است ؟

۱) $\begin{cases} z = a \\ x + y = b \end{cases}$

۲) $\begin{cases} x = ۰ \\ y = z \end{cases}$

۳) $\begin{cases} z = a \\ y = b \end{cases}$

۴) $\begin{cases} x = a \\ x + y = b \end{cases}$

۶۴۷ـ فاصلهٔ بین دو صفحهٔ موازی با معادلات $x-y-2z=6$ و $2x-2y-4z=24$ کدام است ؟

۱) $\sqrt{3}$ ۲) $\sqrt{6}$ ۳) ۳ ۴) ۶

۶۴۸ـ فاصلهٔ نقاط A و B از مبدأ O به ترتیب ۴ و ۴- می باشد ، اگر A و B مزدوج توافقی هم نسبت به C و D باشند $\overline{OC}\,.\,\overline{OD}$ چقدر است ؟

۱) ۰ ۲) ۸- ۳) ۸ ۴) ۱۶

۶۴۹ـ بر کدام سه دایره که مراکز آنها بر یک استقامت نباشد نمی توان دایره ای عمود کرد ؟

۱) دو به دو متقاطع

۲) دو به دو متخارج

۳) دو به دو متداخل

۴) دو دایره متقاطع سومی مماس خارج بر آن دو

۶۵۰ـ دسته دوایر $a(x^2+y^2-2x)+b(x^2+y^2-2y)=0$ مفروض است ، شعاع دایره ای از این دسته که از نقطهٔ $(2-\,,\,2)$ می گذرد کدام است ؟

۱) $\sqrt{10}$ ۲) $\frac{\sqrt{10}}{2}$ ۳) $\frac{\sqrt{10}}{3}$ ۴) $\frac{\sqrt{10}}{4}$

۶۵۱ـ معادلهٔ مزدوج دسته دوایر $x^2+y^2-2by-1=0$ کدام است ؟

۱) $x^2+y^2+2ay-1=0$ ۲) $x^2+y^2+2ax-1=0$

۳) $x^2+y^2-2ax+1=0$ ۴) $x^2+y^2-2ay+1=0$

۶۵۲ـ در کدام حالت ، مقطع صفحهٔ P با یک سطح مخروطی دوّار که مولّد آن خط D و محورآن خط Δ و رأس آن نقطهٔ S است ، یک سهمی است :

۱) P موازی D ۲) P موازی Δ

۳) P مارّ بر S و شامل D ۴) P مارّ بر S و شامل Δ

۶۵۳ـ نقطهٔ M در خارج بیضی به معادلهٔ $3x^2+2y^2-6y=\frac{15}{2}$ نیست ، بیشترین مقدار مجموع فواصل M از دو کانون کدام است ؟

۱) $2\sqrt{2}$ ۲) ۴ ۳) $2\sqrt{6}$ ۴) ۶

۶۵۴ـ در هذلولی به معادلهٔ $4x^2-y^2+2y=9$ فاصلهٔ هر کانون از خط مجانب کدام است ؟

۱) $\sqrt{2}$ ۲) $2\sqrt{2}$ ۳) ۲ ۴) ۴

۶۵۵ـ تمام دایره های به مرکز $M(x, y)$ واقع بر سهمی $3y=x^2-2x-2$ گذرنده بر کانون آن بر کدام خط ثابت همواره مماس هستند ؟

۱) $x=\frac{5}{4}$ ۲) $x=\frac{3}{4}$ ۳) $y=\frac{-1}{4}$ ۴) $y=\frac{-7}{4}$

کنکور مرحله اول ۷۴-۷۳

۶۵۶ـ معادله صفحه عمود بر خط $\Delta \equiv x=-2y=z$ و گذرنده از نقطه $(-1\ ,\ 2\ ,\ 1)$ کدام است ؟

۱) $2x-y+2z+2=0$ ۲) $x-2y+z+4=0$

۳) $-x-2y+z+2=0$ ۴) $x+2y-z+4=0$

۶۵۷ـ معادله عمود مشترک دو خط $\begin{cases} x=1 \\ z=0 \end{cases}$ و $\begin{cases} x=0 \\ y=2 \end{cases}$ کدام است ؟

۱) $z+x=1$ و $y=0$ ۲) $y+2x=2$ و $z=0$

۳) $x=1$ و $y=0$ ۴) $y=2$ و $z=0$

۶۵۸ـ طول بردار حاصلضرب برونی $\vec{V}_1(0\ ,\ 1\ ,\ 2)$ و $\vec{V}_2(-1\ ,\ 1\ ,\ 0)$ کدام است ؟

۱) 3 ۲) 2 ۳) $2\sqrt{2}$ ۴) $2\sqrt{3}$

۶۵۹ـ در شش ضلعی منتظم $ABCDEF$ شعاع مزدوج توافقی AB نسبت به AD و AF در کدام امتداد است ؟

۱) AC ۲) AE ۳) عمود بر AC ۴) موازی BF

۶۶۰ـ مرکز اصلی سه دایره C و C' و C'' که C و C' در داخل C'' قرار دارند کجا است ؟

۱) در داخل یکی از دو دایره C یا C'

۲) در داخل مثلث به رؤس مراکز سه دایره

۳) در داخل C'' و خارج C و C'

۴) در خارج سه دایره

۶۶۱ـ دسته دوایر به معادله $(x-\alpha)^2+(y-\beta)^2=9$ از خط $2x+y+3=0$ وترهای مساوی به طول ۴ جداکرده اند ، مرکز آنها بر روی کدام خط است ؟

۱) $2x+y=0$ ۲) $2x+y=2$

۳) $2x+y=3$ ۴) $2x+y=4$

۶۶۲ـ فاصله دو خط هادی مقطه مخروطی به معادله $x^2+\frac{4}{3}y^2=1$ کدام است ؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۶

۶۶۳ـ اگر فاصله کانونی یک بیضی را نصف و قطر بزرگ آن را دو برابر کنیم خروج از مرکز بیضی جدید چند برابر می شود ؟

۱) $\frac{1}{4}$ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) ۲ ۴) ۴

۶۶۴ـ مکان هندسی تصاویر کانون سهمی نسبت به خطوط مماس بر آن ، کدام است ؟

۱) بیضی ۲) خط راست ۳) دایره ۴) سهمی

۶۶۵ـ یک شعاع نورانی در امتداد خط $y=2$ بر سهمی به معادله $y^2=8x$ می تابد ضریب زاویه خط شعاع انعکاس کدام است ؟

۱) $\frac{-4}{3}$ ۲) $\frac{-2}{3}$ ۳) $\frac{3}{4}$ ۴) $\frac{3}{2}$

۶۶۶ـ در یک هذلولی دو دایره هادی و دایره اصلی آن از یک نقطه گذشته اند خروج از مرکز هذلولی کدام است ؟

۱) $\sqrt{2}$ ۲) $\frac{3}{2}$ ۳) $\sqrt{3}$ ۴) ۲

فصل ششم : پاسخ تشریحی تستها

۱ـ (۱)با توجه به آنکه نقطهٔ $(\sqrt{۳}\ ,\ ۱)$ در ناحیه اول است زاویه حاده است و داریم :

$$\begin{cases}\rho=\sqrt{x^{۲}+y^{۲}}\\ \theta=Arctg\frac{y}{x}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\rho=\sqrt{۳+۱}\\ \theta=Arctg\frac{۱}{\sqrt{۳}}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\rho=۲\\ \theta=\frac{\pi}{۶}\end{cases}$$

روش دوم : می توان فقط زاویه را محاسبه نمود داریم: $Sin\ \theta=\frac{۱}{۲}\Rightarrow\theta=\frac{\pi}{۶}$

۲ـ (۲)

$$\begin{cases}x=\rho\,Cos\,\theta\\ y=\rho\,Sin\,\theta\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=۲\,Cos\frac{\pi}{۳}\\ y=۲\,Sin\frac{\pi}{۳}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=۱\\ y=\sqrt{۳}\end{cases}$$

۳ـ (۱)

$$Cos(\vec{V}_{۱},\vec{V}_{۲})=\frac{\vec{V}_{۱}\cdot\vec{V}_{۲}}{|\vec{V}_{۱}|\ |\vec{V}_{۲}|}=\frac{۲+۲+۰}{\sqrt{۲}.\sqrt{۹}}=\frac{۲\sqrt{۲}}{۳}$$

۴ـ (۴) اندازه جبری تصویر $\vec{V}_{۱}$ روی $\vec{V}_{۲}$ برابر $|\vec{V}_{۱}|\ Cos(\vec{V}_{۱},\vec{V}_{۲})$ است چون $|\vec{V}_{۱}|=\sqrt{۱۸}$ داریم:

$$|\vec{V}_{۱}|\ Cos(\vec{V}_{۱},\vec{V}_{۲})=\sqrt{۱۸}\ \frac{\vec{V}_{۱}\cdot\vec{V}_{۲}}{|\vec{V}_{۱}|\ |\vec{V}_{۲}|}=$$

$$\sqrt{۱۸}\ \frac{-۸+۲+۲}{\sqrt{۱۸}\sqrt{۱۲}} = \frac{-۲\sqrt{۳}}{۳}$$

روش دوم : $\vec{V}_۱ . \vec{V}_۲ = |\vec{V}_۱|\,|\vec{V}_۲|\, Cos(\vec{V}_۱, \vec{V}_۲)$

$$\Rightarrow \vec{V}_۱ Cos(\vec{V}_۱, \vec{V}_۲) = \frac{\vec{V}_۱ . \vec{V}_۲}{|\vec{V}_۲|} = \frac{-۸+۲+۲}{\sqrt{۱۲}} = \frac{-۲\sqrt{۳}}{۳}$$

۵ـ (۲) بردارها بصورت $\vec{AB}(-۳, -۱, ۱)$ و $\vec{AC}(-۱, ۲, ۰)$ خواهند بود و داریم :

$$\vec{V} = \vec{AB} \wedge \vec{AC} = \begin{vmatrix} -۳ & -۱ & ۱ \\ -۱ & ۲ & ۰ \\ \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \end{vmatrix} = -۲\,\vec{i} - \vec{j} - ۷\,\vec{k}$$

نکته : اگر $\vec{V}_۱(x_۱, y_۱, z_۱)$ و $\vec{V}_۲(x_۲, y_۲, z_۲)$ دو بردار باشند در این صورت حاصل ضرب خارجی دو بردار $\vec{V}_۱$ و $\vec{V}_۲$ برابر است با :

$$\vec{V}_۱ \wedge \vec{V}_۲ = \begin{vmatrix} x_۱ & y_۱ & z_۱ \\ x_۲ & y_۲ & z_۲ \\ \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \end{vmatrix}$$

$$= (y_۱z_۲ - y_۲z_۱)\,\vec{i} + (z_۱x_۲ - z_۲x_۱)\,\vec{j} + (x_۱y_۲ - x_۲y_۱)\,\vec{k}$$

۶ـ (۴) از آنجا که دو بردار $\vec{a} + \vec{b}$ و $\vec{a} - \vec{b}$ به ترتیب نیمسازهای داخلی و خارجی دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ هستند لذا بر یکدیگر عمود بوده و در نتیجه $(\vec{a} + \vec{b}) . (\vec{a} - \vec{b})$ برابر صفر است .

روش دوم :

$$(\vec{a}+\vec{b}).(\vec{a}-\vec{b})=|\vec{a}|^{۲}+\vec{b}.\vec{a}-\vec{a}.\vec{b}-|\vec{b}|^{۲}=$$

$$|\vec{a}|^{۲}-|\vec{b}|^{۲}=۰$$

روش سوم : $|\vec{a}|=|\vec{b}| \Rightarrow (\vec{a}+\vec{b})=$ یا $(\vec{a}-\vec{b})=۰ \Rightarrow$

$$(\vec{a}+\vec{b})(\vec{a}-\vec{b})=۰$$

۷ـ (۴) در حالتی که دو صفحه بر یک خط عمود باشند با یکدیگر موازیند .

۸ـ (۳) بر دارهای $\vec{AB}(-۱,-۱,۱)$ و $\vec{AC}(-۲,۱,۲)$ را در نظر بگیرید داریم :

$$A=Arc\,Cos(\vec{AB},\vec{AC})=Arc\,Cos\frac{\vec{AB}.\vec{AC}}{|\vec{AB}|\;|\vec{AC}|}$$

$$=Arc\,Cos\frac{۲-۱+۲}{\sqrt{۳}\sqrt{۹}}=Arc\,Cos\frac{\sqrt{۳}}{۳}$$

۹ـ (۴) مساحت مثلث دلخواه ABC برابر $\left|\vec{AB}\wedge\vec{AC}\right|$ $\frac{۱}{۲}$ است

$$S=\frac{۱}{۲}\left|\vec{AB}\wedge\vec{AC}\right|=\frac{۱}{۲}\sqrt{۹+۰+۹}=\frac{۳\sqrt{۲}}{۲}$$

روش دوم : $S=\frac{۱}{۲}ab\,Sin\,\alpha=\frac{۱}{۲}\sqrt{۳}\times۳\sqrt{۱-\frac{۱}{۳}}=\frac{۳\sqrt{۲}}{۲}$

۱۰ـ (۲) زاویه بردار $a\vec{i}+b\vec{j}+c\vec{k}$ با محور های x و y و z به ترتیب برابر

$Arc\,Cos\frac{a}{\sqrt{a^{۲}+b^{۲}+c^{۲}}}$ و $Arc\,Cos\frac{b}{\sqrt{a^{۲}+b^{۲}+c^{۲}}}$ و

$Arc\,Cos\frac{c}{\sqrt{a^{۲}+b^{۲}+c^{۲}}}$ است . لذا زاویه بردار $\vec{V}$ با محور y ها برابر

$Arc\ Cos\frac{-۲\sqrt{۳}}{\sqrt{۱۶}}$ یا $\frac{۵\pi}{۶}$ است .

۱۰۱ـ(۲) کسینوسهای هادی امتداد بردار $\vec{V}(a\ ,\ b\ ,\ c)$ بصورت $\frac{a}{|\vec{V}|}$ و $\frac{b}{|\vec{V}|}$ و $\frac{c}{|\vec{V}|}$ هستند .

در سوال اخیر $|\vec{V}|=۳$ و کسینوسهای هادی $\frac{-۲}{۳}$ و $\frac{-۱}{۳}$ و $\frac{۲}{۳}$ هستند .

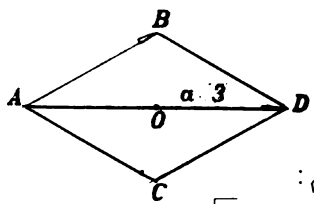
۱۲ـ(۴) اگر A و B دو نقطه روی محوری با بردار واحد $\vec{i}$ باشند بردار $\vec{AB}$ برابر $AB\ .\ \vec{i}$ می باشد در اینجا نقطه علامت ضرب عدد حقیقی AB در یک بردار است . (ضرب اسکالر)

۱۳ـ(۲) بردار $\vec{OA}$ با $\vec{OB}$ همراستا است .

۱۴ـ(۳) اگر معادله صفحه P بصورت $P(x\ ,\ y\ ,\ z)=ax+by+cz+d=۰$ باشد در این صورت نقطه $A(a\ ,\ b\ ,\ c)$ روی صفحه P است اگر و فقط اگر $P(a\ ,\ b\ ,\ c)=۰$ باشد .

اگر $B(a'\ ,\ b'\ ,\ c')$ نقطه دیگری باشد و نقاط A و B روی صفحه P نباشند در این صورت A و B در دو طرف صفحه P واقع هستند اگر $P(a\ ,\ b\ ,\ c)$ و $P(a'\ ,\ b'\ ,\ c')$ مختلف العلامه باشند و A و B یک طرف P اند اگر $P(a\ ,\ b\ ,\ c)$ و $P(a'\ ,\ b'\ ,\ c')$ هم علامت باشند .

۱۵ـ(۲) در شکل مقابل $\vec{AD}$ بر آیند $\vec{AB}$ و $\vec{AC}$ است و چون $\vec{AB}$ و $\vec{AC}$ برابرند لذا $\vec{AD}$ نیمساز زاویه بین آندو است اگر قرار دهیم $\theta=(\vec{AB},\ \vec{AC})$ در مثلث ABO داریم :



$$Cos\frac{\theta}{۲}=\frac{AO}{AB}=\frac{\frac{a\sqrt{۳}}{۲}}{a}=\frac{\sqrt{۳}}{۲}\Rightarrow$$

$$\frac{\theta}{۲}=\frac{\pi}{۶} \Rightarrow \theta=\frac{\pi}{۳}$$

روش دوم : بر آیند دو بردار بطول a برداری بطول $۲aCos\frac{\theta}{۲}$ است که θ زاویه بین دو بردار است لذا $a\sqrt{۳}=۲aCos\frac{\theta}{۲}$ یا $\theta=\frac{\pi}{۳}$ است .

۱۶ـ (۴) طبق تعریف $|\vec{V}_۱|\,.\,|\vec{V}_۲|=|\vec{V}_۱|\,|\vec{V}_۲|\,Cos(\vec{V}_۱,\vec{V}_۲)$ است .

۱۷ـ (۴) اگر $ABCD$ یک چهار ضلعی باشد و نقطه دلخواه در صفحه چهار ضلعی باشد در این صورت $\vec{OA}+\vec{OC}=\vec{OB}+\vec{OD}$ است .

روش دوم : در حالت خاص می توان O را محل برخورد دو قطر در نظر گرفت .

۱۸ـ (۴) $\vec{V}_۱.\vec{V}_۲=|\vec{V}_۱|\,|\vec{V}_۲|\,Cos(\vec{V}_۱,\vec{V}_۲)=۳\times۴\times\frac{\sqrt{۲}}{۲}=۶\sqrt{۲}$

۱۹ـ (۴) بردار واحد یک محور برداریست بطول یک که هم مبداء و همجهت با آن محور است .

۲۰ـ (۲) اگر مقادیر اصلی زوایای (D',D) و (D,D') را در نظر بگیریم این دو مجموعشان صفر می باشد و مجموع مقادیر غیر اصلی مضربی از ۲π می باشد.

۲۱ـ (۳) در نقطه برخورد با صفحه xoy مقدار z مساوی صفر است و لذا $\frac{۱}{۵}t+۴=۰$ یا $t=-۲۰$ می باشد در نتیجه $y=-۱۷$ و $x=۱۴$ است و اکنون فاصله $A(-۱,-۱,۱۲)$ و $B(۱۴,-۱۷,۰)$ برابر $\sqrt{(۱۵)^۲+(-۱۶)^۲+(-۱۲)^۲}$ یا ۲۵ است .

۲۲ـ (۱)

$$\vec{a}.(\vec{b}+۲\vec{c})=\vec{a}.\vec{b}+۲\vec{a}.\vec{c}=(-۲+۳+۰)+۲(۲+۲+۰)=۹$$

روش دوم :

$\vec{b}+۲\vec{c}=\vec{V}(۱,۷,۱۰)$ و $\vec{a}(۲,۱,۰)\Rightarrow \vec{a}.(\vec{b}+۲\vec{c})=۲+۷+۰=۹$

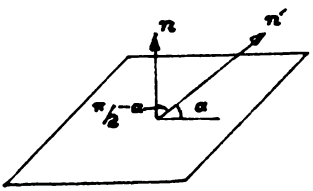
۲۳ـ(۳) از تساوی $\vec{OA}.\vec{OB}=۰$ تساوی $m-۱+۲m+۰=۰$ یا $m=\frac{۱}{۳}$

نتیجه می شود توجه کنید که وقتی دو بردار بر هم عمودمی باشند ضرب درونی آنها صفر است .

۲۴ـ(۳) واضح است که گزینه ۳ صحیح است و توجه کنید که در گزینه های ۱ و ۲ ممکن است خط درون صفحه باشد و در گزینه ۴ نیز ممکن است صفحه شامل هر دو خط باشد .

۲۵ـ(۳) گزینه ۳ برابر $\frac{-\vec{V}}{|\vec{V}|}$ است و بطول واحد و همراستا و مختلف الجهت با $\vec{V}$ است .

روش دوم : دو بردار $\vec{V}(a,b,c)$ و $\vec{V}_۱(a',b',c')$ موازیند اگر و فقط اگر $\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}=\frac{c}{c'}$ باشد .



۲۶ـ(۳) با توجه به شکل مقابل زاویه خط $\frac{x-x_۰}{p}=\frac{y-y_۰}{q}=\frac{z-z_۰}{r}$ با صفحه به معادلهٔ $ax+by+cz=d$ برابر

$Arc\,Sin\frac{\vec{n}.\vec{n}'}{|\vec{n}|\,|\vec{n}'|}$ است

که $\vec{n}(a,b,c)$ و $\vec{n}'(p,q,r)$ بترتیب بردارنرمال بر صفحه و بردار پارامترهای هادی هستند در تست اخیر زاویه برابر $Arc\ Sin\frac{\sqrt{۳}}{۳}$ است .

۲۷ـ(۳) دو نقطه A و B و صفحه P مفروض می باشند اگر بردار $\vec{AB}(-۳,-۱,۲)$ عمود بر P باشد یعنی $\vec{AB}\,||\,\vec{n}$ باشد بی نهایت صفحه

موجود است که شامل A و B بوده و بر P عمود است و اگر بردار $\overrightarrow{AB}$ عمود بر P نباشد فقط یک صفحه موجود است که از A و B گذشته و بر P عمود است.

۲۸ـ (۳) اگر $\vec{V}_1(x_1, y_1, z_1)$ و $\vec{V}_2(x_2, y_2, z_2)$ باشد داریم:

$$\vec{V}_1 . \vec{V}_2 = x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2$$

روش دوم: حاصل عبارت $x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2$ یک عدد جبری است و حاصل گزینه ۳ نیز یک عدد است ولی بقیه گزینه ها بردار هستند.

۲۹ـ (۴) $\vec{V}_1 . \vec{V}_2 = (1, 2, -1).(2, -1, 3) = 2-2-3 = -3$

۳۰ـ (۲) حاصل عبارت مذکور برابر $\dfrac{\vec{V}_1 . \vec{V}_2}{|\vec{V}_1| . |\vec{V}_2|}$ یا $Cos(\vec{V}_1, \vec{V}_2)$ است.

۳۱ـ (۴) $\vec{V}_1 . \vec{V}_2 = |\vec{V}_1| |\vec{V}_2| Cos(\vec{V}_1, \vec{V}_2) = |\vec{V}_1| m = m |\vec{V}_1|$

۳۲ـ (۴) حاصلضرب داخلی $\vec{V}$ و بردار گزینه چهار برابر صفر است.

۳۳ـ (۳) مقدار اصلی (D, D') زاویه‌ای در فاصله $[-\pi, \pi]$ است که برابر $\frac{\pi}{3}$ است.

۳۴ـ (۱)

$$\frac{|\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2|}{\vec{V}_1 . \vec{V}_2} = \frac{|\vec{V}_1| \, |\vec{V}_2| \, Sin(\vec{V}_1, \vec{V}_2)}{|\vec{V}_1| \, |\vec{V}_2| \, Cos(\vec{V}_1, \vec{V}_2)} = tg(\vec{V}_1, \vec{V}_2)$$

روش دوم: در ضرب برداری Sin و در ضرب عددی Cos داریم و خارج قسمت ایندو tg خواهد بود.

۳۵ـ (۲) برای دو بردار $\vec{V}_1$ و $\vec{V}_2$ همواره $\vec{V}_1 . \vec{V}_2 = \vec{V}_2 . \vec{V}_1$ و $\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2 = -\vec{V}_2 \wedge \vec{V}_1$ است توجه کنید که در گزینه‌های ۳ و ۴ یک بردار مساوی عدد قرار داده شده که چنین تساوی همواره غلط است.

۳۶ـ (۲) حاصلضرب درونی دو بردار عمود بر هم صفر است .

۳۷ـ (۱) فصل مشترک دو صفحه $ax+by+cz+d=0$ و $a'x+b'y+c'z+d'=0$ خطی است که در امتداد بردار $\vec{n}''=\vec{n}(a,b,c)\wedge\vec{n}'(a',b',c')$ است .

در سوال اخیر $\vec{n}''(2,-2,2)$ بوده و دو صفحه شامل نقطه $(1,0,1)$ هستند بنابر این معادله کانونیک خط مربوطه بصورت $\frac{x-1}{2}=\frac{y}{-2}=\frac{z-1}{-2}$ یا $1-x=y=z-1$ است .

روش دوم : از معادله دو صفحه می توان معادله خط را استخراج نمود از تساوی $x+y-1=0$ تساوی $x=1-y$ بدست می آید با جایگذاری در معادله دومین صفحه داریم :

$$-y+1-y+2z-3=0 \Rightarrow y=z-1$$

از تساوی $y=z-1$ و $x+y-1=0$ تساوی مضاعف $1-x=y=z-1$ حاصل می شود که معادله خط مطلوب است .

روش سوم : قرار دهید $z=t$ داریم :

$$\begin{cases} x+y-1=0 \\ x-y+2z-3=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=2-t \\ y=t-1 \\ z=t \end{cases} \Rightarrow 1-x=y=z-1$$

۳۸ـ (۲) معادله صفحه مذکور بصورت $1(x-0)+2(y-0)-1(z-0)=0$ یا $x+2y-z=0$ می باشد توجه کنید که بردار عمود بر صفحه $(1,2,-1)$ است که در راستای خط می باشد .

۳۹ـ (۱) بردار عمود بر صفحه بصورت $\vec{n}(1,-2,0)$ و راستای محور z ها بصورت $\vec{k}(0,0,1)$ است چون $\vec{k}.\vec{n}=0$ است لذا $\vec{k}$ بر $\vec{n}$ عمود است یعنی بردار $\vec{k}$ موازی صفحه است .

۴۰ـ (۴) نقطه وسط A و B بصورت $M(۱ , ۰ , ۲)$ بوده و بردار $\overrightarrow{AB}$ که همان بردار عمود بر صفحه است بصورت $\overrightarrow{AB}(۰ , -۲ , ۲)$ می باشد لذا معادله صفحه بصورت $-۲(y-۰)+۲(z-۲)=۰$ یا $y-z+۲=۰$ می باشد.

۴۱ـ (۱) بردار عمود بر صفحه بصورت $\vec{n}=\vec{V}_۱ \wedge \vec{V}_۲=(۳ , -۳ , ۳)$ می باشد لذا معادله صفحه بصورت $۳(x-۱)-۳(y-۱)+۳(z-۱)=۰$ یا $x-y+z-۱=۰$ خواهد بود.

روش دوم:

$$\begin{vmatrix} x-۱ & y-۱ & z-۱ \\ ۲ & ۳ & ۱ \\ -۱ & ۰ & ۱ \end{vmatrix}=۰$$

$$[(x-۱)\times ۳+(y-۱)\times(-۱)-[(z-۱)\times -۳+(y-۱)\times ۲]=۰ \Rightarrow x-y+z-۱=۰$$

روش سوم: معادله صفحه ای که از نقطه $(x_۰ , y_۰ , z_۰)$ گذشته و با دو بردار $\vec{V}_۱(a , b , c)$ و $\vec{V}_۲(a' , b' , c')$ موازی است بصورت

$$\begin{vmatrix} x-x_۰ & y-y_۰ & z-z_۰ \\ a & b & c \\ a' & b' & c' \end{vmatrix}=۰$$

می باشد.

۴۲ـ (۱) بردار $\overrightarrow{AB}$ و بردار عمود بر صفحه P با صفحه مطلوب موازیند لذا $\vec{n}'=\overrightarrow{AB} \wedge \vec{n}$ بردار عمود بر صفحه مطلوب است و $\vec{n}$ بر دار عمود بر P می باشد داریم:

$$\vec{n}'=(-۱ , ۱ , ۰) \wedge (۱ , -۱ , -۱)=(-۱ , -۱ , ۰)$$

اکنون بردار عمود بر صفحه بصورت $\vec{n}'(-۱ , -۱ , ۰)$ می باشد و چون A نقطه ای از صفحه است معادله صفحه بصورت $-(x-۰)-(y-۱)=۰$ یا $x+y-۱=۰$ است.

روش دوم: تنها صفحه ای که شامل A و B است و بر P عمود است گزینه ۱ است.

روش سوم : می توان گفت صفحه مذکور موازی دو بردار $\vec{n}(1, -1, -1)$ و $\vec{AB}(-1, 1, 0)$ است و معادله صفحه را بصورت زیر حساب نمود :

$$\begin{vmatrix} x & y-1 & z-1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow x+y-1=0$$

۴۳ـ(۱) نقطه $A(0, 1, -1)$ روی خط است و صفحه مطلوب با دو راستای $(2, 1, 1)$ و $\vec{OA}=(0, 1, -1)$ موازی است لذا معادله صفحه مطلوب بصورت زیر است :

$$\begin{vmatrix} x & y & z \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow 3x-y-z=0$$

روش دوم : بردار عمود بر صفحه بصورت

$\vec{n}=\vec{OA}\wedge(1, 1, 2)=(3, -1, -1)$ است .

۴۴ـ(۱) $\vec{a}.(\vec{a}+\vec{b})=\vec{a}.\vec{a}+\vec{a}.\vec{b}=$

$|\vec{a}|^2+|\vec{a}|.|\vec{b}|Cos(\vec{a}, \vec{b})=2$

۴۵ـ(۱) فقط تساوی $\vec{a}.\vec{a}=|\vec{a}|^2$ همواره درست است .

۴۶ـ(۲) کسینوس زاویه بین خط D با پارامترهای هادی $\vec{n}(p, q, r)$ و صفحه P با بردار نرمال $\vec{n'}(a, b, c)$ برابر $\frac{\vec{n}.\vec{n'}}{|\vec{n}|\,|\vec{n'}|}$ است ، در تست اخیر داریم :

$$Cos(\vec{n}, \vec{n'}) = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{1+2+1}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{4}$$

۴۷ـ(۱) قرار دهید $x-5=\frac{y-4}{3}=\frac{z-6}{2}=t$ در نتیجه هر نقطه روی خط بصورت

$M(t+۵\ ,\ ۳t+۴\ ,\ ۲t+۶)$ خواهد بود و فاصله چنین نقاطی از نقطه A برابر است با :

$$MA=\sqrt{(t+۳)^۲+(۳t+۹)^۲+(۲t-۱)^۲}=\sqrt{۱۴(t+۲)^۲+۳۵}$$

کمترین مقدار عبارت اخیر بازاء $t=-۲$ حاصل می شود و برابر $\sqrt{۳۵}$ است .

روش دوم : برای یافتن فاصله نقطه A از خط D می توان از نقطه A صفحه ای بر D عمود کرد و محل تلاقی خط D و صفحه را یافته فاصله آن نقطه تا A فاصله خط از صفحه است .

۴۸ـ(۲) اگر قرار دهید $\frac{x}{۲}=y=\frac{z-۱}{-۱}=t$ آنگاه $x=۲t$ و $y=t$ و $z=۱-t$ خواهد بود این مختصات را در معادله صفحه قرار دهید داریم :

$$x+y+z-۳=۰ \Rightarrow ۲t+t+۱-t-۳=۰ \Rightarrow t=۱$$

بنابر این نقطه $(۲\ ,\ ۱\ ,\ ۰)$ نقطه بر خورد خط با صفحه است .

روش دوم : فقط مختصات نقطه گزینه ۲ در معادله خط و صفحه صدق می‌کند.

۴۹ـ(۴) دو خط $\frac{x-x_۰}{p}=\frac{y-y_۰}{q}=\frac{z-z_۰}{r}$ و $\frac{x-x_۰'}{p'}=\frac{y-y_۰'}{q'}=\frac{z-z_۰'}{r'}$ موازیند هرگاه $\frac{p}{p'}=\frac{q}{q'}=\frac{r}{r'}$ باشد و اگر موازی نباشند یا متقاطع هستند و یا متنافر اگر بتوان یک نقطه اشتراک بین آندو یافت متقاطع و در غیر این صورت متنافرمی باشند .

در تست اخیر اگر معادله کانونیک دو خط را بر حسب t و t' بنویسید و سپس x و y و z را مساوی قرار دهید یک دستگاه سه معادله دو مجهولی حاصل می شود که جواب ندارد لذا دو خط متنافر می باشند .

روش دوم :دو خط D و D' با پارامترهای هادی $(p\ ,\ q\ ,\ r)$ و $(p'\ ,\ q'\ ,\ r')$ را در نظر می گیریم و اگر $A(a\ ,\ b\ ,\ c)$ روی D و $A'(a'\ ,\ b'\ ,\ c')$ روی D' باشد اگر حاصل دترمینان زیر صفر باشد دو خط متقاطعند و اگر ناصفر باشد دو خط

متنافرند .

$$\begin{vmatrix} p & q & r \\ p' & q' & r' \\ a-a' & b-b' & c-c' \end{vmatrix}$$

۵۰ـ (۱) اگر بردار اول را در $|\vec{b}|\,|\vec{a}|$ ضرب کنید بردار دوم حاصل می شود .

۵۱ـ (۱) صفحه مطلوب موازی صفحه $x-y-z=0$ است لذا بردار نرمال (عمود بر صفحه) بصورت $(1, -1, -1)$ است و فقط $x-y-z-2=0$ بردار قائمش $(1, -1, -1)$ است .

۵۲ـ (۱) دو خط با بردار پارامترهای هادی (p, q, r) و (p', q', r') بر هم عمود هستند اگر $pp'+qq'+rr'=0$ باشد در سوال اخیر بردار پارامترهای هادی دو خط به ترتیب $(1, \frac{1}{m}, 1)$ و $(1, 6, 2)$ است لذا باید $2+\frac{6}{m}+1=0$ باشد یا $m=-2$ باشد .

۵۳ـ (۳) اگر قرار دهید $y=t$ آنگاه $x=1-t$ است .

روش دوم : در معادله صفحه z ثابت و برابر ۳ است و فقط در گزینه ۳ مقدار z برابر ۳ است :

۵۴ـ (۲) بردار عمود بر صفحه بصورت $\vec{n}(2, 1, -3)$ و پارامترهای هادی خط $\vec{n}'(1, 1, 1)$ است و چون $\vec{n}.\vec{n}'=0$ است خط بربردار عمود بر صفحه عمود است و لذا با صفحه موازی است .

۵۵ـ (۲) اگر قرینه صفحه $ax+by+cz+d=0$ نسبت به صفحات xoy و yoz و xoz مطلوب باشد به ترتیب باید z را به $-z$ و x را به $-x$ و y را به $-y$ تبدیل نمود . در تست اخیر کافی است y را به $-y$ تبدیل نمود .

۵۶ـ (۴) با توجه به پاسخ تست ۳۷ بردار پارامترهای هادی فصل مشترک دو صفحه بصورت $(1, 1, 1) \wedge (2, -1, -1)=(1, -1, 0)$ است و

معادله خط مطلوب بصورت $\frac{x-0}{-1}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-2}{2}$ یا $x=y-1=1-\frac{1}{2}z$ است.

۵۷ـ (۴) در واقع باید زاویه دو بردار $\vec{V}_1(4, 5, 3)$ و $\vec{j}(0, 1, 0)$ را یافت که برابر $ArcCos\frac{5}{\sqrt{50}}$ یا $\frac{\pi}{4}$ است.

۵۸ـ (۱) زاویه بین دو صفحه دقیقاً برابر زاویه بین بردار های عمود بر صفحه می باشد دو بردار نرمال $\vec{n}(1, -2, -1)$ و $\vec{n}'(2, -1, 1)$ هستند که زاویه بین ایندو برابر $ArcCos\frac{1}{2}=ArcCos\frac{\vec{n}\cdot\vec{n}'}{|\vec{n}|\ |\vec{n}'|}$ یا $\frac{\pi}{3}$ است.

۵۹ـ (۳) از آنجا که صفحه شامل محور zها است صفحه از مبداء می گذرد پس یکی از گزینه های ۳ و ۴ درست است و نقطه M فقط در صفحه $x-2y=0$ قرار دارد.

روش دوم: نقاط $A(0, 0, 0)$ و $B(0, 0, -1)$ را روی محور zها اختیار کنید و معادلهٔ صفحه ای که از سه نقطه M و A و B میگذرد را بیابید.

۶۰ـ (۳) ضرب نقطه ای همواره خاصیت جابجائی دارد.

۶۱ـ (۳) بردار پارامترهای هادی دو خط به ترتیب $\vec{V}_1(\frac{1}{2}, 1, 1)$ و $\vec{V}_2(1, -1, 1)$ است و بردار عمود بر صفحه بصورت $\vec{n}=\vec{V}_1\wedge\vec{V}_2$ است لذا $\vec{n}(2, \frac{1}{2}, \frac{-3}{2})$ بردار عمود بر صفحه است و $(0, 0, 0)$ نیز نقطه ای از صفحه است در نتیجه معادله صفحه مطلوب $2x+\frac{1}{2}y-\frac{3}{2}z=0$ یا $4x+y-3z=0$ است.

روش دوم: اگر قرار دهید $x-3=-y=z-4=t$ در این صورت $\begin{cases} x=t+3 \\ y=-t \\ z=t+4 \end{cases}$ بوده و با جایگذاری این مقادیر در گزینه ها دیده می شود که فقط در گزینه ۳ صدق می کند.

روش سوم : خط با راستای دو بردار $\vec{V}_1$ و $\vec{V}_2$ موازی است اکنون مانند تست ۴۳ عمل کنید .

۶۲ـ (۱) از آنجا که سه بردار بطول واحد بوده و مجموع هر سه برابر صفر است سه بردار باید با اضلاع مثلث متساوی الاضلاع همسنگ باشند لذا زاویه بین بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$ برابر ۶۰ درجه است داریم :

$$\vec{a}.\vec{b} = |\vec{a}|\ |\vec{b}|\ Cos(\vec{a},\vec{b}) = ۱\times ۱\times \frac{۱}{۲} = \frac{۱}{۲}$$

۶۳ـ (۱) اگر صفحه دوم را بصورت $۲x-y+z-۳=۰$ بنویسید این صفحه با صفحهٔ $۲x-y+z=۰$ موازی و به فاصله $\frac{|-۳|}{\sqrt{۶}}=\frac{\sqrt{۶}}{۲}$ بوده و قرینه $۲x-y+z=۰$ نسبت به $۲x-y+z-۳=۰$ صفحه ای موازی ایند و صفحه بصورت $۲x-y+z+k=۰$ است برای محاسبه k توجه کنید که نقطه $(۰\ ,\ ۰\ ,\ -k)$ روی صفحه اخیر فاصله اش از صفحه $۲x-y+z-۳=۰$ برابر $\frac{\sqrt{۶}}{۲}$ می باشد لذا $k=۶$ یا $k=۰$ است که به ازای $k=-۶$ صفحه قرینه و به ازای $k=۰$ خود صفحه حاصل می شود .

روش دوم : قرینه یک صفحه نسبت به صفحه ای موازی باآن ، صفحه‌ای موازی آندو خواهد بود و فقط صفحه گزینه های ۱ و ۲ موازی صفحه داده شده هستند که گزینه ۲ خود صفحه ای است که نسبت به آن قرینه یابی می کنیم و لذا فقط گزینه ۱ صحیح است .

۶۴ـ (۱) در واقع بردار عمود بر صفحه $\vec{n}(۰\ ,\ ۱\ ,\ ۰)$ است و از نقطه $A(۲\ ,\ ۳\ ,\ ۴)$ می گذرد لذا معادله صفحه $y-۳=۰$ است .

۶۵ـ (۱) اندازه حاصلضرب خارجی دو بردار عمود بر هم برابر حاصلضرب اندازه های آن دو بردار است .

۶۶ـ (۲) توجه کنید که اندازه بردارهای $\vec{V}_1$ و $\vec{V}_2$ را با $|\vec{V}_1|$ و $|\vec{V}_2|$

مشخص می کنیم داریم:

$$|\vec{V}_1 . \vec{V}_2| = |\vec{V}_1||\vec{V}_2| Cos(\vec{V}_1, \vec{V}_2) = |\vec{V}_1||\vec{V}_2| Cos\circ = |\vec{V}_1||\vec{V}_2|$$

۶۷ـ (۱) حاصلضرب خارجی دو بردار موازی همواره صفر است.

۶۸ـ (۳) شرط موازی بودن $\vec{V}_1$ و $\vec{V}_2$ آنست که $\vec{V}_1 = k\vec{V}_2$ باشد یا $x_1 = k x_2$ و $y_1 = ky_2$ و $z_1 = kz_2$ یا $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} = \frac{z_1}{z_2}$ باشد.

۶۹ـ (۲) رابطه $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 1$ برای کسینوسهای هادی همواره برقرار است.

۷۰ـ (۱) باید زاویه $\vec{V}$ را با بردار $\vec{k}(\circ , \circ , 1)$ یافت داریم:

$$\theta = Arc Cos \frac{\vec{V} . \vec{k}}{|\vec{V}| \ |\vec{k}|} = Arc Cos \frac{2\sqrt{3}}{4} = \frac{\pi}{6}$$

۷۱ـ (۳) اگر برداری سه مولفه مساوی داشته باشد با سه محور مختصات زوایای مساوی می سازد.

۷۲ـ (۴)

$$(5\vec{V}_1 + 4\vec{V}_2) \wedge (3\vec{V}_1 - 2\vec{V}_2) = 15\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_1 + 12\vec{V}_2 \wedge \vec{V}_1 - 10\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2 - 8\vec{V}_2 \wedge \vec{V}_2 = \circ - 12\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2 - 10\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2 - \circ = -22\vec{t}$$

۷۳ـ (۴) ضرب $\vec{V}_2 \wedge (\vec{V}_2 . \vec{V}_3)$ بی معنی است.

۷۴ـ (۴)

$$\vec{t} = \vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2 = \begin{vmatrix} -1 & -2 & 1 \\ -2 & \circ & -1 \\ \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \end{vmatrix} = 2\vec{i} - 3\vec{j} - 4\vec{k}$$

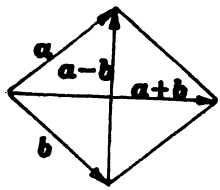
۷۵ـ (۳)

$$(\vec{a}\ ,\vec{b}\ )=ArcCos\frac{\vec{a}\ .\vec{b}}{|\ \vec{a}\ |\ \ |\ \vec{b}\ |}=ArcCos\frac{-۱}{۲}=\frac{۲\pi}{۳}$$

۷۶ـ(۳)

$$x^۲+y^۲+z^۲+۲xy-۲xz-۲yz=۴\Rightarrow(x+y-z)^۲=۴\Rightarrow\begin{cases}x+y-z=۲\\x+y-z=-۲\end{cases}$$

۷۷ـ(۳) با توجه به شکل مقابل $\vec{a}+\vec{b}$ یکی از اقطار چهار ضلعی و $\vec{a}-\vec{b}$ قطر دیگر است و چون طول ایندو یکی است چهارضلعی $ABCD$ مستطیل است و لذا $\vec{a}$ بر $\vec{b}$ عمود بوده و $\vec{a}\ .\ \vec{b}=۰$ است.



۷۸ـ(۳) بردار $\vec{b}\wedge\vec{c}$ عمود بر صفحه شامل $\vec{b}$ و $\vec{c}$ است و $\vec{a}\wedge(\vec{b}\wedge\vec{c})$ عمود بر بردار $\vec{b}\wedge\vec{c}$ می باشد لذا $\vec{a}\wedge(\vec{b}\wedge\vec{c})$ با صفحه $\vec{b}$ و $\vec{c}$ موازی است.

۷۹ـ(۴) هر نقطه روی خط $x=\frac{y}{-۱}=\frac{z}{۲}$ بصورت $(t\ ,\ -t\ ,\ ۲t)$ است و فاصله نقطه با صفحهٔ $۲x+۲y-z=۰$ برابر ۲ است داریم:

$$d=۲\Rightarrow\frac{|\ ۲t-۲t-۲t\ |}{\sqrt{۴+۴+۱}}=۲\Rightarrow|\ -۲t\ |\ =۶\Rightarrow t=\pm۳$$

بازاء $t=۳$ نقطه $(۶\ ,\ -۳\ ,\ ۳)$ روی خط بدست می آید.

۸۰ـ(۱) نقطه $(t\ ,\ t\ ,\ t+۳)$ را روی خط D در نظر بگیرید خطی که از مبداء بر D عمود می شود بردار پارامترهای هادی‌اش بصورت $(t\ ,\ t\ ,\ t+۳)$ است و بر بردار پارامترهای هادی D یعنی $(۱\ ,\ ۱\ ,\ ۱)$ عمود است داریم:

$$t+t+t+۳=۰\Rightarrow t=-۱$$

نقطه $(۲\ ,\ -۱\ ,\ -۱)$ روی خط D است و بردار پارامترهای هادی خط

$(۲ , ۱- , ۱-)$بوده و از مبداء می گذرد لذا معادله خط مطلوب $\frac{x}{-۱}=\frac{y}{-۱}=\frac{z}{۲}$ یا $x=y=\frac{z}{-۲}$است .

۸۱ـ (۱) بردار عمود بر صفحه برداری بصورت $\vec{n}=\vec{b}\wedge\vec{a}$ است که با محاسبه ای کوتاه $\vec{n}(۱ , ۴ , ۷)$ خواهد بود و لذا صفحه مطلوب بصورت $۱(x-۳)+۴(y-۴)+۷(z+۵)=۰$ یا $x+۴y+۷z+۱۶=۰$است .

روش دوم : نقطه M فقط در صفحه گزینه ۱ صدق می کند .

روش سوم : $\begin{vmatrix} x-۳ & y-۴ & z+۵ \\ ۳ & ۱ & -۱ \\ ۱ & -۲ & ۱ \end{vmatrix} = ۰ \Rightarrow x+۴y+۷z+۱۶=۰$

۸۲ـ (۲) بردارهای عمودبرصفحات بترتیب $\vec{n}(۱ , ۱ , ۰)$ و $\vec{n}'(۰ , ۱ , ۱)$ هستند که زاویه بین ایندوبرابر $Arc\,Cos\frac{\vec{n}\cdot\vec{n}'}{|\vec{n}|\,|\vec{n}'|}$ یا $\frac{\pi}{۳}$است .

۸۳ـ (۴) مکان هندسی نقاطی که از دو صفحه غیر موازی به یک فاصله اند دو صفحه می باشند که نیمسازهای زوایای بین دو صفحه هستند و نیمساز دو صفحه $ax+by+cz+d=۰$ و $a'x+b'y+c'z+d'=۰$ بصورت زیر است .

$$\frac{|ax+by+cz+d|}{\sqrt{a^۲+b^۲+c^۲}}=\frac{|a'x+b'y+c'z+d'|}{\sqrt{a'^۲+b'^۲+c'^۲}}$$

در تست اخیر صفحات نیمساز بصورت زیر بدست می آیند :

$$\frac{|x|}{\sqrt{۱}}=\frac{|y-x|}{\sqrt{۲}} \Rightarrow |y-x|=\sqrt{۲}\,|x| \Rightarrow y=(۱\pm\sqrt{۲})x$$

۸۴ـ (۲) بردار عمود بر صفحه $\vec{n'}(۱,۱,۱)$ بوده و صفحه از نقطه $(-۱,۱,۱)$ مـــی‌گذرد پس مـــعادله‌اش $(x+۱)+(y-۱)+(z-۱)=۰$ یـــا $x+y+z-۱=۰$ می باشد.

۸۵ـ (۱) فاصله دو صفحه غیر موازی برابر صفر و فاصله دو صفحه موازی $ax+by+cz+d=۰$ و $ax+by+cz+d'=۰$ برابر $\frac{|d-d'|}{\sqrt{a^۲+b^۲+c^۲}}$ است بنابر این $\frac{|-۱۲+۶|}{\sqrt{۱+۴+۴}}=۲$ فاصله دو صفحه مطلوب است.

۸۶ـ (۳) بردار پارامترهای هادی خط بصورت $\vec{AB}(۰,۱,-۳)$ است و بـا توجه به نقطه $A(۰,۰,۱)$ معادله خط بصورت $x=۰$ و $y=\frac{z-۱}{-۳}$ است.

۸۷ـ (۳) $\frac{-۱}{۲}=\frac{b}{۱}=\frac{-۱}{a} \Rightarrow b=\frac{-۱}{۲}$ و $a=۲$

۸۸ـ (۴) خط و صفحه موازی اند اگر مقادیر x و y و z رابه ترتیب از مـعادله پارامتری خط بر حسب t در معادله صفحه قرار دهیم باید جواب نداشته باشد یا بی نهایت جواب داشته باشد در حالت دوم خط روی صفحه قرار دارد.

$$a(۲t+۱)+۲(-t)-a(t+۱)=۰ \Rightarrow (a-۲)t=۰ \Rightarrow a=۲$$

در تست اخیر خط روی صفحه قرار دارد.

روش دوم: اگر خطی با صفحه ای موازی باشد بردار عمود بر صفحه یعنی $\vec{n}(a,۲,-a)$ بر بردار پارامترهای هادی یعنی $\vec{n'}(۲,-۱,۱)$ عمود است داریم:

$$\vec{n}.\vec{n'}=۰ \Rightarrow ۲a-۲-a=۰ \Rightarrow a=۲$$

۸۹ـ (۴) می توان $\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}$ را بعنوان قطر مکعبی واحد در نظر گرفت و طول چنین قطری برابر $\sqrt{۳}$ است.

۹۰ـ (۲) بعد از تقسیم معادله دوم بر ۳ مانند تست ۸۵ عمل کنید.

۹۱ـ (۱) طول ضلع مکعب برابر فاصله دو صفحه است که فاصله دو صفحه با

توجه به پاسخ تست ۸۵ برابر $\sqrt{۲}$ است لذا حجم مکعب $(\sqrt{۲})^{۳}$ یا $۲\sqrt{۲}$ است .

۹۲ـ(۴) اگر خطی با صفحه ای موازی نباشد فاصله آندو صفر است و اگر خطی با صفحه $ax+by+cz+d=۰$ موازی باشد فاصله خط و صفحه برابر فاصله یکی از نقاط خط با صفحه است در تست اخیر $(۰ , ۱ , ۰)$ یک نقطه از خط است و فاصله اش تا صفحه برابر $\sqrt{۳}$ است .

روش دوم : معادله پارامتری خط $z=t$ و $x=۲t$ و $y=۳t+۱$ است و فاصله نقاط روی خط از صفحه $x-y+z-۲=۰$ برابر $\frac{|۲t-(۳t+۱)+t-۲|}{\sqrt{۱+۱+۱}}$ یا $\sqrt{۳}$ است .

روش سوم : خط و صفحه موازی اند می توان فاصله نقطه $(۰ , ۱ , ۰)$ را که روی خط است تا صفحه محاسبه نمود داریم :

$$d=\frac{|۰-۱+۰-۲|}{\sqrt{۱+(-۱)^{۲}+۱}}=\sqrt{۳}$$

۹۳ـ(۱) کافی است بجای x و y به ترتیب $\rho Cos\theta$ و $\rho Sin\theta$ را قرار دهید داریم :

$$x^{۲}+y^{۲}=x \Rightarrow \rho^{۲}Cos^{۲}\theta+\rho^{۲}Sin^{۲}\theta=\rho Cos\theta \Rightarrow \rho^{۲}=\rho Cos\theta \Rightarrow \rho=Cos\theta$$

۹۴ـ(۲) بردار $|\vec{b}|\vec{a}+|\vec{a}|\vec{b}$ نیمساز زاویه بین دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ است لذا زاویه اش با بردار $\vec{a}$ برابر $\frac{\alpha}{۲}$ است .

۹۵ـ(۲) با توجه به پاسخ تست ۷۷ دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ هم اندازه اند .

روش دوم : چون در یک چهار ضلعی $\vec{a}+\vec{b}$ و $\vec{a}-\vec{b}$ ، دو قطر چهار ضلعی هستند ، در این سؤال دو قطر بر هم عمود می باشند ، پس شکل لوزی است و کافی است اضلاع برابر داشته باشند .

۹۶ـ(۲) $(\vec{a}+\vec{b}).(\vec{a}+۲\vec{b})=|\vec{a}|^{۲}+۳\vec{a}.\vec{b}+۲|\vec{b}|^{۲}$

$=۲^{۲}+۰+۲\times۲=۸$

۹۷ـ(۲) اگر خطی با صفحه موازی نباشد دو نقطه روی آن وجود دارد که بفاصله L از صفحه P می باشند.

۹۸ـ(۱) چون $\overrightarrow{AB}(-۱ , -۱ , ۲)$ بر صفحه P عمود نیست با توجه به پاسخ تست ۲۷ فقط یک صفحه شامل A و B وجود دارد که بر P عمود است.

۹۹ـ(۴) شرط آنکه مجموع دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ منصف زاویه آندو باشد آنست که اندازه های دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ مساوی باشند.

۱۰۰ـ(۳) دو تا از کسینوسهای هادی بصورت $\beta=\alpha=Cos۶۰^\circ=\frac{۱}{۲}$ می باشند سومی از رابطه $\gamma^۲=۱-\alpha^۲-\beta^۲$ حساب می شود و $\gamma=\pm\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ است لذا معادله پارامتری خط بصورت $x=۳+t$ و $y=۲+t$ و $z=۱\pm\sqrt{۲}t$ است.

۱۰۱ـ(۲) $|\vec{V}_۱\wedge\vec{V}_۲|=|\vec{V}_۱.\vec{V}_۲|\Rightarrow$

$|\vec{V}_۱||\vec{V}_۲||Sin\theta|=|\vec{V}_۱||\vec{V}_۲|Cos\theta\Rightarrow tg\theta=۱\Rightarrow\theta=۴۵^\circ$

۱۰۲ـ(۴) صفحه مطلوب بر $\overrightarrow{AB}(۲ , ۳ , -۳)$ عمود و از مبداء می گذرد پس معادله اش بصورت $۲x+۳y-۳z=۰$ است.

۱۰۳ـ(۲) به پاسخ تست ۲۶ توجه کنید.

۱۰۴ـ(۳) تصویر $\vec{a}$ روی صفحه xoy برداری بصورت $\vec{۳i}+\vec{۴j}$ است که طولش برابر ۵ است.

۱۰۵ـ(۱)

$$\left|\vec{V}_۱+\vec{V}_۲\right|+\vec{V}_۱.\vec{V}_۲=\sqrt{۰^۲+۹^۲+(-۱۲)^۲}+(-۹-۳۶-۴۵)=-۷۵$$

۱۰۶ـ(۱) چون مؤلفه سوم $\vec{V}_۱\wedge\vec{V}_۲$ برابر ۱۰- است طول تصویر $\vec{V}_۱\wedge\vec{V}_۲$ روی محور zها برابر ۱۰ است.

۱۰۷ـ(۲) بردار پارامترهای هادی خط بصورت $\vec{n}(۲ , ۱ , ۳)$ است و این بردار عمود بر صفحه گزینه ۲ است.

۱۰۸ـ(۳) باید صفحه ای را یافت که بردار عمود بر آن بصورت $(۰ , b , c)$

باشد زیرا صفحه با محور xها موازی است بنابر این بردار عمود بر صفحه مؤلفه اولش برابر صفر است .

روش دوم : تنها بردار نرمال صفحهٔ گزینه ۳ عمود بر محور xها است .

روش سوم : معادلهٔ صفحه‌ای که موازی محور xها باشد در معادله‌اش x وجود ندارد .

۱۰۹ـ (۳) فقط بردار پارامترهای هادی خط گزینهٔ ۳ بر خط مذکور عمود است .

$$\frac{x-y}{۲}=\frac{x+y}{۳}=۲ \Rightarrow \begin{cases} x-y=۴ \\ x+y=۶ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=۵ \\ y=۱ \end{cases} \qquad (۳)\text{ـ}۱۱۰$$

$$d=۲ \Rightarrow \frac{|k|}{\sqrt{۴+۱+۴}}=۲ \Rightarrow |k|=۶ \Rightarrow k=\pm ۶ \qquad (۴)\text{ـ}۱۱۱$$

توجه کنید که k می تواند یکی از مقادیر ۶ یا ۶- را اختیار کند .

۱۱۲ـ (۲) باید بردار عمود بر صفحه عمود بر oz یا عمود بر $\vec{k}(۰ , ۰ , ۱)$ باشد و فقط گزینه ۲ چنین است .

روش دوم : معادله ای شامل محور oz است که محدودیتی برای z نداشته باشد. یا بعبارتی در معادله موجود نباشد و بنابر این فقط گزینه ۲ صحیح است .

روش سوم : نقطه $(۰ , ۰ , ۱)$ روی محور zها است و باید در هر صفحه ای شامل محور z صدق کند و این نقطه فقط در صفحه گزینه ۲ صدق می کند .

۱۱۳ـ (۳) شرط عمود بودن D بر P آنست که بردار پارامترهای هادی خط D موازی بردار عمود بر صفحه P باشد یعنی $\frac{a}{p}=\frac{b}{q}=\frac{c}{r}$ است .

۱۱۴ـ (۱) باید $\vec{n} . \vec{l}=ap+bq+cr=۰$ باشد .

۱۱۵ـ (۳) بردار قائم صفحه مطلوب عمود بر xoy است یعنی بصورت $\vec{n}(۰ , ۰ , k)$ است و فقط صفحه گزینه ۳ دارای چنین بردار قائمی است .

۱۱۶ـ (۳) نقاط $B(1, -1, -2)$ و $C(0, -2, -3)$ روی خط مذکور می باشند و بردار عمود بر صفحه بصورت $\vec{n}=\vec{AB}\wedge\vec{AC}$ یا $\vec{n}(-3, 6, -3)$ بوده و معادله صفحه با توجه به نقطه A بصورت $-3x+6(y-1)-3(z-3)=0$ یا $x-2y+z-1=0$ است.

روش دوم: مختصات نقاط A و B و C فقط در معادله گزینه ۳ صدق می کنند.

۱۱۷ـ (۴) نقاط تقاطع خطوط با صفحه xoy مؤلفه سومشان برابر صفر می باشد داریم:

$$A(\frac{2}{3}a+3, \frac{2}{3}a-1, 0) \text{ و } B(-3a, a+1, 0)$$

$$S=\frac{1}{2}|\vec{OA}\wedge\vec{OB}|=\frac{1}{2}|\frac{8}{3}a^2+\frac{2}{3}a+3|$$

۱۱۸ـ (۴) صفحه مطلوب موازی دو امتداد

$$\vec{n}''(1, -1, 1) \text{ و } \vec{n}(1, -2, 1)\wedge\vec{n}'(1, 1, -1)$$

است و بنابر این بردار عمود بر صفحه بصورت زیر است:

$$\vec{m}=\vec{n}''\wedge(\vec{n}\wedge\vec{n}')=(1, -1, 1)\wedge(1, 2, 3)=(-5, -2, 3)$$

تنها گزینه شماره چهار دارای بردار قائم $\vec{m}$ است.

۱۱۹ـ (۳) تنها خط $\frac{x-3}{-4}=\frac{y+2}{2}=\frac{z-1}{2}$ بر هر دو خط مورد سوال عمود است.

۱۲۰ـ (۴) ابتدا توجه کنید که $A(1, -1, 0)$ و $B(3, 0, 3)$ است و داریم:

$$S=\frac{1}{2}|\vec{OA}\wedge\vec{OB}|=\frac{1}{2}|t(-3, -3, 3)|=\frac{1}{2}\sqrt{27}=\frac{3\sqrt{3}}{2}$$

۱۲۱ـ (۳) چون خط بر صفحه عمود است تمام صفحات شامل خط مذکور بر صفحه عمود می باشند.

۱۲۲ـ (۱) خط بر صفحه عمود نیست و فقط یک صفحه شامل خط مذکور و عمود بر صفحه موجود است.

۱۲۳ـ (۲) $1(x-1)+3(y-0)+2(z-3)=0 \Rightarrow x+3y+2z-7=0$

روش دوم : تنها صفحه گزینه ۲ از نقطه A می گذرد .

۱۲۴ـ(۲) $\vec{BA}.\vec{BC}=(1,1,-1).(0,-2,0)=-2 \Rightarrow B>90^\circ$

۱۲۵ـ(۴) دو نقطه $A(1,0,1)$ و $B(0,1,-1)$ روی خط قرار دارند و بنابر این در معادله صفحه صدق می کنند لذا $-1-b-2=0$ و $a+b-2=0$ است در نتیجه $b=-3$ و $a=5$ است .

۱۲۶ـ(۲) فاصله مبداء مختصات تا صفحه برابر $\frac{|-6|}{\sqrt{4+1+1}}=\sqrt{6}$ است .

۱۲۷ـ(۱) اولاً دو بردار واحد $\vec{a}$ و $\vec{b}$ برهم عمود می باشند $\vec{a}.\vec{b}=0$ است داریم :

$$(2\vec{a}-\vec{b}).(\vec{a}+k\vec{b})=0 \Rightarrow 2|\vec{a}|^2-k|\vec{b}|^2+(2k-1)\vec{a}.\vec{b}=0$$

$$\Rightarrow 2-k+0=0 \Rightarrow k=2$$

۱۲۸ـ(۴)

$$AB=\sqrt{\rho^2+\rho'^2-2\rho\rho'\cos(\theta-\theta')} \Rightarrow$$

$$\sqrt{2}=\sqrt{4+\rho^2-4\rho\frac{\sqrt{2}}{2}} \Rightarrow 2=4+\rho^2-2\sqrt{2}\rho \Rightarrow \rho=\sqrt{2}$$

۱۲۹ـ(۴) در نقطه برخورد با صفحه xoy مقدار z برابر صفر است داریم :

$$\begin{cases}2x+y-3=0\\x+y-1=0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}x=2\\y=-1\end{cases}$$

۱۳۰ـ(۳) اگر قرار دهید $x=t$ در این صورت $y=-t+2$ و $z=x-y-1=2t-3$ است لذا $(2,-1,1)$ بردار پارامترهای هادی است .

روش دوم : دو نقطه $A(0,2,-3)$ و $B(2,0,1)$ روی خط قرار دارند لذا $(4,-2,2)$ یا $(2,-1,1)$ بردار پارامترهای هادی خط هستند .

روش سوم : خط مطلوب فصل مشترک دو صفحه $x-y-z-1=0$ و $x+y-2=0$ است لذا بردار پارامترهای هادی خط از حاصلضرب خارجی بر

دارهای عمود بر دو صفحه محاسبه می شود .

۱۳۱ـ (۴) توجه کنید که تصاویر دو خط بر تصویر عمود مشترک عمود است لذا تصاویر دو خط با یکدیگر موازی هستند .

۱۳۲ـ (۳) چون $\vec{a}+۲\vec{b}=۰$ و $\vec{a}.\vec{b}=-۲$ لذا $\vec{b}=-\frac{۱}{۲}\vec{a}$ داریم :

$$\vec{a}.\vec{b}=-۲\Rightarrow\vec{a}.(\frac{-۱}{۲}\vec{a})=-۲\Rightarrow\frac{-۱}{۲}\,|\vec{a}|^{۲}=-۲\Rightarrow|\vec{a}|=۲$$

۱۳۳ـ (۱) با توجه به پاسخ تست ۳۷ فصل مشترک دو صفحه دارای پارامترهای هادی $(-۲\ ,\ ۴\ ,\ -۶)$ یا $(۱\ ,\ -۲\ ,\ ۳)$ است و تنها خط $\frac{x+۲}{۳}=\frac{y-۱}{-۲}=z$ دارای بردار پارامترهای هادی اخیر است .

۱۳۴ـ (۳) بردار پارامترهای هادی خط بصورت $(۰\ ,\ ۰\ ,\ ۱)$ است و لذا گزینه ۳ صحیح است .

۱۳۵ـ (۴) بر دو خط متنافر هیچ صفحه مشترکی نمی توان مرور داد .

۱۳۶ـ (۲) روش کلی طولانی است ابتدا خط عمود بر صفحه و گذرنده از نقطه A را یافته و سپس نقطه ای دیگر روی خط که فاصله اش به اندازهٔ فاصلهٔ A از صفحه باشد جواب است ولی روش تستی این است که بین گزینه ها نقطهٔ A' را طوری بیابیم که اولاً $\overrightarrow{AA'}$ عمود بر صفحه باشد ثانیاً فاصلهٔ A' تاصفحه برابر فاصلهٔ A تا صفحه باشد .

روش دوم : فاصله A از صفحه برابر $\sqrt{۱۱}$ است و فقط فاصله A' درگزینه ۲ با صفحه برابر $\sqrt{۱۱}$ است .

۱۳۷ـ (۱) حاصلضرب درونی دو بردار همواره جابجائی است در مورد گزینه ۲ اگر جابه جا شود در یک منفی ضرب می شود و درگزینه ۳ ممکن است زاویه π باشد و درگزینه ۴ ممکن است زاویه $\frac{\pi}{۲}$ باشد .

۱۳۸ـ (۲) بردار عمود بر صفحه $\vec{n}(۳\ ,\ ۲\ ,\ ۱)$ است و معادله صفحه بصورت $۳x+۲y+۲z=۰$ می باشد .

روش دوم : مختصات نقطه A فقط در صفحه گزینه ۲ صدق می کند .

۱۳۹ـ(۲) بنابه فرض باید $\vec{AB}\,.\,\vec{AC}=0$ باشد داریم :

$$\vec{AB}.\vec{AC}=(0,-4,-3)\,.\,(3,a-2,-1)=0 \Rightarrow -4(a-2)+3=0 \Rightarrow a=\frac{11}{4}$$

۱۴۰ـ(۳) در واقع $\vec{OH}(2\,,\,-1\,,\,-1)$ بردار عمود بر صفحه است و صفحه از نقطه H می گذرد داریم :

$$2(x-2)-(y+1)-(z+1)=0 \Rightarrow 2x-y-z-6=0$$

۱۴۱ـ(۱) $\vec{n}\,.\,\vec{n}'=0 \Rightarrow 2+1+m=0 \Rightarrow m=-3$

۱۴۲ـ(۱)

$$2(ab+cd)=(a+b)(c+d) \Rightarrow 2(-6+0)=(2-3)(0+d) \Rightarrow d=12$$

۱۴۳ـ(۲) $\dfrac{\overline{AC}}{\overline{AD}}=\dfrac{k+1}{k-1}=\dfrac{-1}{-3}=\dfrac{1}{3}$

$$\frac{\overline{CA}}{\overline{CB}}=-2 \Rightarrow \overline{CO}+\overline{OA}=-2(\overline{CO}+\overline{OB}) \quad (1)$$

$$\frac{\overline{DA}}{\overline{DB}}=2 \Rightarrow \overline{DO}+\overline{OA}=2(\overline{DO}+\overline{OB}) \quad (2)$$

$$(1) \text{ و } (2) \Rightarrow \overline{CO}+2\overline{OA}+\overline{DO}=-2\overline{CO}+2\overline{DO} \Rightarrow 3\overline{CO}+2\overline{OA}=\overline{DO}$$

$$\Rightarrow 3\overline{CO}+3\overline{OA}=\overline{DO}+\overline{OA} \Rightarrow 3(\overline{CO}+\overline{OA})=\overline{DO}+\overline{OA} \Rightarrow 3(\overline{CA})=\overline{DA}$$

$$\Rightarrow \frac{\overline{CA}}{\overline{DA}}=\frac{1}{3}$$

۱۴۴ـ(۴)

$$\frac{\overline{CA}}{\overline{CB}}=k \Rightarrow \frac{\overline{OA}-\overline{OC}}{\overline{OB}-\overline{OC}}=k \Rightarrow \overline{OA}-k\overline{OB}=(1-k)\overline{OC} \quad (1)$$

$$-\frac{\overline{DA}}{\overline{DB}}=k \Rightarrow \frac{\overline{OA}-\overline{OD}}{\overline{OB}-\overline{OD}}=-k \Rightarrow \overline{OA}+k\overline{OB}=(1+k)\overline{OD} \quad (2)$$

با تقسیم طرفین تساوی های بدست آمده و ترکیب نسبت.در صورت و تفضیل

نسبت در مخرج نتیجه بصورت زیر حاصل می شود داریم :

$$① و ② \Rightarrow \frac{\overline{OA}-k\overline{OB}}{\overline{OA}+k\overline{OB}}=\frac{k-۱}{k+۱} \Rightarrow \frac{\overline{OA}-k\overline{OB}+\overline{OA}+k\overline{OB}}{\overline{OA}+k\overline{OB}-(\overline{OA}-k\overline{OB})}=$$

$$\frac{k-۱+k+۱}{k+۱-k+۱} \Rightarrow \frac{۲\overline{OA}}{۲k\,\overline{OB}}=\frac{۲k}{۲} \Rightarrow \overline{OA}=k^{۲}\,\overline{OB}$$

روش دوم : فرض کنید $OA=a$ و $OC=c$ و $OB=b$ با توجه به رابطه نیوتن

چون O وسط پاره خط CD است $c^{۲}=ab$ خواهد بود و داریم :

$$\frac{CA}{CB}=\frac{a-c}{b-c}=k \Rightarrow \frac{a-\sqrt{ab}}{b-\sqrt{ab}}=k \Rightarrow \frac{\sqrt{a}(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{\sqrt{b}(\sqrt{b}-\sqrt{a})}=k$$

$$\Rightarrow -\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=k \Rightarrow a=k^{۲}b \Rightarrow OA=k^{۲}OB$$

۱۴۵ـ (۲) به رابطه دکارت یعنی رابطه $\frac{۲}{\overline{BA}}=\frac{۱}{\overline{BC}}+\frac{۱}{\overline{BD}}$ توجه کنید .

۱۴۶ـ (۳) $m^{۲}_{A}=m^{۲}_{B}=m_C\,m_D=۱$

۱۴۷ـ (۳) رابطه دکارت $\Rightarrow \frac{۲}{x}=\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{-۳} \Rightarrow x=۱۲$

۱۴۸ـ (۳) $\frac{Sin(ox,oz)}{Sin(oy,oz)}=-\frac{Sin(ox,ot)}{Sin(oy,ot)} \Rightarrow \frac{Sin۶۰^\circ}{Sin۳۰^\circ}=\frac{Sin(۹۰^\circ+\theta)}{Sin\theta}$

$$\Rightarrow \sqrt{۳}=\frac{Cos\theta}{Sin\theta}=Cotg\theta \Rightarrow \theta=۳۰^\circ$$

۱۴۹ـ (۲) شعاع oz نیمساز $(ox\ ,\ oy)$ است و لذا ot باید نیمساز زاویه خارجی $(oy\ ,\ ox)$ باشد ، لذا ot بر oz عمود است یعنی $۲\alpha=۹۰^\circ$ یا $\alpha=۴۵^\circ$ است .

۱۵۰ـ (۳) به رابطه دکارت توجه کنید .

۱۵۱ـ (۴) گزینه ۱ رابطه دکارت و گزینه ۲ رابطه نیوتن است و گزینه ۳ معادل با تساوی $\frac{\overline{CA}}{\overline{CB}}=-\frac{\overline{DA}}{\overline{DB}}$ می باشد .

۱۵۲ـ (۳) با توجه به پاسخ تست ۱۴۴ داریم : $\frac{\overline{OA}}{\overline{OB}}=k^{۲} \Rightarrow k^{۲}=۴ \Rightarrow k=\pm ۲$

مقادیر k نمی تواند منفی باشد زیرا $\frac{\overline{CA}}{\overline{CB}}$ همواره مثبت است .

۱۵۳ـ (۴) با توجه به رابطه دکارت برای ضریب زاویه ها مسأله واضح است .

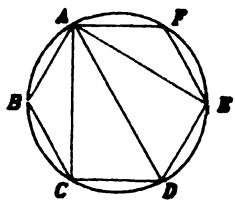
۱۵۴ـ(۲) با توجه به رابطه نیوتن محور مبداء وسط ot و oz است .

۱۵۵ـ(۴)

$$\frac{\overline{MA}}{\overline{MB}}=-\frac{\overline{NA}}{\overline{NB}}=k\Rightarrow\frac{\overline{AM}}{\overline{AN}}=-\frac{\overline{BM}}{\overline{BN}}=\frac{k+۱}{k-۱}=\frac{۳+۱}{۳-۱}=۲$$

۱۵۶ـ(۳) رابطه گزینه ۳ را می توان بصورت $\frac{\overline{CA}}{\overline{CB}}=-\frac{\overline{DA}}{\overline{DB}}$ نوشت .

۱۵۷ـ(۳) با توجه به شکل مقابل اگر دایره محیطی شش ضلعی را رسم کنیم واضح است که AF بر AC عمود است و نیز AC نیمساز زاویه BAD است لذا $A\text{-}BDCF$ یک دستگاه توافقی است .



۱۵۸ـ(۴) $\frac{۲}{a}=\frac{۱}{-۳}+\frac{۱}{۷}\Rightarrow\frac{۲}{a}=-\frac{۴}{۲۱}\Rightarrow a=-\frac{۲۱}{۲}$

۱۵۹ـ(۲) $\overline{OA}^۲=\overline{OB}^۲=\overline{OM}.\overline{ON}=\sqrt{۳}.۱۲\sqrt{۳}=۳۶\Rightarrow\overline{OA}=۶\Rightarrow$

$AB=۲OB=۲OA=۱۲$

۱۶۰ـ(۴) واسطه توافقی دو عدد a و b بشرطی وجود دارد که هر دوی a و b ناصفر باشند .

۱۶۱ـ(۲) تنها با تغییر oy دستگاه توافقی باقی خواهد ماند .

۱۶۲ـ(۳)

$$\overline{OA}^۲=\overline{OC}.\overline{OD}\Rightarrow(\frac{\overline{AB}}{۲})^۲=(\overline{OO'}-\frac{\overline{CD}}{۲})(\overline{OO'}+\frac{\overline{CD}}{۲})$$

$$\Rightarrow\frac{\overline{AB}^۲}{۴}=\overline{OO'}^۲-\frac{\overline{CD}^۲}{۴}\Rightarrow\overline{AB}^۲+\overline{CD}^۲=۴\overline{OO'}^۲$$

۱۶۳ـ(۳) به رابطه دکارت توجه کنید .

۱۶۴ـ(۴) اگر طرفین رابطه گزینه ۴ را بر $\overline{CA}.\overline{CB}.\overline{CD}$ تقسیم کنید رابطه دکارت حاصل می شود .

$$\frac{\overline{CA}}{\overline{CB}}=-\frac{\overline{DA}}{\overline{DB}}=k \Rightarrow \begin{cases} \overline{AC}=\dfrac{k\overline{AB}}{k-۱} \\ \overline{AD}=\dfrac{k\overline{AB}}{k+۱} \end{cases}$$ (۴)-۱۶۵

$$\Rightarrow \overline{CD}=\overline{AD}-\overline{AC}=k\overline{AB}\left(\frac{۱}{k+۱}-\frac{۱}{k-۱}\right)=\frac{-۲k\overline{AB}}{k^{۲}-۱} \Rightarrow$$

$$۶=\frac{-۱۶k}{k^{۲}-۱} \Rightarrow ۳k^{۲}+۸k-۳=۰ \Rightarrow k=-۳,\frac{۱}{۳} \Rightarrow \frac{\overline{CA}}{\overline{CB}}=-۳,\frac{۱}{۳}$$

۱۶۶-(۴) مانند تست ۱۵۹ عمل کنید.

$$\frac{۲}{AB}=\frac{۱}{AD}+\frac{۱}{AC} \Rightarrow \frac{۲}{AB}=\frac{۱}{۶}+\frac{۱}{۴}=\frac{۵}{۱۲} \Rightarrow AB=\frac{۲۴}{۵}$$ (۳)-۱۶۷

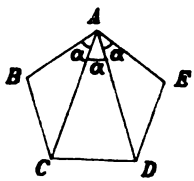
$$۲(m_x m_y+m_z m_t)=(m_x+m_y)(m_z+m_t) \Rightarrow ۲(\frac{۳}{۴}m_y-۳)=$$ (۳)-۱۶۸

$$(\frac{۳}{۴}+m_y)(-\sqrt{۳}+\sqrt{۳}) \Rightarrow ۲(\frac{۳}{۴}m_y-۳)=۰ \Rightarrow m_y=۴$$

روش دوم: چون محور مبداء نیمساز m_z و m_t است لذا رابطه نیوتن یعنی $m^{۲}_z=m^{۲}_t=m_x \cdot m_y$ یا $۳=\frac{۳}{۴}m_y$ در نتیجه $m_y=۴$ است.

۱۶۹-(۴)
$$\overline{AB}^{۲}+\overline{CD}^{۲}=(b-a)^{۲}+(d-c)^{۲}=a^{۲}+b^{۲}+c^{۲}+d^{۲}-۲(ab+cd)$$
$$=(a+b)^{۲}-۲ab+(c+d)^{۲}-۲cd-۲(ab+cd)$$
$$=(a+b)^{۲}+(c+d)^{۲}-۴(ab+cd)=(a+b)^{۲}+(c+d)^{۲}-۲(a+b)(c+d)$$
$$=(۲x_M)^{۲}+(۲x_N)^{۲}-۸x_M x_N=۴(x_N-x_M)^{۲}=۴MN^{۲}$$

-۱۷۰
$$۲(m_{D_۱}+m_{D_۲}+m_{D_۳}m_{D_۴})=(m_{D_۱}+m_{D_۲})(m_{D_۳}+m_{D_۴})$$
$$\Rightarrow ۲(-۲+m_{D_۴})=(۲-۱)(۱+m_{D_۴}) \Rightarrow m_{D_۴}=۵$$



۱۷۱-(۳) در شکل مقابل واضح است که در پنج ضلعی منتظم $ABCDE$ زوایای DAE و CAD و BAC همگی ۳۶° می باشند

و با توجه به پاسخ تست ۱۴۹ دستگاه $A\text{-}BCDE$ دستگاه توافقی است .

۱۷۲ـ(۲)

$$\frac{۲}{x}=\frac{۱}{\frac{۱}{(a-۱)^۲}}+\frac{۱}{\frac{۱}{a^۲-۱}}=(a-۱)^۲+a^۲-۱=۲a^۲-۲a \Rightarrow x=\frac{۱}{a^۲-a}$$

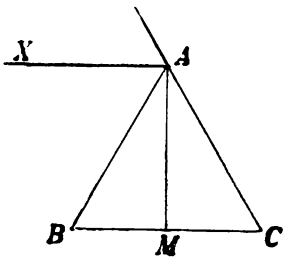
۱۷۳ـ(۱)

$$\frac{۲}{-۲\alpha}=\frac{۱}{\alpha-۱}+\frac{۱}{\alpha+۱}=\frac{۲\alpha}{\alpha^۲-۱}\Rightarrow -۲\alpha^۲=\alpha^۲-۱\Rightarrow \alpha=\pm\frac{\sqrt{۳}}{۳}$$

۱۷۴ـ(۳) این تست مانند تست ۱۶۵ می باشد منتها در اینجا $\frac{CA}{CB}$ خواسته شده و این عبارت همواره برابر قدر مطلق عبارت $\frac{\overline{CA}}{\overline{CB}}$ است .

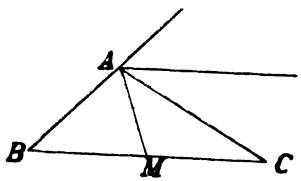
۱۷۵ـ(۱)

$$\frac{\overline{MA}}{\overline{MB}}=-\frac{\overline{NA}}{\overline{NB}}=-k\Rightarrow\frac{\overline{AM}}{\overline{AN}}=-\frac{\overline{BM}}{\overline{BN}}=\frac{k+۱}{k-۱}=\frac{۲+۱}{۲-۱}=۳$$



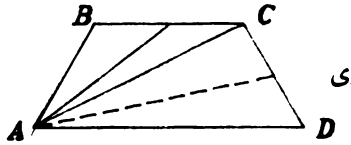
۱۷۶ـ(۳) در مثلث متساوی الساقین میانه وارد بر قاعده نیمساز آن زاویه است لذا مزدوج AM نیمساز زاویه خارجی مثلث ABC در راس A است .

۱۷۷ـ(۴) توجه کنید که هر سه گزینه ۱ و ۲ و ۳ یک امتداد را مشخص می کنند چون مثلث متساوی الاضلاع است .



۱۷۸ـ(۲) کافی است میانه AM را رسم کنیم در این صورت با توجه به شکل مقابل بنابر قضایای تقسیم توافقی چهار شعاع تشکیل دستگاه توافقی می دهند .

۱۷۹ـ(۲) در شکل مقابل چون AD و BC موازی می باشند خط BC الزاماً باید توسط سه شعاع دیگر به دو قسمت مساوی تقسیم شود لذا شعاع چهارم خط AM است که M وسط پاره خط BC می باشد.



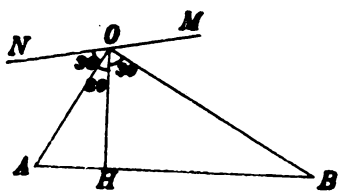
۱۸۰ـ(۳) با توجه به تساوی $\frac{AB}{AC}=\frac{DB}{DC}=\frac{۴}{۳}$ در مثلث ABC خط AD نیمساز داخلی زاویهٔ A است لذا مزدوج توافقی شعاع AD نسبت به شعاع دیگر نیمساز خارجی زاویه A است در نتیجه دو نیمساز داخلی یک زاویه بر هم عمود می باشند پس گزینه ۳ درست است.

۱۸۱ـ(۲) $(m_A+m_B)(m_C+m_D)=۲(m_A.m_B+m_C.m_D)$

$\Rightarrow (-۲+۱)(۰+m_D)=۲(-۲\times۱+۰) \Rightarrow m_D=۴$

با توجه به آنکه سه شعاع دستگاه توافقی از نقطه $O'(۲\ ,\ ۰)$ می گذرند شعاع چهارم که ضریب زاویه‌اش برابر ۴ است از نقطه O' می گذرد لذا معادله‌اش بصورت $y-۰=۴(x-۲)$ یا $y=۴x-۸$ می باشد.

۱۸۲ـ(۲) در دستگاه توافقی اخیر شعاعهای OA و OB بر یکدیگر عمود می باشند، بنابر این ایندو شعاع نیمسازهای زوایای بین دو شعاع دیگر خواهند بود در نتیجه با توجه به شکل مقابل هریک از دو شعاع OM و ON می تواند مزدوج OH باشد.



۱۸۳ـ(۱)

$$\begin{cases} ab=۳۶ \\ \frac{۱}{a}+\frac{۱}{b}=\frac{۲}{\frac{۷۲}{۱۳}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ab=۳۶ \\ \frac{a+b}{ab}=\frac{۲۶}{۷۲} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ab=۳۶ \\ a+b=۱۳ \end{cases} a=۴, b=۹$$

۱۸۴ـ(۱) به رابطه دکارت توجه کنید .

۱۸۵ـ(۲)

$$\frac{Sin۳۰^\circ}{Sin۱۵^\circ}=-\frac{Sin(۴۵+x)}{Sinx}\Rightarrow \frac{\frac{۱}{۲}}{\frac{\sqrt{۶}-\sqrt{۲}}{۴}}=$$

$$=-\frac{Sin۴۵^\circ Cosx+Cos۴۵^\circ Sinx}{Sinx}\Rightarrow Cotgx=\sqrt{۳}\Rightarrow x=۳۰^\circ$$

۱۸۶ـ(۲) معادله دایره به شعاع R و به مرکز (α , β) بصورت $(x-\alpha)^۲+(y-\beta)^۲=R^۲$ است در تست اخیر $R=۲$ و $\alpha=۲$ و $\beta=-۳$ است و معادله دایره $(x-۲)^۲+(y-(-۳))^۲=۲^۲$ یا $x^۲+y^۲+۶y-۴x+۹=۰$ است .

روش دوم : بطورکلی در یک مقطع مخروطی بصورت $F(x , y)=۰$ برای یافتن مرکز یکبار نسبت به x و یکبار نسبت به y از F مشتق گرفته و ریشه های مشتقات طول و عرض مرکز مقطع خواهد بود .

۱۸۷ـ(۲) در هر امتداد دلخواهی دقیقاً دو مماس بر هر دایره می توان رسم کرد .

۱۸۸ـ(۲) اگر معادله دایره ای بصورت $C(x , y)=۰$ نوشته شود برای تشخیص وضعیت نقطه (a , b) نسبت به دایرهٔ اخیر باید مقدار $C(a , b)$ را محاسبه نمود اگر $C(a , b)=۰$ باشد نقطه روی دایره است اگر $C(a , b)>۰$ باشد نقطه خارج دایره و اگر $C(a , b)<۰$ باشد نقطه درون دایره است ، در سوال اخیر $C(x , y)=x^۲+y^۲-۹x$ است و چون $C(۰ , ۱)>۰$ است لذا نقطه خارج دایره است .

۱۸۹ـ(۴) اگر دو دایرهٔ C و C' به شعاعهای R و R' بوده و فاصله خط المرکزین آنها برابر d باشد در این صورت اگر $d=R+R'$ باشد دو دایره مماس خارجند و اگر $d>R+R'$ باشد دو دایره متخارجند اگر $|R-R'|<d<R+R'$ باشد دو دایره متقاطعند اگر $R'=d+R$ یا $R=d+R'$ باشد دو دایره مماس داخلند ، اگر $d<|R-R'|$ باشد دو دایره متداخلند ، در تست اخیر معادله دو دایره را

بصورت $(x-۳)^۲+(y+\frac{۵}{۲})^۲=\frac{۶۱}{۴}$ و $(x+۱)^۲+(y+\frac{۳}{۲})^۲=\frac{۱۳}{۴}$ بنویسید در این صورت $R=\frac{\sqrt{۱۳}}{۲}$ و $R'=\frac{\sqrt{۶۱}}{۲}$ و $d=\sqrt{۳۲}=۴\sqrt{۲}$ بوده و چون $d<R+R'$ است لذا دو دایره متقاطعند.

روش سوم : محور اصلی دو دایره خط $y=x$ می باشد این خط دایره ها را در دو نقطه قطع می کند .

۱۹۰ـ (۳) اگر نقطه $M(a\ ,\ b)$ درون دایره $C(x\ ,\ y)=۰$ به شعاع R باشد و d فاصله نقطه تا مرکز دایره باشد طول وتر می نیممی که از نقطه بر دایره C رسم می شود برابر $۲\sqrt{|R^۲-d^۲|}=۲\sqrt{|P_C^M|}$ می باشد در تست اخیر شعاع دایره $\sqrt{۸}$ و مرکزش $(-۱\ ,\ -۱)$ است لذا $R=\sqrt{۸}$ و $d=\sqrt{۵}$ و در نتیجه طول وتر می نیمم برابر $۲\sqrt{۳}$ خواهد بود .

روش دوم : می توان بدون محاسبه شعاع فقط با محاسبه $P_C^M=C(a\ ,\ b)$ طول وتر می‌نیمم را یافت .

۱۹۱ـ (۳) معادله محور اصلی دایره از تفاضل معادله دو دایره حاصل می شود که بصورت $۷y-x=۰$ یا $y=\frac{x}{۷}$ می باشد و در مبداء محور x ها را قطع می کند .

۱۹۲ـ (۱) مرکز دایره مطلوب محل بر خورد محورهای اصلی است اگر معادله دوایر دیگر را از معادله $x^۲+y^۲=۱$ کم کنید دو محور $-۲x-۲=۰$ و $-۲y-۷=۰$ حاصل می شوند و لذا مرکز دایره مطلوب نقطه $O(-۱\ ,\ \frac{-۷}{۲})$ است و شعاع دایره مطلوب برابر جذر قوت نقطه O نسبت به یکی از سه دایره است که برابر $\sqrt{۱+\frac{۴۹}{۴}-۱}$ یا $\frac{۷}{۲}$ است و معادله دایره بصورت

$(x+1)^2+(y+\frac{7}{2})^2=(\frac{7}{2})^2$ یا $x^2+y^2+2x+7y+1=0$ است .

۱۹۳ـ (۳) طرفین معادله دایره را از طرفین معادله خط کم کنید معادله دایره مطلوب بدست می آید .

۱۹۴ـ (۲) طبق فرض مرکز دایره بصورت $(2\ ,\ 0)$ بوده و دایره بر خط $x-y=0$ مماس است لذا شعاع دایره برابر فاصله نقطه اخیر از خط $x-y=0$ است که برابر $\sqrt{2}$ می باشد لذا معادله دایره بصورت $(x-2)^2+y^2=2$ می باشد .

۱۹۵ـ (۳) با قرار دادن مقادیر ۰ و $\frac{1}{2}$ بجای m معادلهٔ دو دایره $x^2+y^2-y=0$ و $x^2+y^2-\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}=0$ حاصل می شود و محور اصلی دایره اخیر $x-2y+1=0$ است و این خط محور دسته دایره است .

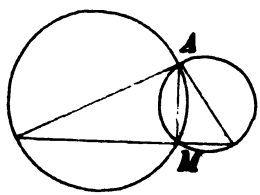
روش دوم : معادلهٔ دسته دایره بصورت $x^2+y^2+m(2y-x-1)-y-1=0$ است اگر ضریب m را مساوی صفر قرار دهید معادله محور حاصل می شود .

۱۹۶ـ (۱) نقاط مذکور فقط در معادلهٔ گزینه یک صدق می کنند .

روش دوم : معادله دایره را بصورت $x^2+y^2+ax+by+c=0$ در نظر بگیرید و باقرار دادن مختصات نقاط در معادله از حل یک دستگاه سه معادله سه مجهولی a و b و c را محاسبه کنید .

۱۹۷ـ (۱) زاویهٔ بین دایرهٔ $C(x\ ,\ y)=0$ و خط d برابر $ArcCos\frac{OH}{R}$ است که OH فاصلهٔ مرکز دایره تا خط d و R شعاع دایره است . در اینجا مرکز $(0\ ,\ 1)$ و $OH=1$ و $R=2$ است و بنابر این $\theta=ArcCos\frac{1}{2}=60^\circ$ است .

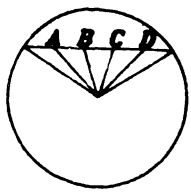
۱۹۸ـ (۲) محل تلاقی سه ارتفاع یک مثلث مرکز اصلی دوایری است که به قطر اضلاع مثلث ترسیم می شوند .



در شکل مقابل محور اصلی دو دایره‌ای که به قطر AB و AC رسم می شوند بر

BC عمود است زیرا زاویه AMB زاویه محاطی مقابل به قطر BA است لذا قائمه است و به همین ترتیب محوراصلی دوایر دیگر نیز ارتفاع وارد بر ضلع سوم است لذا مرکز اصلی محل برخورد سه ارتفاع است .

۱۹۹ـ(۲) هرگاه دایره C محیط دایرهٔ C' را نصف کند قوت مرکز C' نسبت به C مساوی $-R'^{۲}$ است .

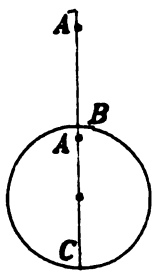


۲۰۰ـ(۱) با توجه به شکل مقابل فاصله دو نقطه اول یعنی A و آخر یعنی D از مرکز دایره یکی است و لذا قوت دو نقطه نسبت به دایره مساوی و در نتیجه نسبت آن یک است .

روش دوم : اگر AB وتری که به n قسمت تقسیم شده باشد نسبت قوت نقطه k ام یعنی a_k به نقطه m ام یعنی a_m را می توان از فرمول زیر حساب کرد :

$$\frac{P_C^{a_k}}{P_C^{a_m}} = \frac{k(n-k)}{m(n-m)} \Rightarrow \frac{P_C^{a_۱}}{P_C^{a_۴}} = \frac{۱(۵-۱)}{۴(۵-۴)} = ۱$$

۲۰۱ـ(۱) اگر A' نقطه مطلوب باشد در این صورت با توجه به شکل مقابل A و A' مزدوج توافقی C و B می باشند که BC دو سر قطری از دایره است که از A می گذرد بنابر این با توجه به رابطه نیوتن $OA \,.\, OA' = R^{۲} = ۱۲$ یعنی $OA' = \frac{۱۲}{۲} = ۶$ و چون قطر BC همان محور yها است ، لذا نقطه A' به مختصات $(۶ \,,\, ۰)$ خواهد بود .



۲۰۲ـ(۳) اگر نقطه $A(\alpha , \beta)$ را بصورت دایره ای به شعاع صفر بصورت $(x-\alpha)^2+(y-\beta)^2=0$ در نظر بگیرید محور اصلی دایره $C(O , R)$ و دایره اخیر مکان مربوطه خواهد بود واضح است که محور اصلی عمود بر خط المرکزین یعنی OA است .

روش دوم : اگر A را به O وصل کنیم روی قطر BC که قسمتی از خط OA است نقطه ای چون A' موجود است که مزدوج توافقی A نسبت به B و C است و تمام دوایر مورد نظر از A نیز خواهند گذشت بنابر این مکان مورد نظر عمود منصف AA' می باشد (چون دوایر همگی از A و A' می گذرند) .

۲۰۳ـ(۴) در دو دایرهٔ عمود بر هم ، قطر یک دایره بوسیله دایره دیگر به نسبت توافقی تقسیم می شود بنابر این خط المرکزین دو دایره به نسبت توافقی تقسیم می شود .

۲۰۴ـ(۲) اندازه مماس وارد بر دایره C ازنقطه A واقع در خارج دایره برابر جذر قوت نقطه A نسبت به دایره C می باشد لذا داریم :

$$\text{طول مماس} = AT = \sqrt{P_C^A} = \sqrt{1^2 + 5^2 - 2 \times 1 + 2 \times 5 - 9} = 5$$

۲۰۵ـ(۱) با توجه به پاسخ تست ۱۹۷ و اینکه شعاع دایره برابر ۶ و مرکزش $(-3 , 2)$ است همچنین فرمول فاصله نقطه و خط

$$d = \frac{|3 \times 2 - 4 \times (-3) - 3|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{15}{5} = 3$$

بوده و زاویه خط و دایره برابر $ArcCos\frac{3}{6}$ یا $\frac{\pi}{3}$ است .

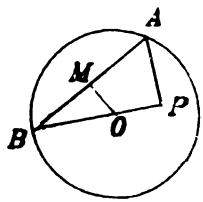
۲۰۶ـ(۱) نقاط $Q(0 , 0)$ و $Q'(1 , 1)$ مراکز دو دایره و $R=2$ و $R'=\sqrt{2}$ شعاعهای دو دایره‌اند داریم :

$$\alpha = ArcCos\frac{|d^2-R^2-R'^2|}{2RR'} = ArcCos\frac{\sqrt{2}}{2} = 45^\circ$$

۲۰۷ـ (۴) محور اصلی دو دایره همواره به مرکز دایره کوچک نزدیکتر است .

۲۰۸ـ (۱) از هر نقطه غیر از مرکز دایره فقط یک خط می توان رسم کرد که بر دایره عمود باشد و از مرکز بی نهایت خط عمود بر دایره رسم می شود .

۲۰۹ـ (۲) در شکل مقابل فرض کنید AB یکی از وترها ئی باشد که از P به زاویه قائمه دیده شود چون $OM \perp AB$ لذا $MO^2+MB^2=R^2$ است و چون در مثلث APB میانه MP نصف وتر AB است لذا $MP=MB$ است و در نتیجه $MO^2+MP^2=R^2$



اکنون مجموع مربعات فواصل M از O و P برابر مقدار ثابت R^2 است و در نتیجه مکان M روی دایره های به مرکز وسط OP است .البته برای کامل شدن می توان نشان داد هر نقطه روی دایرهٔ به مرکز O' و شعاع $O'M$ روی وسط وتری از دایره $C(O\ ,\ R)$ قرار دارد که از P به زاویه قائمه دیده می شود .

۲۱۰ـ (۳) اگر قوت نقطه ای نسبت به دایره C منفی باشدنقطه درون دایره است .

۲۱۱ـ (۲) اگر دو دایره بر یکدیگر عمود باشند قوت مرکز هر یک از دایره ها نسبت به دیگری برابر مربع شعاع خود آن دایره است .

$$P_{C'}{}^{O} = R^2 = 16$$

۲۱۲ـ (۴) مرکز دایره ای که بر C و C' عمود است بر نقاطی از محور اصلی C و C' واقع است که خارج دو دایره می باشند ، محور اصلی C و C' بصورت $-y+2x+3=0$ است که با خط $x=-1$ در نقطه $(-1\ ,\ 1)$ بر خورد می کند چون قوت نقطه $(-1\ ,\ 1)$ نسبت به C و C' منفی است لذا $(-1\ ,\ 1)$ درون دو دایره بوده و نمی تواند مرکز دایره ای باشد که بر C و C' عمود است .

۲۱۳ـ (۱) اگر طرفین معادلهٔ دو دایره را از یکدیگر کم کنید معادله $x=\frac{1}{2}$ بدست

می آید .

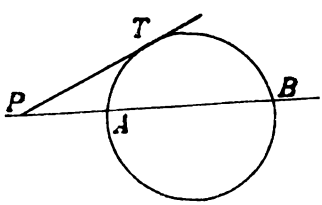
۲۱۴ـ (۴) معادله دایره بصورت $(x-\frac{۱}{۲})^۲+(y-\frac{۱}{۲})^۲=۱$ یا بصورت ساده شده $۲x^۲+۲y^۲-۲x-۲y=۱$ می باشد .

۲۱۵ـ (۴) شعاع کره فاصله مرکز تا یکی از نقاط روی آن است لذا $R=\sqrt{۱^۲+۳^۲+۵^۲}=\sqrt{۳۵}$ بوده و معادلهٔ کره بصورت $(x-۱)^۲+(y-۲)^۲+(z-۳)^۲=۳۵$ یا $x^۲+y^۲+z^۲-۲x-۴y-۶z=۲۱$ می باشد .

روش دوم : اگر مرکز کره‌ای نقطهٔ $O'(\alpha , \beta , \gamma)$ باشد در معادله آن کره ضرایب x و y و z به ترتیب -۲α و -۲β و -۲γ است لذا ضرایب x و y و z به ترتیب ۲- و ۴- و ۶- می باشند.

۲۱۶ـ (۴) بستگی به وضعیت دایره ها نسبت به یکدیگر دارد اگر مراکز آنها بر یک استقامت باشد هیچ دایره ای بر هر سه آنها عمود نیست ، و اگر هرسه دایره مراکزشان بر یک خط واقع نباشد در حالتی که مرکز اصلی آن سه داخل هیچیک نباشد یک دایره بر هر سه عمود است .

۲۱۷ـ (۳) اگر از نقطه دلخواه P مماس PT و قاطع PAB را بر دایره‌ای رسم کنیم (شکل مقابل) همواره $PA \cdot PB=PT^۲$ خواهد بود بنابر این خواهیم داشت :

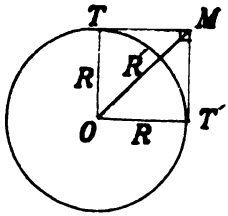


$(PA=AB)PA.(۲PA)=PT^۲=R^۲$

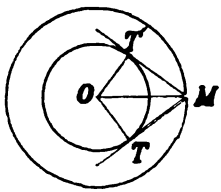
یعنی $PA^۲=\frac{R^۲}{۲}$ یا $PA=\frac{R\sqrt{۲}}{۲}$ است .

۲۱۸ـ (۳) شرط آنکه بتوان از نقطه‌ای دو مماس بر دایره‌ای رسم کرد آنست که نقطه خارج دایره قرار بگیرد یا بعبارتی قوت نقطه نسبت به دایره مثبت باشد یعنی لازمه سوال نامساوی $C(a , b)=a^۲+b^۲-۱۶>۰$ است

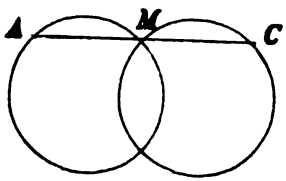
۲۱۹ـ (۳) با توجه به شکل صفحه بعد اگر ازنقطه M بتوان دو مماس عمود بر



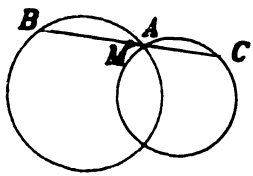
هم بر دایره C رسم کرد الزاماً $MT \perp OT$ و $MT' \perp OT'$ است و چهار ضلعی $OTMT'$ مربع است و لذا $OM = \sqrt{۲}OT = \sqrt{۲}R$ است پس چنین نقاطی بر دایره‌ای به مرکز O و شعاع $\sqrt{۲}R$ قرار دارند . از طرف دیگر اگر از نقطه دلخواه M روی دایره به مرکز O و شعاع $\sqrt{۲}R$ دو مماس بر دایره C رسم کنیم (شکل مقابل) در مثلث قائم الزاویه OMT مماس MT برابر R خواهد بود (و به همین صورت $MT'=R$) ودر نتیجه چهارضلعی $OTMT'$ مربع بوده و دو مماس بر هم عمودند .



روش دوم : مکان هندسی نقاطی که از آنهابتوان دو مماس با زاویه α بر دایره C به مرکز O و شعاع R رسم کرد دایره‌ای به مرکز O و شعاع $\frac{R}{Sin\frac{\alpha}{۲}}$ است ، توجه کنید که در تسبت اخیر $\alpha=\frac{\pi}{۲}$ و $Sin\frac{\alpha}{۲}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ می باشد .



۲۲۰ـ(۳) در حالت خاص زمانی که M یعنی وسط BC روی نقطه تلاقی دو دایره قرار گیرد (شکل مقابل) قوت نقطه M نسبت به هردایره صفر است و لذا دراین حالت خاص فقط گزینه ۳ صحیح است .



روش دوم : $P_{C}{}^{M} + P_{C'}{}^{M} =$

$\overline{MA}.\overline{MB}+\overline{MA}.\overline{MC}$

$=\overline{MA}(\overline{MB}+\overline{MC})=\overline{MA}\times ۰ = ۰$

۲۲۱ـ(۲) با توجه به پاسخ تست ۱۸۸ چون $C(۱ , -۲)>۰$ است لذا نقطه

$A(1, -2)$ خارج دایره واقع است و از نقطه A می توان دو مماس بر دایره رسم نمود .

۲۲۲ـ (۲) دو دایره با شعاع مساوی نسبت به نقطه وسط خط المرکزین قرینه اند مراکز دو دایره به ترتیب $(2, 1)$ و $(-2, -1)$ بوده و وسطایندو $(0, 0)$ است .

۲۲۳ـ (۲) هر خطی که از مرکز یک دایره بگذرد محور تقارن آن دایره است و خط $x+y=3$ از مرکز دایره مذکور می گذرد .

۲۲۴ـ (۳) با توجه به پاسخ تست ۱۸۸ چون قوت نقطه M نسبت به دایره منفی است در نتیجه نقطه درون دایره است .

۲۲۵ـ (۳) اگر A نقطه ای خارج دایره C باشد طول مماس AT که از A بر C رسم می شود برابر جذر قوت نقطه نسبت به دایره است و چون قوت نقطه $A(2, 2)$ نسبت به دایره برابر ۴ است طول مماس برابر ۲ است .

۲۲۶ـ (۴) با توجه به پاسخ تست ۱۸۹ و اینکه شعاع دوایر $R=\sqrt{7}$ و $R'=\sqrt{12}$ و $d=5$ است واضح است که $|R-R'|<d<R+R'$ بوده و d از مجموع دو شعاع کوچکتر است لذا دو دایره متقاطعند .

۲۲۷ـ (۲) معادله دو دایره را بصورت $(x-3)^2+y^2=4$ و $(x-4)^2+y^2=11$ بنویسید واضح است که $d=1$ و چون $\sqrt{11}+2>1$ لذا دو دایره متداخلند .

۲۲۸ـ (۳) معادله دو دایره را بصورت $x^2+(y-2)^2=4$ و $x^2+(y+1)^2=1$ بنویسید $R=2$ و $R'=1$ و $d=3$ است لذا دو دایره مماس خارجند .

۲۲۹ـ (۳) مرکز دایره نقطه $O(\alpha, \alpha)$ است معادله دایره بصورت $(x-\alpha)^2+(y-\alpha)^2=1$ یا $x^2+y^2-2\alpha x-2\alpha y=1-2\alpha^2$ است چون بر دایره $x^2+y^2=7$ عمود است داریم :

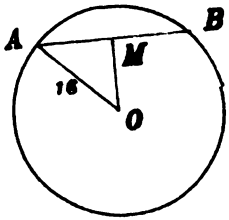
$$aa'+bb'-2(c+c')=0 \Rightarrow 7+(1-2a^2)=0 \Rightarrow \alpha=\pm 2$$

$$\Rightarrow (x\pm 2)^2+(y\pm 2)^2=1$$

۲۳۰ـ(۳) این مکان دایره‌ای به مرکز O و شعاع $\sqrt{۲}R$ است .

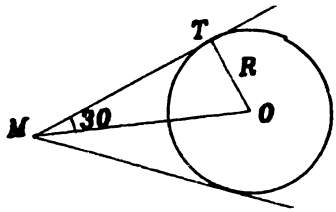
۲۳۱ـ(۱) $Cos\alpha=\frac{|-(R^{۲}+R'^{۲})+d^{۲}|}{۲RR'}=\frac{|-(۴+۲)+۲|}{۲\times۲\times\sqrt{۳}}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}\Rightarrow\alpha=\frac{\pi}{۴}$

۲۳۲ـ(۳) با توجه به شکل مقابل فاصله نقاط واقع بر وترهایی بطول ۲ از مرکز همواره برابر $\sqrt{۱۵}$ است و هر نقطه به فاصله $\sqrt{۱۵}$ از مرکز دایره وسط وتری بطول ۲ است .



۲۳۳ـ(۲) محور اصلی یک دسته دایره و محور اصلی مزدوج آن دسته دایره بر یکدیگر عمود هستند لذا خطی که عمود بر خط $۲x-۳y-۵=۰$ باشد محور مطلوب است .

۲۳۴ـ(۴) با توجه به شکل مقابل $MO=۲R$ (ضلع مقابل به زاویه ۳۰ درجه نصف وتراست) داریم :



$$MT=\sqrt{(۲R)^{۲}-R^{۲}}=\sqrt{۳}R$$

روش دوم : اگر M نقطه ای خارج دایرهٔ C باشد و دو مماس از M بر دایره رسم شود و α زاویه بین آندو باشد $tg\frac{\alpha}{۲}=\frac{R}{MT}=\frac{R}{\sqrt{P_{C}{}^{M}}}$ خواهد بود توجه کنید که در اینجا $MT=\sqrt{۳}R$ است .

۲۳۵ـ(۴) مکان هندسی نقاطی از صفحه که نسبت فواصلشان از دو نقطه ثابت برابر مقدار ثابت k باشد یک دایره است و در فضااین مکان کره‌ای است که شامل همان دایره و با همان شعاع می باشد .

۲۳۶ـ(۴) فرض کنیم $M(\alpha,\beta)$ یکی از نقاط مورد نظر باشد طبق فرض داریم :

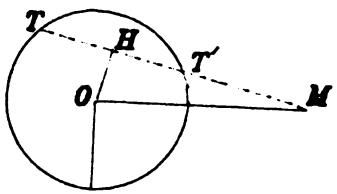
$$P_{C}{}^{M}+P_{C'}{}^{M}=-۵\Rightarrow\alpha^{۲}+\beta^{۲}-۸\alpha-۲۰+\alpha^{۲}+\beta^{۲}-۹=-۵$$

$$\Rightarrow\alpha^{۲}+\beta^{۲}-۴\alpha-۱۲=۰$$

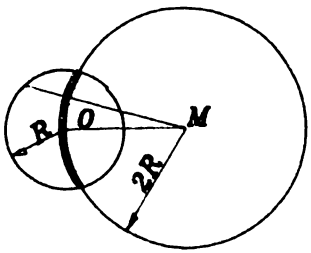
۲۳۷ـ(۲) با جایگذاری دو مقدار ۰ و $\frac{۱}{۲}$ بجای m دو دایرهٔ $x^۲+y^۲-x-۲=۰$ و $x^۲+y^۲+\frac{۱}{۲}y-\frac{۳}{۲}=۰$ به مرکز های $O(\frac{۱}{۲}, ۰)$ و $O'(۰, \frac{-۱}{۴})$ حاصل می شود و خط واصل بین ایندو همان پایهٔ دسته دایره است و معادله اش بصورت $۲x-۴y-۱=۰$ می باشد.

روش دوم : پایه دسته دایره مراکز دایره های موجود در دسته دایره است این نقاط بصورت $\omega(-\frac{۲m-۱}{۲}, -\frac{m}{۲})$ می باشند با حذف m بین دو رابطه $x=\frac{۱-۲m}{۲}$ و $y=-\frac{m}{۲}$ معادله پایه بصورت زیر حاصل می شود.

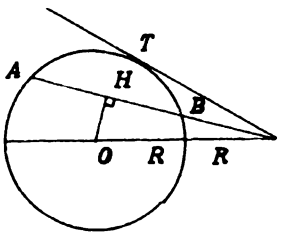
$m=-۲y$ و $۱-۲m=۲x \Rightarrow ۱-۲(-۲y)=۲x \Rightarrow ۲x-۴y-۱=۰$



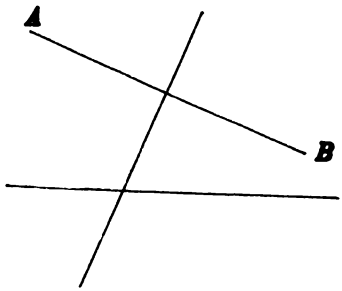
۲۳۸ـ(۴) از نقطه M قاطع MT را رسم می کنیم تا دایره را در T و T' قطع کند نقطه H وسط پاره خط TT' یکی از این نقاط است توجه کنید که OH بر MT عمود است لذا M روی دایره ای به مرکز M و شعاع $MO=۲R$ واقع است لذا با توجه به شکل روبرو قسمتی از دایرهٔ به مرکز M و شعاع $۲R$ که درون دایره $C(O, R)$ است مکان مورد نظر است



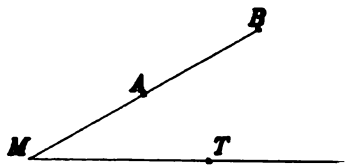
روش دوم : با توجه به شکل مقابل چون OH عمود منصف وتر های مورد نظر است مکان هندسی مورد نظر نقاطی از درون دایرهٔ $C(O, R)$ است که پاره خط OM به زاویه قائمه دیده می شود و این مکان جزئی از دایره به



قطر OM است که درون یا روی دایرهٔ $C(O\ ,\ R)$ است .



۲۳۹ـ (۳) مرکز دایره مطلوب روی عمود منصف پاره خط AB است و هر نقطه که فاصله اش از A و B و خط Δ به یک اندازه باشد مرکز دایره مطلوب می باشد . در حالتی که پاره خط AB عمود بر Δ باشد چنین نقاطی وجود ندارد و اگر پاره خط AB بر Δ عمود نباشد دو نقطه با این خاصیت وجود دارد .



روش دوم : A را به B وصل می کنیم و ادامه می دهیم اگر در نقطه M خط Δ را قطع کند و C دایره مطلوب باشد و در T بر خط Δ مماس باشد همواره داریم : $P_C{}^M = MA.MB = MT^2$ و دو نقطه T و T' که M وسط آندواست در تساوی اخیر صدق می کنند که همان جوابهای مسأله می باشند .(توجه کنید که $MA\ .\ MB$ عددی مثبت است) اگر خط واصل بین A و B موازی باشد مسأله فقط یک جواب دارد .

روش سوم : اگر مرکز دایرهٔ مورد نظر را O در نظر بگیریم با توجه به شرط نصف شدن یک دایره توسط دایرهٔ دیگر تساوی $P_{C_1}{}^O = P_{C_2}{}^O = -R^2$ بر قرار است که R شعاع دایرهٔ مورد نظر است پس قوت نقطه O نسبت به دو دایره برابر خواهد بود بنابراین مکان هندسی قسمتی از محور اصلی دو دایره

است که در داخل دایره باشد و این همان وتر مشترک دو دایره است .

۲۴۰ـ (۲) محور اصلی دسته دایره‌ای که شامل دو دایرهٔ C و C' باشد بصورت $C-C'=0$ است .

۲۴۱ـ (۲) محور اصلی دو دایره C و C' بصورت $2x+2=0$ و محور اصلی دو دایره C و C'' بصورت $2y+6=0$ است که محل تقاطع ایندو که همان مرکز اصلی سه دایره است نقطه $A(-1\ ,\ -3)$ می باشد دایره ای که بر سه دایرهٔ C و C' و C'' عمود باشد دارای شعاعی بصورت زیر می باشد :

$$R=AT=\sqrt{P_C{}^A}=\sqrt{P_{C'}{}^A}=\sqrt{P_{C''}{}^A}=\sqrt{9}=3$$

۲۴۲ـ (۱) محور اصلی دو دایرهٔ $(x+1)^2+y^2=1$ و $x^2+y^2-4=0$ خط $x=-2$ و محور اصلی دو دایرهٔ $(x+1)^2+y^2=1$ و $(x+1)^2+(y-1)^2=9$ خط $y=-\frac{7}{2}$ است محل تلاقی این دو محور نقطه $A(-3\ ,\ -\frac{7}{2})$ مرکز دایرهٔ مطلوب است و شعاع دایره مطلوب بصورت $R=\sqrt{P_C{}^A}=\frac{7}{2}$ است و لذا معادله دایره مطلوب بصورت $(x+2)^2+(y+\frac{7}{2})^2=\frac{49}{4}$ یا $x^2+y^2+4x+7y+4=0$ است .

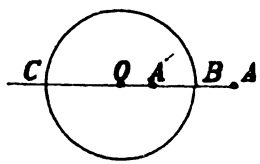
۲۴۳ـ (۱) برای سه دایره که مراکزشان بر یک استقامت نباشد نقطه ای موجود است که قوتش نسبت به هر سه دایره یکی است .

۲۴۴ـ (۴) محور اصلی هر دو دایره از سه دایره داده شده بصورت $x+y-2=0$ می باشد و لذا از هر سه نقطه روی خط $x+y-2=0$ که خارج سه دایره باشد می توان دایره ای بر سه دایره مذکور عمود کرد که تعدادشان بی شمار است محور اصلی سه دایره تنها در حالتی یک خط خواهد بود که هر سه در یک نقطه مماس داخلی باشد یا هر سه دایره در دو نقطه متقاطع باشند .

۲۴۵ـ (۳) مراکز سه دایره بر یک راستا هستند و لذا نقطه ای موجود نیست که قوتش نسبت به سه دایره یکی باشد .

۲۴۶ـ (۴) اگر $x^2+y^2+a'x+b'y+c'=0$ دوایری باشند که از A گذشته و بر دایرهٔ C عمود باشند آنگاه شرط گذشتن دوایر و عمود بودن آنها بر C یک دستگاه دو معادله سه مجهولی بوجود می آورد که چون تعداد مجهولات بیش از تعداد معادلات است بی شمار جواب خواهد داشت .

روش دوم : اگر A را به مرکز دایره یعنی O وصل کنیم خط OA دایره را در نقاط B و C قطع می کند اکنون اگر A' مزدوج توافقی A نسبت به دونقطه B و C باشد تمام دوایری که از نقاط A و A' می‌گذرند جواب مسأله خواهند بود و درنتیجه مسأله بی نهایت جواب دارد



توجه کنید که اگر A داخل دایره قرار داشت جای A و A' عوض می شد .

۲۴۷ـ (۲) اگر معادله دوایری که از $A(8\ ,\ 0)$ گذشته و بر $x^2+y^2=16$ عمود باشند بصورت $x^2+y^2+ax+by+c=0$ در نظر گرفته شود در اینصورت از دو شرط اخیر داریم :

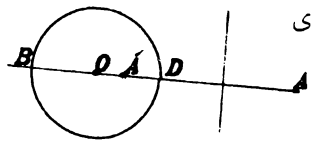
$$\begin{cases} 8^2+0^2+8a+0b+c=0 \\ 0a+0b-2(c-16)=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 64+8a+c=0 \\ c=16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=-10 \\ c=16 \end{cases}$$

بنابر این دوایر مذکور بصورت $x^2+y^2-10x+by+16=0$ خواهند بود دوایر اخیر از نقطه ثابتی میگذرند برای یافتن آن نقطه اگر معادله را بصورت $x^2+y^2-10x+16+by=0$ بنویسید باید $y=0$ و $x^2-10x+16=0$ باشد چون ریشه‌های معادله $x^2-10x+16=0$ بصورت $x=2$ و $x=8$ است لذا دوایر همگی از دو نقطه $A(8\ ,\ 0)$ و $A'(2\ ,\ 0)$ میگذرند .

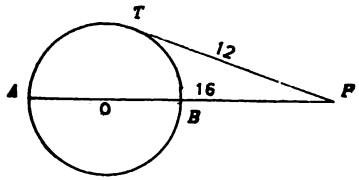
روش دوم :نقطه مطلوب مزدوج توافقی A نسبت به دو سر قطری است که امتداد آن از A میگذرد بنابراین $OA.OA'=R^2=16$ در نتیجه $8\times OA'=16$ یا

$OA'=۲$ و چون نقطه روی محور xها است مختصات آن بصورت $(۲ , ۰)$ خواهد بود.

۲۴۸ـ (۳) اگر A' مزدوج توافقی A نسبت به دو سر قطر BD باشد در این صورت هر دایره‌ای که از نقاط A و A' بگذرد روی مکان است و لذا عمود منصف AA' مکان مطلوب است.



۲۴۹ـ (۳) با توجه به شکل مقابل طبق فرض $PT=۱۲$ و $AP=۱۶$ است و لذا $PA.PB=PT^۲$ در نتیجه $PB=\frac{۱۲^۲}{۱۶}=۹$ در نتیجه $AB=۱۶-۹=۷$ می باشد.



روش دوم: در مثلث OPT (شکل بالا) داریم:

$$PT^۲+r^۲=OO^۲\Rightarrow(۱۶-r)^۲-r^۲=۱۲^۲\Rightarrow r=\frac{۷}{۲}$$

روش سوم: اگر d فاصله نقطه P تا مرکز دایره $C(O , R)$ باشد فاصله دورترین نقطه روی دایره از نقطه P برابر $d+R$ است با توجه به آنکه $P_C.P=۱۲^۲$ داریم:

$$\begin{cases} d+R=۱۶ \\ d^۲-R^۲=۱۴۴ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d+R=۱۶ \\ ۱۶(d-R)=۱۴۴ \end{cases} \Rightarrow ۲R=۷$$

۲۵۰ـ (۱) معادله مزدوج دسته دایرهٔ $x^۲+y^۲-۲mx+c=۰$ بصورت $x^۲+y^۲-۲m'y-c=۰$ است لذا دسته دایرهٔ مزدوج مربوط به دسته دایرهٔ $x^۲+y^۲-ax=۴$ بصورت $x^۲+y^۲+my+۴=۰$ است.

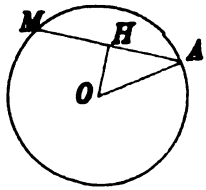
۲۵۱ـ (۳) مرکز دایره نقطه $O(۱ , ۰)$ است و فاصله‌اش تا خط $۳x-۴y+۷=۰$ برابر ۲ است لذا $Cos\alpha=\frac{OH}{R}=\frac{۲}{۴}$ است (شعاع دایره برابر ۴ است) در نتیجه $\alpha=\frac{\pi}{۳}$ است.

۲۵۲ـ (۳) با توجه به تست ۲۲۵ طول مماس برابر $\sqrt{P_C^M}$ که این عبارت

برابر $\sqrt{۱+۴-۱+۶-۱}$ یا ۳ است .

۲۵۳ـ (۴) به ازای دو مقدار $m=۰$ و $m=\frac{۱}{۲}$ دو دایره $x^۲+y^۲-x=۱$ و $x^۲+y^۲=۱$ از دسته دایره با مرکز $(۰\ ,\ ۰)$ و $(\frac{۱}{۲}\ ,\ ۰)$ بدست می‌آید و معادله خط واصل بین ایندو $y=۰$ است که همان پایه دسته دایره است .

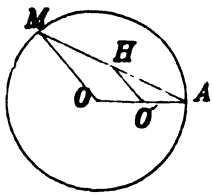
۲۵۴ـ (۳) اگر AM یک وتر دلخواه باشد و H نقطه وسط AM باشد در اینصورت زاویه OHA قائمه است لذا H روی دایره ای بقطر OA قرار دارد و هر نقطه روی چنین دایره‌ای در مکان قرار دارد لذا مکان دایره‌ای به قطر OA است . پیداست که این دایره به شعاع $\frac{R}{۲}$ است و بر دایره مماس است .



روش دوم : در شکل مقابل اگر AM وتری دلخواه و O' وسط OA و در اینصورت بنابر قضیه تالس $\frac{۱}{۲}=\frac{AO'}{AO}=\frac{O'H}{OM}$ است و داریم :

$$\frac{۱}{۲}=\frac{O'H}{OM} \Rightarrow O'H=\frac{۱}{۲}OM=\frac{۱}{۲}R$$

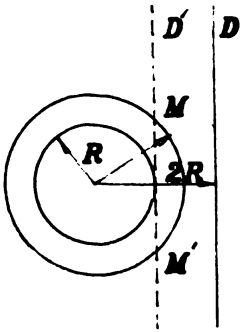
و لذا هر نقطه از وسط وتر روی دایره‌ای به مرکز O' و شعاع $\frac{۱}{۲}R$ روی مکان است وبالعکس .



۲۵۵ـ (۱) با توجه به پاسخ تست ۱۸۸ چون $P_C^M=۱+۹+۲-۳-۱>۰$ است نقطه M خارج دایره واقع است ودو مماس از نقطه می توان بر دایره رسم نمود .

۲۵۶ـ (۴) شعاع انحناء دایره‌ای به شعاع R برابر R است . مجموعه نقاط داده شده دایره‌ای به مرکز $O(۰\ ,\ ۰)$ و شعاع $\sqrt{۲}$ است ، و لذا شعاع انحناء آن برابر $\sqrt{۲}$ است .

۲۵۷ـ (۲) مکان هندسی نقاطی که از آن‌نقاط دایره‌ای به شعاع R عمود بر دایرهٔ



$C(O\,,\,R)$ رسم نمود دایره‌ای به مرکز O و شعاع $\sqrt{۲}R$ است . و مکان هندسی نقاطی که از آنها بتوان دایره‌ای به شعاع R بر خط D مماس کرد دو خط D' و D'' است که به فاصله R از خط D واقعند اشتراک ایندو مکان نقاط M و M' است که همان مطلوب سؤال است.

۲۵۸ـ (۳) مرکز دایره وسط AB یعنی $M(۲\,,\,-\frac{۳}{۲})$ است و شعاعش نصف AB یعنی $\frac{\sqrt{۵۳}}{۲}$ است در نتیجه معادله دایره بصورت $(x-۲)^۲+(y-\frac{۳}{۲})^۲=\frac{۵۳}{۴}$ یا $x^۲+y^۲-۴x+۳y-۷=۰$ است .

روش تستی : با توجه به آنکه مرکز دایره $M(۲\,,\,-\frac{۳}{۲})$ است ضریب x و y در معادله دایره به ترتیب ۴- و ۳ می باشند و فقط گزینه ۳ چنین است .

روش سوم : توجه کنید که اگر $M(x\,,\,y)$ نقطه ای از دایرهٔ مطلوب باشد در این صورت $\overrightarrow{AM}\perp\overrightarrow{BM}$ است چون $\overrightarrow{AM}(x-۳\,,\,y+۵)$ و $\overrightarrow{BM}(x-۱\,,\,y-۲)$ داریم :

$$\overrightarrow{AM}\perp\overrightarrow{BM}\Rightarrow(x-۳)(x-۱)+(y+۵)(y-۲)=۰\Rightarrow x^۲+y^۲-۴x+۳y-۷=۰$$

روش چهارم : چون طول و عرض مرکز مختلف العلامه هستند پس باید ضریب x و y مختلف العلامه باشند و فقط گزینه ۳ چنین است .

۲۵۹ـ (۴) مرکز دایره مطلوب روی محور اصلی دو دایره است و محور اصلی نقاطی بصورت $(\alpha\,,\,۱)$ است . اکنون شرط لازم و کافی برای آنکه دایره از ω بتوان دایره ای عمود بر $x^۲+y^۲=۱$ رسم کرد آنستکه قوت نقطه ω نسبت به دایره برابر مربع شعاع دایره باشد داریم :

$$P_{C}{}^{\omega}=۱^۲\Rightarrow\alpha^۲+۱^۲-۱=۲^۲\Rightarrow\alpha=\pm۲$$

لذا دو نقطه $\omega(۲ , ۱)$ و $\omega'(-۲ , ۱)$ بدست می آید .

روش دوم : با توجه به شرط عمود بودن دو دایره مختصات هر کدام از نقاط داده شده در گزینه ها را در معادله یکی از دایره‌ها جایگذاری کنید و هر کدام مقدار $۲^۲$ را حاصل نمود جواب مورد نظر است .

۲۶۰ـ (۱) اگر دو دایره بشعاعهای R و R' مماس خارج باشند طول مماس مشترک آندو برابر $۲\sqrt{RR'}$ است . لذا طول مماس مشترک برابر $۲\sqrt{۱\times ۹}$ یعنی ۶ است توجه کنید که اگر TT' مماس مشترک باشد داریم :

$$TT' = \sqrt{(R+R')^۲ - (R-R')^۲} = ۲\sqrt{RR'}$$

۲۶۱ـ (۴) دو دایره به معادله $x^۲+y^۲+ax+by+c=۰$ و $x^۲+y^۲+a'x+b'y+c'=۰$ بر یکدیگر عمود هستند اگر و فقط اگر $aa'+bb'=۲(c+c')$ باشد . در سوال اخیر $۲(\lambda^۲-۱)+۴\lambda=۲(-۲+(\lambda+۱)^۲)$ است آخرین معادله بصورت $۰=۰$ است و لذا برای هر λی دلخواهی دو دایره بر هم عمود می باشند .

روش دوم :

$$P_{C'}{}^{M} = R^۲ \Rightarrow ۱+۱-(\lambda^۲-۱)-۲\lambda+(\lambda+۱)^۲=۴ \Rightarrow ۰=۰ \Rightarrow \lambda \in R$$

۲۶۲ـ (۳) به ازای $m=۰$ و $m=۱$ دو دایره از دسته دایره بدست می‌آید آندو را ازیکدیگر کم می کنیم معادله محور حاصل می شود .

$$(x^۲+y^۲+x-y)-(x^۲+y^۲-۱)=۰ \Rightarrow x-y+۱=۰ \Rightarrow y=x+۱$$

روش دوم : $P_{C'}{}^{O}=R^۲$ و $O(۰ , ۰) \Rightarrow -a=۱ \Rightarrow a=۱$

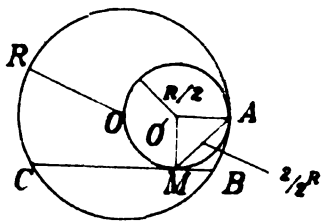
روش سوم : در معادلهٔ دسته دایره ضریب m بصورت $(x-y+۱)$ است و چون تمام عناصر دسته دایره از دو نقطه ثابت می گذرند می توان ضریب m را مساوی صفر قرار داد .

روش چهارم: مختصات مراکز دسته دایره بصورت $(\frac{m}{۲}, \frac{-m}{۲})$ می باشد که این نقاط روی خط $y=-x$ واقع هستند در نتیجه $y=-x$ پایه دسته دایره است و محور اصلی دسته دایره بر پایه دسته عمود است و ضریب زاویه آن برابر یک خواهد بود و تنها گزینه ۳ صحیح بود.

۲۶۳-(۳)

$$MT=\sqrt{P_C^{\,M}}=\sqrt{d^{۲}-R^{۲}}=\sqrt{(۳R)^{۲}-R^{۲}}=۲R\sqrt{۲}$$

۲۶۴-(۳)



$$|P_C^{\,M}|=MC.MB\Rightarrow$$

$$MB.MC=|OM^{۲}-R^{۲}|$$

$$\Rightarrow MB.MC=$$

$$|(\frac{R^{۲}}{۴}+\frac{R^{۲}}{۴}-R^{۲})|=$$

$$\frac{R^{۲}}{۲}=AM^{۲}$$

روش دوم: $|P_C^{\,M}|=MB\,.\,MC=R^{۲}-OM^{۲}=A^{۲}$

روش سوم: در حالت خاص اگر وتر BC قطر باشد M بر O منطبق می شود و $|P_C^{\,M}|=|P_C^{\,O}|=R$ و $R^{۲}$ هم برابر $MA^{۲}$ خواهد بود و گزینه ۳ درست است.

روش چهارم: در حالت خاص اگر $OA \parallel BC$ باشد $AM=OM$ بوده و $|MB.MC|=|MA.MB|=MA^{۲}$ خواهد بود.

۲۶۵-(۲)

$$\sqrt{P_C^{\,A}}=\sqrt{۱+۴+۱+۶-۳}=۳$$

۲۶۶-(۴)

$$\begin{cases} x=a\,Sin\,t+b\,Cos\,t+k \\ y=b\,Sin\,t-a\,Cos\,t-k \end{cases}\Rightarrow$$

$$\begin{cases} (x-k)^{۲}=a^{۲}\,Sin^{۲}t+۲ab\,Sin\,t\,Cos\,t+b^{۲}\,Cos^{۲}t \\ (y+k)^{۲}=b^{۲}\,Sin^{۲}t-۲ab\,Sin\,t\,Cos\,t+a^{۲}\,Cos^{۲}t \end{cases}$$

$$\Rightarrow (x-k)^{۲}+(y+k)^{۲}=a^{۲}+b^{۲} \Rightarrow R=\sqrt{a^{۲}+b^{۲}}$$

روش دوم : اگر a را مساوی صفر قرار دهیم معادله پارامتری بصورت $x=bCost+k$ و $y=bSint-k$ در می آید که معادله دایره به شعاع b است و در حالتی که $a=۰$ باشد در بین گزینه ها تنها گزینه ۴ برابر b خواهد بود .

۲۶۷ـ(۱) باید نقطه ای از خط $۳x-y=۴$ را یافت که فاصله اش از هر دو محور مختصات به یک اندازه باشد نقطه مطلوب بصورت $O(\alpha\ ,\ ۳\alpha-۴)$ است . وفاصله‌اش از محور xها و yها به ترتیب $۳\alpha-۴$ و α است لذا باید $\alpha=۳\alpha-۴$ باشد یعنی $\alpha=۲$ است و بنابر این مرکز دایره نقطه $O(۲\ ,\ ۲)$ و شعاعش ۲ است و لذا معادلهٔ دایره بصورت $(x-۲)^{۲}+(y-۲)^{۲}=۴$ یا $x^{۲}+y^{۲}-۴x-۴y+۴=۰$ است .

۲۶۸ـ(۲) با توجه به پاسخ تست ۱۹۰ طول وتر می نیمم برابر است با :

$$۲\sqrt{|P_C{}^M|}=۲\sqrt{|۱-۲-۱۱|}=۲\sqrt{۱۲}=۴\sqrt{۳}$$

۲۶۹ـ(۲) باید $aa'+bb'=۲(c+c')$ یا $a\times۰=۲(-a-۱)$ باشد بعبارتی $a=-۱$ است .

۲۷۰ـ(۴) اگر M نقطه وسط وتری به طول $۲a$ باشد در اینصورت $OM=\sqrt{R^{۲}-a^{۲}}$ است لذا نقطه M همواره روی دایره ای به مرکز O و شعاع $\sqrt{R^{۲}-a^{۲}}$ واقع است .

۲۷۱ـ(۱) $\quad$ طول مماس $=\sqrt{P_C{}^M}=\sqrt{۱+۴+۲+۲}=۳$

۲۷۲ـ(۳) مراکز دوایری با شعاع معلوم که بر دایره‌ای عمود باشند یک دایره به مرکز O است و حداکثر دو تا از این دایره‌ها می تواند از نقطه ثابت A بگذرد .

روش دوم : اگر مزدوج توافقی A نسبت به دو سر قطر دایره C را A' بنامیم

دایرهٔ گذرنده از A و A' جواب مسأله بوده و تعداد چنین دوایری حداکثر ۲ تا خواهد بود زیرا ممکن است $R'=\frac{AA'}{۲}$ باشد که در این وضعیت مسأله تنها یک جواب دارد.

۲۷۳ـ (۱) مکان هندسی مرکز دایره‌های به شعاع R' که محیط دایره $C(O\ ,\ R)$ را نصف کنند دایره‌ای به مرکز O و شعاع $\sqrt{R'^{۲}-R^{۲}}$ میباشد لذا مکان هندسی نقاطی که مرکز دایره‌ای باشند که محیط C را نصف کنند دایره‌ای به مرکز $O(۰\ ,\ ۰)$ و شعاع $\sqrt{۲۵-۹}=۴$ است و چون این دایره بر خط $x+y=۴\sqrt{۲}$ مماس است اکنون چون فاصله O و خط $x+y=۴\sqrt{۲}$ برابر ۴ است لذا داریم $x^{۲}+y^{۲}=۱۶$ بر خط $x+y=۴\sqrt{۲}$ مماس است بنابر این $x^{۲}+y^{۲}=۱۶$ دایره مطلوب است.

۲۷۴ـ (۴) اگر M نقطه‌ای دلخواه در صفحه دایره $C(O\ ,\ R)$ باشد فاصله دورترین نقطه دایره نسبت به نقطه M برابر $OM+R$ است.

۲۷۵ـ (۳) اگر O یکی از آن مراکز باشد فاصله‌اش تا نقطه A برابر R است و بالعکس هر نقطه که فاصله اش از A برابر R باشد مرکز چنین دایره‌ای است.

۲۷۶ـ (۱) طول وتر می نیمم برابر است با:

$$۲\sqrt{|P_{C}{}^{M}|}=۲\sqrt{|۱+۱-۴-۴+۲|}=۴$$

۲۷۷ـ (۱) معادله دسته دایره بصورت $x^{۲}+y^{۲}-۲x+m(y-x)=۰$ است اگر مختصات M را در معادله دسته دایره جایگذاری کنید معادله $۰+۱-۰-m=۰$ حاصل می شود و لذا $m=۱$ است و معادلهٔ دایرهٔ مطلوب $x^{۲}+y^{۲}-۳x+y=۰$ خواهد بود.

۲۷۸ـ (۱) بردار قائم بر صفحه مطلوب بردار $\overrightarrow{OA}(۱\ ,\ ۲\ ,\ -۲)$ است (O مرکز کره است) و معادلهٔ صفحه بصورت $(x-۳)+۲(y-۱)-۲(z+۱)=۰$ یا $x+۲y-۲z-۷=۰$ است.

۲۷۹ـ (۱) مانند تست ۲۶۷ مرکز دایره مطلوب $O(\alpha\ ,\ 5-3\alpha)$ است و چون دایره به شعاع ۲ بوده و بر محور xها مماس است لذا $2=5-3\alpha$ یا $\alpha=1$ است و مرکز دایره $O(1\ ,\ 2)$ است و معادله‌اش بصورت $(x-1)^2+(y-2)^2=4$ یا $x^2+y^2-2x-4y+1=0$ است.

روش دوم: چون دایره بر محور xها مماس است اگر $O(\alpha\ ,\ \beta)$ مرکز دایره باشد در این صورت $R=|\beta|$ بوده و درنتیجه $\beta=2$ و بنابر این $\alpha=1$ و R نیز مساوی ۴ است و گزینه ۱ صحیح خواهد بود.

۲۸۰ـ (۲) مکان هندسی نقاطی که نسبت به دایره $C(O\ ,\ R)$ دارای قوت ثابت باشند دایره‌ای به مرکز O و شعاع R' است اگر قوت ثابت مثبت و باشد $R'>R$ است و اگر قوت صفر باشد $R'=R$ و اگر قوت منفی باشد $R'<R$ است. در تست اخیر مرکز دایره C مبداء است و لذا مکان مطلوب دایره‌ای به مرکز مبداء و شعاع کمتر از یک است.

روش دوم: چون $P_C^M=d^2-R^2=\frac{-1}{2}$ مکان دایره ای به شعاع $d=\frac{\sqrt{2}}{2}$ است که این شعاع کوچکتر از یک می باشد.

۲۸۱ـ (۲) اگر معادله مزدوج دسته دایره را بصورت $x^2+y^2+ax+by+c=0$ در نظر بگیریم برای هر m دلخواه باید داشته باشیم:

$am-b(m-1)+2-2c=0$ چون معادله اخیر به ازای هر m دلخواهی بر قرار است باید $a-b=0$ و $2c-b+2=0$ اکنون اگر قرار دهید $a=n$ در اینصورت $b=n$ و $c=\frac{n}{2}+1$ است و معادله دسته دایره بصورت $x^2+y^2+nx+ny+\frac{n}{2}+1=0$ خواهد بود.

۲۸۲ـ (۳) اگر O نقطه‌ای دلخواه باشد تمام نقاط صفحه که به فاصله R از O واقع شده باشند نقاط روی دایرهٔ به مرکز O و شعاع R می باشند و نقاطی چون M که در نامساوی $OM<R$ صدق کنند نقاط درون دایره و نقاطی چون M که $OM>R$

باشد نقاط خارج دایره می باشند .

۲۸۳ـ (۳) $Cos\alpha=\frac{OH}{R}\Rightarrow\frac{\sqrt{۳}}{۲}=\frac{OH}{۲\sqrt{۳}}\Rightarrow OH=۳$

۲۸۴ـ (۲) در مثلثی که رئوس آن سه نقطه A و B و C از کره باشد اگر از محل بر خورد سه میانه خطی عمود بر صفحه شامل مثلث رسم کنید تمام نقاط این خط به فاصله یکسان از سه نقطه خواهند بود و اشتراک این خط و کره دو نقطه خواهد بود .

۲۸۵ـ (۳) چون دو دایره مماس مشترک داخلی دارند یا متخارج هستند و یا مماس خارج می باشند و چون مماس مشترک بر خط المرکزین عمود نیست پس متخارج می باشند .

۲۸۶ـ (۴) اگر معادله بیضی را بصورت $\frac{x^۲}{\left(\frac{۱}{۵}\right)^۲}+\frac{y^۲}{\left(\frac{۱}{۳}\right)^۲}=۱$ بنویسید

$a=\frac{۱}{۳}$ و $b=\frac{۱}{۵}$ و لذا فاصله دو کانون برابر $۲\sqrt{a^۲-b^۲}$ یا

$۲c=۲\sqrt{\frac{۱}{۹}-\frac{۱}{۲۵}}=\frac{۸}{۱۵}$ است .

۲۸۷ـ (۲) اگر H پای عمود وارد از F بر خط هادی باشد اندازه جبری HF همان پارامتر سهمی است که در سوال اخیر برابر ۲ می باشد .

روش دوم : در سهمی افقی خط هادی $x=\alpha-\frac{p}{۲}$ بوده و طول کانون برابر $\alpha+\frac{p}{۲}$ است بنابر این داریم :

$$\begin{cases} ۴=\alpha+\frac{p}{۲} \\ ۲=\alpha-\frac{p}{۲} \end{cases}\Rightarrow p=۲$$

۲۸۸ـ (۳)

$$۴x^۲-۹y^۲-۱۶x-۲۷y-۳=۰\Rightarrow ۴(x-۲)^۲-۹(y+\frac{۳}{۲})^۲=\frac{۵}{۴}\Rightarrow O(۲,\frac{-۳}{۲})$$

روش دوم : اگر از معادله نسبت به x مشتق بگیریم و مساوی صفر قرار دهیم

طول نقطه مرکز بدست می‌آید و اگر نسبت به y مشتق بگیریم و مساوی صفر قرار دهیم عرض نقطه مرکز بدست می‌آید داریم :

$$۴x^۲-۹y^۲-۱۶x-۲۷y-۳=۰ \Rightarrow \begin{array}{l} x \\ y \end{array} \begin{cases} ۸x-۱۶=۰ \Rightarrow x=۲ \\ -۱۸y-۲۷=۰ \Rightarrow y=\frac{-۳}{۲} \end{cases}$$

۲۸۹ـ (۲) قوت دایره $C: x^۲+y^۲-۲mx-۱=۰$ نسبت به مزدوجش برابر مربع شعاع دایره C است لذا اگر معادله دایره C را بصورت $(x-m)^۲+y^۲=m^۲+۱$ بنویسید واضح است که مربع شعاع برابر $m^۲+۱$ است .

۲۹۰ـ (۴) معادله را بصورت $\frac{(x+۲)^۲}{۳^۲}+\frac{(y-۱)^۲}{\left(\frac{۳}{۲}\right)^۲}=۱$ بنویسید در اینصورت $a=۳$ و $b=\frac{۳}{۲}$ و $c=\sqrt{a^۲-b^۲}=\frac{۳\sqrt{۳}}{۲}$ بوده و در نتیجه $e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ است .

روش دوم : اگر معادله بیضی بصورت $Ax^۲+By^۲+Cx+Dy=E$ باشد و $B>A$ در اینصورت $e=\sqrt{۱-\frac{A}{B}}$ و در نتیجه $e=\sqrt{۱-\frac{۱}{۴}}=\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ است .

۲۹۱ـ (۴) چون O وسط F و F' است لذا $O(۲,۰)$ بوده و داریم :

$$\begin{cases} OB=b=۱ \\ OF'=c=۲\sqrt{۲} \end{cases} \Rightarrow a=\sqrt{b^۲+c^۲}=۳$$

$$\Rightarrow \frac{y^۲}{۹}+\frac{(x-۲)^۲}{۱}=۱ \Rightarrow y^۲+۹(x-۲)^۲=۹$$

روش دوم : اگر محور کانونی در امتداد محور yها باشد در معادله ساده شده بیضی ضریب x بزرگتر از ضریب y است و فقط گزینه های ۲ و ۴ چنین می باشند و با توجه به مرکز بیضی گزینه ۴ صحیح است .

۲۹۲ـ (۳) مکان هندسی نقاطی که از آنها دو مماس عمود بر هم بر هذلولی $\frac{(x-\alpha)^2}{a^2}-\frac{(y-\beta)^2}{b^2}=1$ رسم می شود دایره‌ای بـه مـرکز $O(\alpha\ ,\ \beta)$ و شـعاع $\sqrt{a^2-b^2}$ است . در سوال اخیر چون $a=b$ است دایره به مرکز $(1\ ,\ 0)$ و شعاع صفر یعنی یک نقطه جواب است .

۲۹۳ـ (۴)
$$\frac{2b}{2a}=\frac{3}{5}\Rightarrow a=\frac{5}{3}b\Rightarrow e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{\frac{25}{9}b^2-b^2}}{\frac{5}{3}b}=\frac{4}{5}$$

روش دوم :
$$e=\sqrt{1-\left(\frac{b}{a}\right)^2}=\sqrt{1-\frac{9}{25}}=\sqrt{\frac{16}{25}}=\frac{4}{5}$$

۲۹۴ـ (۲) معادلهٔ بیضی را بصورت $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$ در نظر بگیرید و محل تقاطع بیضی با خط $y=x$ نقطه M است برای بدست آوردن مختصات M بجای y مقدار x را در معادله بیضی قرار می دهیم :

$$\frac{x^2}{16}+\frac{x^2}{9}=1\Rightarrow 25x^2=9\times 16\Rightarrow x=\pm\frac{12}{5}\Rightarrow M(\pm\frac{12}{5},\ \pm\frac{12}{5})$$
$$\Rightarrow OM=\frac{12\sqrt{2}}{5}$$

۲۹۵ـ (۱) در مبداء مختصات هـر یک از سـهمی هـا بـر یکـی از مـحورهای مختصات مماسند .

تذکر : زاویه بین دو منحنی در نقطه بر خورد همان زاویه بـین مـماسهای دو منحنی است .

۲۹۶ـ (۲) حاصلضرب فواصل کانونهای هذلولی یا بیضی از هر خط مماس بر آن مقدار ثابت b^2 خواهد بود

روش دوم : در حالت خاص فرض کنید مماس مورد نظر در راس A درنـظر گرفته می شود داریم :

$$|FA\,.\,F'A|=|(a-c)(a+c)|=|a^2-c^2|=b^2$$

۲۹۷ـ(۳) $e = ۰/۶ = \sqrt{۱ - \frac{b^۲}{a^۲}} \Rightarrow \frac{b^۲}{a^۲} = ۰/۶۴ \Rightarrow \frac{۲b}{۲a} = ۰/۸$

۲۹۸ـ(۳) به پاسخ تست ۲۹۶ توجه کنید.

۲۹۹ـ(۴) اگر دو دایره هم مرکز باشند دایره‌ای موجود نیست که بر هر دو عمود باشد.

۳۰۰ـ(۱) $e = \sqrt{۱ + \frac{b^۲}{a^۲}} \Rightarrow ۹ = ۱ + \frac{b^۲}{a^۲} \Rightarrow \frac{b^۲}{a^۲} = ۸ \Rightarrow \frac{۲b}{۲a} = ۲\sqrt{۲}$

روش دوم: $\frac{c}{a} = ۳ \Rightarrow \frac{c^۲}{a^۲} = ۹ \Rightarrow \frac{c^۲ - a^۲}{a^۲} = \frac{۹-۱}{۱} \Rightarrow \frac{b^۲}{a^۲} = ۸ \Rightarrow \frac{۲b}{۲a} = ۲\sqrt{۲}$

روش سوم: $\frac{b}{a} = \sqrt{e^۲ - ۱} = \sqrt{۹ - ۱} = \sqrt{۸} = ۲\sqrt{۲}$

۳۰۱ـ(۳) فاصله راس غیر کانونی از یک کانون برابر a است داریم:

$\frac{c}{a} = ۰/۲$ و $a = ۵ \Rightarrow c = ۱ \Rightarrow ۲c = ۲$

۳۰۲ـ(۳) بنابر تعریف مقاطع مخروطی چون مقدار ثابت بزرگتر از یک می‌باشد مکان مطلوب یک هذلولی است.

۳۰۳ـ(۱) محور کانونی محور xها است و فاصله کانونی یعنی $۲c$ برابر ۶ است لذا کانونها $F(۳ , ۰)$ و $F'(-۳ , ۰)$ است و چون $۲a = ۱۰$ لذا دایره‌های هادی بصورت $(x \pm ۳)^۲ + y^۲ = ۱۰۰$ می باشند که یکی از ایندو دایره $x^۲ + y^۲ - ۶x - ۹۱ = ۰$ می باشد.

۳۰۴ـ(۳) شعاع حامل هر نقطه روی بیضی همواره بین $a+c$ و $a-c$ است وقتی نقطه روی راس کانونی باشد شعاع حاملش بیشترین مقدار یعنی $a+c$ و وقتی روی راس غیر کانونی باشد کمترین مقدار یعنی $a-c$ است.

۳۰۵ـ(۱) در هذلولی فاصله هر کانون از مجانب برابر b است.

روش دوم: مجانب هذلولی بصورت $bx - ay = ۰$ بوده و فاصله $F(c , ۰)$ از خط اخیر برابر است با:

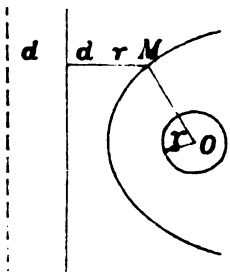
$$FH = \frac{bc}{\sqrt{a^۲ + b^۲}} = \frac{bc}{c} = b$$

۳۰۶ـ(۴) $Cos\alpha=\frac{4c^2-8a^2}{8a^2}$ و $c^2=2a^2 \Rightarrow Cos\alpha=0 \Rightarrow \alpha=\frac{\pi}{2}$

۳۰۷ـ(۱) $Cos\alpha=\frac{b}{a}=\sqrt{1-e^2} \Rightarrow Cos^2\alpha=1-e^2 \Rightarrow e=Sin\alpha$

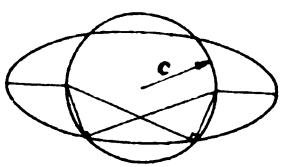
۳۰۸ـ(۳) قرینه هر کانون بیضی نسبت به خط مماس بر بیضی روی دایره هادی کانون دیگر قرار دارد. بنابر این اگر قرینه آن کانون داده شده را نسبت به دو خط مماس بر بیضی A و A' بنامیم ایندو روی دایره هادی نظیر کانون دیگر واقع هستند در نتیجه مکان کانون دیگر بیضی روی عمود منصف AA' واقع است.

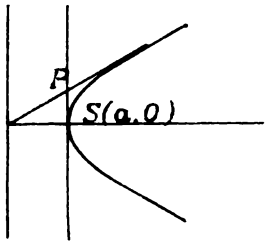
۳۰۹ـ(۱) مجموع فواصل یک کانون از دو راس کانونی همان قطر بیضی است.



۳۱۰ـ(۱) با توجه به شکل مقابل اگر M یکی از نقاط مکان مطلوب باشد چون دایره به مرکز M و شعاع r بر خط d و دایره C مماس است لذا $MO=r+R$ است اگر خط d' را در طرفی از خط d که O واقع نیست به فاصله R از d و موازی d رسم می کنیم اکنون نقاط مکان مطلوب فاصله شان از نقطه O و d' برابر است لذا M روی یک سهمی قرار دارد البته درحالتی که خط و دایره مماس یا متقاطع نیز باشند مسأله بصورت مشابه است.

۳۱۱ـ(۴) دایره به قطر FF' را در نظر بگیرید (شکل مقابل) اگر این دایره بیضی را در چهار نقطه قطع کند $(c>b)$ مسأله چهار جواب دارد و اگر بیضی و دایره مماس باشند $(c=b)$ دو جواب و اگر دایره و بیضی یکدیگر را قطع نکنند $(c<b)$ مسأله جواب ندارد.





۳۱۲ـ (۱) با توجه به شکل مقابل یک مماس در نقطه $s(a\ ,\ 0)$ بر منحنی مماس می شود و مماس دیگر همان مجانب منحنی است و لذا معادله وتر مطلوب از نقطه $s(a\ ,\ 0)$ گذشته و موازی مجانب $y=\frac{b}{a}x$ است ، معادله خط مطلوب $bx-ay=ab$ است .

۳۱۳ـ (۲) در هذلولی متساوس القطرین $a=b$ است و $e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{a}=\sqrt{2}$ می باشد .

روش دوم : $e=\sqrt{1+\frac{b^2}{a^2}}=\sqrt{1+1}=\sqrt{2}$

۳۱۴ـ (۴) اگر $y=mx+h$ و $y=-mx-h'$ باشد $m=\frac{a}{b}$ یا $m=\frac{b}{a}$ است داریم :

$$2=\frac{a}{b}\Rightarrow e=\sqrt{1+\frac{b^2}{a^2}}=\sqrt{1+\frac{1}{4}}=\frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$2=\frac{b}{a}\Rightarrow e=\sqrt{1+\frac{b^2}{a^2}}=\sqrt{1+4}=\sqrt{5}$$

۳۱۵ـ (۴) طول وتری از هذلولی که از کانون گذشته و بر محور کانونی عمود باشد $\frac{2b^2}{a}$ است .

۳۱۶ـ (۲) رابطه را بصورت $(x+1)^2-y^2=1$ بنویسید .

۳۱۷ـ (۲) رابطه را بصورت $(x-\frac{1}{2})^2+(y-\frac{1}{2})^2=0$ بنویسید واضح است که مجموع دو عبارت نامنفی زمانی صفر است که هر دو عبارت برابر صفر باشند لذا $x=\frac{1}{2}$ و $y=\frac{1}{2}$ است .

روش دوم : شعاع دایره برابر صفر است لذا رابطه نشان دهنده یک نقطه است .

۳۱۸ـ(۲) اگر α زاویه مطلوب باشد $Cos\frac{\alpha}{۲}=\frac{a}{c}=\frac{۱}{e}$ است و لذا $\alpha=۲ArcCos\frac{۱}{e}$ می باشد .

۳۱۹ـ (۴) پارامتر سهمی برابر ۲- و راس سهمی $S(۰\ ,\ ۱)$ است و محور کانونی عمود بر محور y ها می‌باشد لذا معادله سهمی بصورت $(y-۱)^۲=۲px=-۴x$ است .

۳۲۰ـ (۳) مکان هندسی قرینه های کانون سهمی نسبت به خطوط مماس بر آن خط هادی سهمی است .

۳۲۱ـ (۲) در یک سهمی طول وتری که در کانون بر محور کانونی عمود می شود برابر $|۲p|$ است .

۳۲۲ـ (۱) اگر $(x_۰\ ,\ y_۰)$ مرکز بیضی و $۲a$ و $۲b$ طول اقطار بیضی باشد و محور کانونی در امتداد محور y باشد معادله پارامتری بیضی بصورت

$$\begin{cases} x=x_۰+b\,Cos\,\alpha \\ y=y_۰+a\,Sin\,\alpha \end{cases}$$ است .

۳۲۳ـ (۳) هر نقطه واقع در برون سهمی فاصله اش از خط هادی کمتر از فاصله‌اش از کانون سهمی است .

روش دوم : در حالت خاص اگر نقطه را روی خط هادی در نظر بگیریم واضح است که در این حالت فاصله نقطه تا خط هادی صفر است و فوراً گزینه های ۱ و ۴ رد می شوند اگر نقطه را بین راس و خط هادی و نزدیک به راس در نظر بگیریم گزینه ۲ نیز نقض می شود .

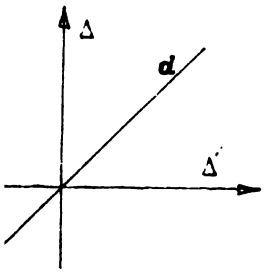
۳۲۴ـ (۲) $$tg\,\alpha=\frac{b}{a}=\frac{\frac{\sqrt{۳}}{۳}}{\frac{۱}{۳}}=\sqrt{۳}\Rightarrow\alpha=\frac{\pi}{۳}$$

۳۲۵ـ (۱) اولاً $۲a=۲\sqrt{۵}$ است یا $a=\sqrt{۵}$ بعلاوه $\frac{b}{a}=۲$ یا $b=۲a=۲\sqrt{۵}$ است

داریم :
$$e=\sqrt{1+\frac{b^2}{a^2}}=\sqrt{1+2^2}=\sqrt{5}$$

توجه کنید که بدون محاسبهٔ a و b نمی توان مسأله را حل نمود زیرا معلوم نیست که هذلولی استاندارد باشد .

۳۲۶ـ (۴) قرینه کانون سهمی نسبت به هر خط مماس بر سهمی روی خط هادی سهمی است بنابر این با توجه به شکل مقابل Δ خط هادی و d خط مماس بر سهمی می باشد قرینه خط Δ نسبت به خط d مکان مورد نظر می باشد که همان خط Δ' است .



۳۲۷ـ (۴) مکان مطلوب دایره اصلی بیضی است .

۳۲۸ـ (۲) مکان مطلوب دایره هادی نظیر کانون دیگر بیضی است .

۳۲۹ـ (۱) دایره‌های هادی بیضی همواره متقاطعند ، زیرا فاصله خط المرکزین آنها برابر $2c$ است که از شعاع آنها یعنی $2a$ کمتر می باشد .

۳۳۰ـ (۲) دایرهٔ $x^2+y^2=25$ دایره اصلی بیضی $4x^2+25y^2=100$ است و نسبت عرض نقاط با طول یکسان دایره اصلی و بیضی برابر $\frac{b}{a}$ است لذا مقدار مطلوب $\frac{2}{5}$ است .

۳۳۱ـ (۲) طول هر قطر دلخواهی از بیضی کوچکتر یا مساوی طول قطر اصلی بیضی و بزرگتر یا مساوی طول قطر فرعی بیضی است .

۳۳۲ـ (۴) مکان هندسی نقاطی که از آن نقاط بتوان دو مماس بر بیضی باقطار $2a$ و $2b$ و مرکز O رسم کرد دایره‌ای به مرکز O و شعاع $\sqrt{a^2+b^2}$ است لذا نقطه $A(m , 4)$ روی دایرهٔ به مرکز $O(0 , 0)$ و شعاع ۵ می باشد لذا $m^2+16=25$ یعنی $m=\pm 3$ است .

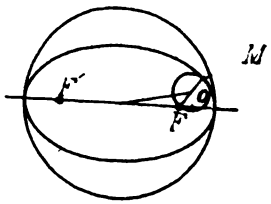
۳۳۳ـ (۳) منحنی معادله $xy=1$ نشان دهنده یک هذلولی متساوی القطرین است که به اندازه 45° دوران یافته بنابراین محور کانونی آن $y=x$ است.

۳۳۴ـ (۲) معادله هذلولی را بصورت $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$ بنویسید $a=4$ و $b=3$ و در نتیجه $c=\sqrt{3^2+4^2}=5$ است در نتیجه کانونها $F(5,0)$ و $F'(-5,0)$ است و معادله دایره‌های هادی $(x\pm5)^2+y^2=8^2$ است.

۳۳۵ـ (۲) مکان هندسی نقاطی از صفحه که می توان دو مماس عمود بر هم بر یک هذلولی با مرکز O به اقطار $2a$ و $2b$ رسم کرد دایره ای به مرکز O و شعاع $\sqrt{|a^2-b^2|}$ است در سوال اخیر دایره به مرکز $O(-1,0)$ و شعاع $\sqrt{3}$ خواهد بود که بصورت $(x+1)^2+y^2=3$ می باشد.

۳۳۶ـ (۳) با توجه به پاسخ تست ۳۳۲ دایره $x^2+y^2=13$ مکان مطلوب است.

۳۳۷ـ (۲) دایره ای که به قطر شعاع حامل یک نقطه از بیضی رسم می شود بر دایره اصلی بیضی مماس داخلی است



زیرا با توجه به شکل مقابل داریم:

$$MF+MF'=2a \Rightarrow \frac{MF'}{2}=a-\frac{MF}{2} \Rightarrow$$

$$OO'=a-\frac{MF}{2} \Rightarrow d=R-R'$$

بنابر این دو دایره مماس داخل هستند.

۳۳۸ـ (۲) فاصله برابر مجموع نصف فاصله کانونی و شعاع بزرگ بیضی است.

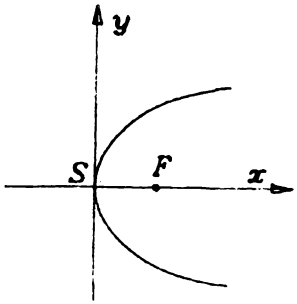
۳۳۹ـ (۲) بیضی مکان هندسی مرکز دایره‌ای است که بر دایره‌ای مماس داخل باشد و از نقطه ثابتی درون دایره بگذرد.

۳۴۰ـ (۳) هذلولی مکان هندسی نقاطی از صفحه است که بر دایره‌ای مماس و از نقطه ثابتی خارج آن بگذرد.

۳۴۱ـ (۴) تنها مقطع مخروطی که در یک امتداد معین فقط یک مماس بر ان مقطع مرور می‌کند سهمی است و در دایره و بیضی در هر امتداد معین دو مماس

می توان بر مقطع مرور داد .

۳۴۲ـ (۲) نقطه M به عرض ۶ روی سهمی $y^2=12x$ طولی برابر ۳ دارد و کانون سهمی نقطه $F(3\ ,\ 0)$ است لذا شعاع حامل طولی برابر $MF=6$ دارد .



۳۴۳ـ (۲) با توجه به شکل مقابل فاصلهٔ S از F برابر $\frac{p}{2}$ و شعاع دایره برابر P است لذا داریم :

$$P_{C^S}=d^2-R^2=\frac{p^2}{4}-p^2=\frac{-3p^2}{4}$$

۳۴۴ـ (۳) در دو تساوی $x=Sin^2\alpha$ و $y=Cos\alpha-1$ باید α را حذف نمود ابتدا تساوی دوم را بصورت $y+1=Cos\alpha$ نوشته طرفین تساوی اخیر را بتوان دو می‌رسانیم و با اولین تساوی جمع می کنیم داریم :

$$(y+1)^2=Cos^2\alpha \text{ و } x=Sin^2\alpha \Rightarrow x+(y+1)^2=1 \Rightarrow (y+1)^2=-(x-1)$$

آخرین معادله یک سهمی است در مورد هذلولی در یک امتداد معین حداکثر دو مماس بر هذلولی رسم می شود زیرا اگر امتداد مورد نظر موازی مجانبها باشد فقط یک مماس می توان رسم نمود .

۳۴۵ـ (۳) مکان هندسی مراکز دوایری که بر دو دایرهٔ متخارج و غیر متساوی مماس باشند یک قسمت از هذلولی است و اگر دو دایره مساوی باشند مکان خطی عمود بر خط المرکزین است .

۳۴۶ـ (۲) نسبت فواصل هر نقطه از هذلولی از یک کانون و خط هادی نظیر کانون برابر $\frac{c}{a}$ است ابتدا معادله بیضی را بصورت $x^2-\frac{y^2}{\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2}=1$ می نویسیم داریم :

$$\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{a^{۲}+b^{۲}}}{a}=\frac{\sqrt{۱+\frac{۱}{۳}}}{۱}=\sqrt{\frac{۴}{۳}}=\frac{۲\sqrt{۳}}{۳}$$

۳۴۷ـ (۴) اگر معادله بیضی بصورت $B(x\ ,\ y)=۰$ باشد در این صورت نقطه $A(a\ ,\ b)$ را در نظر می گیریم اگر $B(a\ ,\ b)=۰$ باشد نقطه A روی بیضی و اگر $B(a\ ,\ b)<۰$ باشد A درون بیضی و اگر $B(a\ ,\ b)>۰$ باشد A خارج بیضی است. با جایگذاری مختصات M و N در بیضی واضح است که M برون و N درون بیضی است .

۳۴۸ـ (۳) معادلهٔ $y=mx+n\pm\sqrt{ax^{۲}+bx+c}$ را در نظر بگیرید اگر $\Delta=b^{۲}-۴ac$ باشد داریم :

اگر $a=۰$ و $b\neq ۰$ باشد معادله سهمی است و اگر $a>۰$ و $\Delta\neq ۰$ باشد معادله هذلولی است و اگر $\Delta>۰$ و $m=۰$ و $a=-۱$ معادله دایره است اگر $\Delta>۰$ و $a<۰$ باشد معادله بیضی است . در سوال اخیر $a=۰$ و $b\neq ۰$ است لذا معادلهٔ مربوط به سهمی است .

روش دوم : اگر معادله را بصورت $y-۱=\pm\sqrt{x-۱}$ نوشته طرفین تساوی را به توان برسانید معادله $(y-۱)^{۲}=x-۱$ حاصل میشود که معادله یک سهمی است .

۳۴۹ـ (۳) به پاسخ تست قبل و اینکه $\Delta>۰$ و $m=۰$ و $a=۱$ است توجه کنید .

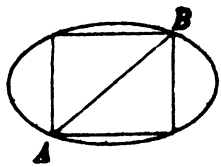
روش دوم : معادله را بصورت $y-۲=\sqrt{x^{۲}-۱}$ نوشته و با شرط $y-۲\geq ۰$ طرفین را بتوان برسانید شرط $y\geq ۲$ و معادله $(y-۲)^{۲}=x^{۲}-۱$ نشان دهنده یک نیم هذلولی است .

۳۵۰ـ (۱) $x^{۲}+۴y^{۲}-۲x=۰\Rightarrow (x-۱)^{۲}+۴y^{۲}=۱\Rightarrow$

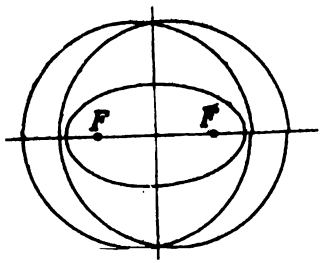
$$(x-۱)^{۲}+\frac{y^{۲}}{\left(\frac{۱}{۲}\right)^{۲}}=۱\Rightarrow a=۱$$

دایره اصلی به‌مرکز $(۱,۰)$ و شعاع $R=a$ بوده و بصورت $(x-۱)^۲+y^۲=۱$ است.

۳۵۱ـ(۲) در بیضی $\frac{x^۲}{a^۲}+\frac{y^۲}{b^۲}=۱$ طول و ترکانونی عمود بر محورکانونی برابر $\frac{۲b^۲}{a}$ است.

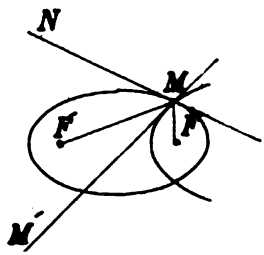


۳۵۲ـ(۱) اگر اندازه قطر ثابت مستطیل مابین قطر بزرگ و کوچک بیضی باشد با توجه به شکل یک مستطیل محاط دربیضی خواهیم داشت.



۳۵۳ـ(۲) با توجه به شکل مقابل دو دایره هادی هر بیضی نسبت به مرکز و محورناکانونی قرینه یکدیگر می‌باشند.

۳۵۴ـ(۱) اگر معادله سهمی را بصورت $(x-۱)^۲=-۴(y+۱)$ بنویسید راس سهمی $S(۱\ ,\ -۱)$ و $p=-۲$ است و محور کانونی در امتداد محور yها است لذاکانون به مختصات $F(۱\ ,\ -۲)$ است.



۳۵۵ـ(۱) خط MM' نیمساز زاویهٔ FMF' است و بعلاوه MN نیمساز زاویه خارجی زاویهٔ FMF' است در نتیجه MN و MM' بر یکدیگر عمود می باشند.

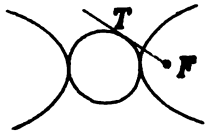
۳۵۶ـ(۲) نقطه M بطول $\frac{۱}{۲}$ روی بیضی $۲y^۲+x^۲=۲$ دارای عرض $\frac{\sqrt{۱۴}}{۴}$ یا $\frac{-\sqrt{۱۴}}{۴}$ است اکنون فاصله $M(\frac{۱}{۲}\ ,\ \frac{\sqrt{۱۴}}{۴})$ را از کانون ها و بیضی می یابیم داریم:

$$۲y^۲+x^۲=۲ \Rightarrow y^۲+\frac{x^۲}{(\sqrt{۲})^۲}=۱ \Rightarrow a=\sqrt{۲} \text{ و } b=۱ \Rightarrow$$

$$c=\sqrt{a^۲-b^۲}=\sqrt{۲-۱}=۱ \qquad \Rightarrow F(۱\ ,\ ۰) \text{ و } F'(-۱\ ,\ ۰) \Rightarrow$$

$$MF=\sqrt{\frac{۱}{۴}+\frac{۱۴}{۱۶}}=\frac{۳\sqrt{۲}}{۴} \text{ و } MF'=\sqrt{\frac{۹}{۴}+\frac{۱۴}{۱۶}}=\frac{۵\sqrt{۲}}{۴}$$

۳۵۷ـ (۴) با توجه به شکل مقابل باید طول FT را محاسبه کرد با توجه به پاسخ تست ۲۲۵ داریم :



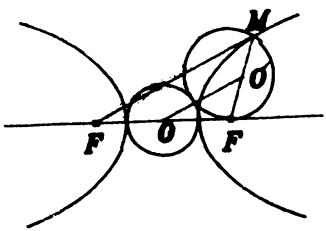
$$FT^۲=P_C^F=d^۲-R^۲=c^۲-a^۲=b^۲$$

روش دوم : دایره اصلی دارای معادله $x^۲+y^۲=a^۲$ است داریم :

$$FT=\sqrt{P_C^F}=\sqrt{c^۲-۰-a^۲}=b$$

۳۵۸ـ (۳) اگر مماس بر یک هذلولی در نقطه M خط هادی نظیر کانون F را در نقطه C قطع کند زاویه MFC همواره قائمه است .

۳۵۹ـ (۱) با توجه به شکل مقابل در دایره $C'(O' , R')$ اگر ثابت کنیم فاصله مرکز دو دایره C و C' برابر $R+R'$ یا $a+\frac{MF}{۲}$ است آنگاه دایره $C'(O' , R')$ بر دایره اصلی هذلولی یعنی $C(O , R)$ مماس است داریم :



$$OO'=\frac{MF'}{۲}=\frac{۲a+MF}{۲}=a+\frac{MF}{۲}=R+R'$$

تساوی اخیر از قضیه تالس با توجه به روابط زیر حاصل شد .

$$FO=F'O=C \text{ و } MO'=FO'=R'$$

روش دوم : در حالت خاص اگر نقطهٔ روی هذلولی را یکی از رئوس در نظر بگیریم دایره های به قطر شعاع های حامل $MF=c-a$ و $MF'=a+c$ حاصل می شود که بر دایرهٔ اصلی هذلولی مماس داخل و مماس خارج است .

۳۶۰ـ (۴) اگر H پای عمود وارد از M بر خط $x=۰$ باشد داریم :

$$\frac{MF}{MH}=۲ \Rightarrow MF^۲=۴MH^۲ \Rightarrow (x-۱)^۲+y^۲=۴x^۲ \Rightarrow y^۲-۳x^۲-۲x+۱=۰$$

۳۶۱ـ(۳) اگر معادله را بصورت $۳(x-۲)^۲+۴(y+\frac{۱}{۲})^۲=۰$ بنویسید مجموع دو عبارت نامنفی برابر صفر می باشد لذا هر دو باید صفر باشند یعنی معادله مربوط به نقطه $(\frac{-۱}{۲}, ۲)$ است.

۳۶۲ـ(۱) ضریب زاویه خط $y=\frac{۴}{۳}x$ برابر $\frac{۴}{۳}$ است داریم:

$$y=\frac{۴}{۳}x=\frac{b}{a}x \Rightarrow \frac{b}{a}=\frac{۴}{۳}$$

چون $a=۶$ است لذا $b=۸$ بوده و با توجه به آنکه محور کانونی موازی محور xها است و $A(۶, ۰)$ یک رأس کانونی است لذا $O(۰, ۰)$ مرکز هذلولی است و معادله هذلولی بصورت $\frac{x^۲}{۳۶}-\frac{y^۲}{۶۴}=۱$ است.

روش دوم: نقطه $A(۶, ۰)$ راس هذلولی است و باید مختصات آن در معادله هذلولی صدق کند و مختصات A تنها معادلهٔ گزینه ۱ صدق می کند.

۳۶۳ـ(۲) مجانبهای هذلولی $\frac{x^۲}{a^۲}-\frac{y^۲}{b^۲}=k$ بصورت $y=\pm\frac{b}{a}x$ است چون $y=\pm\frac{\sqrt{۳}}{۱}x$ مجانبهای هذلولی هستند لذا معادله هذلولی بصورت $\frac{x^۲}{۱}-\frac{y^۲}{۳}=k$ است با جایگذاری مختصات $M(۴, ۶)$ در معادله $k=۴$ است و معادله هذلولی بصورت $\frac{x^۲}{۱}-\frac{y^۲}{۳}=۴$ یا $۳x^۲-y^۲=۱۲$ است.

روش دوم: اگر دو خط $ax+by+c=۰$ و $a'x+b'y+c'=۰$ مجانبهای یک هذلولی باشند معادله هذلولی بصورت $(ax+by+c)(a'x+b'y+c')=k$ خواهد بود که در مسأله اخیر با روش قبلی می توان k را محاسبه نمود.

۳۶۴ـ(۲)

۳۶۵ـ(۱) چون $۲b=۲c$ و $a=\sqrt{b^۲+b^۲}=\sqrt{۲}\,b$ است داریم:

$$\frac{\text{مساحت بیضی}}{\text{مساحت دایره اصلی}}=\frac{\pi ab}{\pi a^۲}=\frac{b}{a}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

۳۶۶ـ (۱) معادله سهمی را بصورت $(x+۲)^۲=-۲(y+۲)$ بنویسید در سهمی تحت قائم برابر پارامتر سهمی است در اینجا پارامتر برابر ۱- است.

۳۶۷ـ (۴) باتوجه به معادله $\frac{x^۲}{۵}+\frac{y^۲}{۴}=۱$ مقدار a و b به ترتیب $\sqrt{۵}$ و ۲ است داریم:

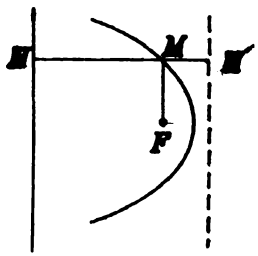
$$\text{فاصله مرکز تا خط هادی}=OE=\frac{a^۲}{c}=\frac{(\sqrt{۵})^۲}{\sqrt{۵-۴}}=\frac{۵}{۱}=۵$$

۳۶۸ـ (۴) مکان هندسی نقاطی که از آن نقاط دو مماس عمود بر هم بر هذلولی $x^۲-y^۲=۱۲$ رسم شود دایره‌ای به شعاع صفر و مرکز $O(۰\ ,\ ۰)$ است لذا این مکان نقطه $(۰\ ,\ ۰)$ است. (به پاسخ تست ۲۲۹ توجه کنید) بعلاوه مکان هندسی نقاطی که ازآن نقاط دو مماس عمود بر هم بر بیضی $۲x^۲+y^۲-۲\sqrt{۵}y=-۴$ رسم کرد دایره $x^۲+(y-\frac{\sqrt{۵}}{۴})^۲=\frac{۵}{۴}$ اشتراک این دایره و مکان قبلی مجموعه تهی است.

۳۶۹ـ (۱) دو مماس عمود بر هم با دو قطر عمود بر آنها مربعی بضلع شعاع تشکیل می دهند و OM قطر آن مربع است و طولش برابر قطر مربع است و طولش برابر قطر مربع یعنی $R\sqrt{۲}$ است.

۳۷۰ـ (۱) مرکز هذلولی $O(۲\ ,\ ۲)$ است که فقط در گزینه ۱ این نقطه مرکز هذلولی است.

روش دوم: مختصات $S(۲\ ,\ ۰)$ فقط در گزینه ۱ صدق می کند.



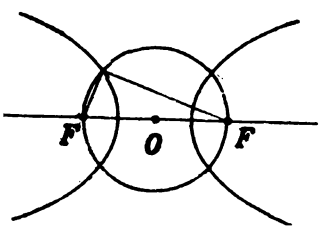
۳۷۱ـ (۱) در شکل مقابل نقاط M را باید طوری تعیین کنیم که $MH+MF=k$ باشد خط Δ' را در طرفی از Δ که F قرار دارد به فاصله k از Δ رسم می کنیم اکنون داریم:

$$MF+MH=K \text{ و } HH'=K \Rightarrow MF=MH'$$

بنابر این تمام M دارای فاصله مساوی نسبت به نقطه F و خط Δ' می باشند لذا مکان روی سهمی به کانون F و خط هادی Δ' قرار دارند بعلاوه چون فاصله M از Δ' حداکثر برابر K است لذا مکان قسمتی از سهمی می‌باشد که در شکل پر رنگ رسم شده است .

۳۷۲ـ(۲) دو نقطه A و B به فاصله $2c$ مفروضند مکان هندسی نقاطی از صفحه که در نامساوی $a' \leq MA+MB < a$ صدق می کنند تمام نقاط درون یک بیضی به قطر بزرگ a می باشند هرگاه $a' \leq c < a$ باشد اگر $c<a'$ باشد مکان مطلوب نقاط بین دو بیضی هم مرکز به قطر بزرگ a و c می باشد .

۳۷۳ـ(۴) با توجه به شکل مقابل اگر دایره‌ای به قطر FF' را رسم کنیم دقیقاً در چهار نقطه هذلولی را قطع خواهدکرد و شعاعهای حامل در این نقاط بر یکدیگر عمود می باشند.



۳۷۴ـ(۲) اگر F و F' کانونها و O مرکز بیضی و $C(O\ ,\ a)$ دایره اصلی باشد داریم :

$$P_C^F=OF^2-a^2=c^2-a^2=-b^2$$

۳۷۵ـ(۱) در هذلولی $x^2-\frac{(y-1)^2}{2}=1$ داریم :

$$a=1 \text{ و } b=\sqrt{2} \text{ و } c=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{3}$$

دایره اصلی به مرکز $O(0\ ,\ 1)$ و به شعاع $a=1$ است و در نتیجه قوت نقطه M نسبت به دایره C برابر d^2-R^2 یا $2-1=1$ می باشد .

روش دوم : می توان مختصات M را در معادله دایره جایگذاری نمود .

۳۷۶ـ(۳) فاصله خط المرکزین برابر $c=\sqrt{2}a$ و شعاعهابه ترتیب a و $2a$ می باشد داریم :

$$Cos\alpha=\frac{|d^{۲}-R^{۲}-R'^{۲}|}{۲RR'}=\frac{|۲a^{۲}-۴a^{۲}-a^{۲}|}{۲\times ۲a\times a}=\frac{۳}{۴}\Rightarrow \alpha=ArcCos\frac{۳}{۴}$$

۳۷۷ـ (۲) با توجه به پاسخ تست ۳۶۳ مجانبها $y=\pm\frac{\sqrt{۳}}{۳}x$ می باشند و زاویه هر یک از ایندو مجانب با محور xها برابر $\frac{\pi}{۳}$ است لذا زاویه بزرگ برابر $\frac{۲\pi}{۳}$ و زاویه کوچک $\frac{\pi}{۳}$ است که $\frac{\pi}{۳}$ بعنوان زاویه بین دو مجانب شناخته می شود.

۳۷۸ـ (۱) $\frac{b}{a}=\frac{۱}{۲}$ و $c=\sqrt{۵}\Rightarrow b=۱$ و $a=۲\Rightarrow e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{۵}}{۲}$

۳۷۹ـ (۴) اگر p نقطه دلخواه روی بیضی به مرکز O و کانونهای F و F' باشد. نیمساز زاویهٔ برونی PF و PF' بر بیضی مماس و نیمساز درونی PF و PF' بر بیضی عمود است.

۳۸۰ـ (۲) حاصلضرب فواصل هر نقطه هذلولی از دو خط مجانب آن $\frac{a^{۲}b^{۲}}{c^{۲}}$ است. در هذلولی $x^{۲}-y^{۲}=۴$، a و b برابر ۲ و $c=۲\sqrt{۲}$ است لذا عبارت برابر $\frac{۴\times ۴}{۸}$ یا ۲ است.

۳۸۱ـ (۳) بطور کلی هر معادله بفرم $xy=a$ معادله یک هذلولی است.

۳۸۲ـ (۲) واضح است که شعاعهای بیضی به ترتیب ۲ و ۱ است.

۳۸۳ـ (۱) در هذلولی دو برابر فاصله کانون از محل بر خورد دو مجانب برابر فاصله کانونی است نقطه $O(۱\ ,\ ۳)$ محل برخورد دو مجانب بوده و $۲FO=۸$ می باشد.

۳۸۴ـ (۱) اگر بیضی و هذلولی کانونهایشان مشترک باشد بر یکدیگر عمود هستند.

۳۸۵ـ(۴) فاصله مرکز بیضی از مرکز دایره هادی برابر C و شعاع دایره هادی $2a$ است داریم :

$$P_C^o=d^2-R^2=c^2-4a^2=a^2-b^2-4a^2=-b^2-3a^2$$

۳۸۶ـ(۱) به پاسخ تست ۱۹۸ توجه نمائید .

۳۸۷ـ(۲) هرگاه α زاویه اصلی بین دو بردار باشد $\alpha\in[-\pi\ ,\ \pi]$ است بازاء $k=1$ زاویه $(\vec{V}_2\ ,\ \vec{V}_1)$ برابر $\frac{\pi}{3}$ است که مقدار اصلی زاویه $(\vec{V}_2\ ,\ \vec{V}_1)$ است و لذا $(\vec{V}_1\ ,\ \vec{V}_2)=\frac{-\pi}{3}$ است .

۳۸۸ـ(۴) نمودار $\theta=c$ یا $\theta=2k\pi+c$ همواره یک نیم خط است که از قطب می گذرد .

۳۸۹ـ(۳)

$$\rho=\sqrt{x^2+y^2}=2\sqrt{3}\ ,\ tg\theta=\frac{y}{x}=\frac{\sqrt{3}}{3}\Rightarrow\theta=k\pi+\frac{\pi}{6}$$

به ازای $k=-1$ نقطه در ناحیه سوم بوده و بصورت $A(2\sqrt{3}\ ,\ \frac{-5\pi}{6})$ است .

۳۹۰ـ(۲)

$$AB=\sqrt{\rho^2+\rho'^2-2\rho\rho'\,Cos(\theta-\theta')}\Rightarrow 5\sqrt{2}=$$

$$\sqrt{(2a+1)^2+(a-2)^2-2(2a+1)(a-2)\,Cos(\frac{\pi}{2})}\Rightarrow a=\pm 3$$

چون $\rho>0$ بنابر این $a=3$ قابل قبول است .

۳۹۱ـ(۴) مختصات M در دستگاه دکارتی بصورت $M(0\ ,\ 2)$ است و قرینه M نسبت به $N(2\ ,\ 0)$ بصورت $M'(4\ ,\ -2)$ است که در دستگاه مختصات قطبی بصورت $M'\left(\sqrt{4^2+(-2)^2}\ ,\ Arctg(\frac{-1}{2})\right)$ یا بطور معادل $M'(2\sqrt{5},\ -Arctg\frac{1}{2})$ است .

۳۹۲ـ(۲) چون $\overrightarrow{AB}(۲ , ۳ , -۴)$ لذا $x_B-x_A=۲$ است از $\frac{x_B+x_A}{۲}=۳$ تساوی $x_A+x_B=۶$ حاصل می شود داریم :

$$\begin{cases} x_B - x_A = ۲ \\ x_B + x_A = ۶ \end{cases} \Rightarrow x_B = ۴$$

۳۹۳ـ(۳) اگر نقطه مطلوب را $M(x , y ,z)$ بنامیم در این صورت داریم :

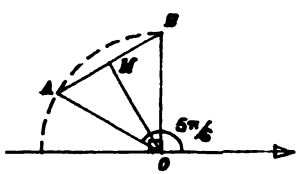
$\overrightarrow{AM}(x-۱ , y-۱ , z-۱)$ و $\overrightarrow{BM}(x+۱ , y+۱ , z+۱)$

$\overrightarrow{AM}.\ \overrightarrow{BM}=۶ \Rightarrow (x-۱)(x+۱)+(y-۱)(y+۱)+(z-۱)(z+۱)=۶$

$\Rightarrow x^۲+y^۲+z^۲=۹ \Rightarrow OM^۲=۹ \Rightarrow OM=۳$

۳۹۴ـ(۴) مختصات دکارتی دو نقطه بصورت $A(-۲\sqrt{۳} , ۲)$ و $B(۰ , ۴)$ است و نقطه وسط ایندو $M(-\sqrt{۳} , ۳)$ یا $M(۲\sqrt{۳} , \frac{۲\pi}{۳})$ خواهد بود .

روش دوم : با توجه به شکل زیر و اینکه $\rho_A=\rho_B=۴$ مثلث OAB متساوی الساقین بوده و بنابر این OM نیمساز $\angle AOB$ است یعنی زاویه خط OM با محورقطبی برابر $\frac{\pi}{۶}+\frac{\pi}{۲}$ یا $\frac{۲\pi}{۳}$ است و اگر α مساوی $\angle AOM$ باشد $OM=OACos\alpha$ یا $\rho_M=OM=\frac{۴\sqrt{۳}}{۲}$ است و $M(۲\sqrt{۳} , \frac{۲\pi}{۳})$ خواهد بود .



۳۹۵ـ(۳)

$$۲\vec{V}_۱-\vec{V}_۲+۳\vec{V}_۳=\vec{V}(۲\times۲-۳+۳\times۱, ۲\times(-۱)-۱+۳\times۰, ۲\times۳-(-۴)+۳\times۲)$$
$$=\vec{V}(۴ , -۳ , ۱۶)$$

طول تصویر بردار اخیر روی محور yها برابر ۳ است البته می توان فقط مولفهٔ دوم $\vec{V}$ را محاسبه نمود .

۳۹۶ـ(۱) چون MN موازی محور قطبی (یا محور xها) است عرض‌های دو

نقطه مساویند یعنی $y_M=y_N$ از معادله اخیر $\rho=1$ خواهد بود.

۳۹۷ـ(۴) بردار $2\vec{V}_1-3\vec{V}_2$ بصورت $(7, -21, -14)$ می باشد اندازه جبری تصویر بردار اخیر روی $\vec{V}_2$ برابر است با:

$$\frac{(2\vec{V}_1-3\vec{V}_2)\cdot\vec{V}_2}{|\vec{V}_2|}=\frac{-98}{\sqrt{14}}=-7\sqrt{14}$$

روش دوم: چون دو بردار اخیر موازی و مختلف الجهت هستند لذا اندازهٔ جبری تصویر برابر قرینه اندازه خود بردار است.

۳۹۸ـ(۴)

$$\vec{V}_1\perp\vec{V}_2\Rightarrow\vec{V}_1.\vec{V}_2=10a+2(b+1)-3(3a+2b)=0\Rightarrow a=4b-2$$

۳۹۹ـ(۳) با توجه به نا مساوی کوشی شوارتز اگر $\vec{U}$ و $\vec{V}$ دو بردار دلخواه باشند نامساوی $|\vec{U}.\vec{V}|\le|\vec{U}|.|\vec{V}|$ یا $|\vec{U}.\vec{V}|^2\le|\vec{U}|^2.|\vec{V}|^2$ همواره صادق است اکنون اگر دو بردار $\vec{U}(1, 2, -6)$ و $\vec{V}(3x, 2y, z)$ را در نظر بگیریم طبق نامساوی کوشی شوارتز داریم:

$$|\vec{U}.\vec{V}|^2\le|\vec{U}|^2.|\vec{V}|^2\Rightarrow(1+4+36)(9x^2+4y^2+z^2)\ge(3x+4y-6z)^2$$

طبق فرض طرف راست آخرین نامساوی برابر ۴۱ است داریم:

$$41\times(9x^2+4y^2+z^2)\ge41^2\Rightarrow9x^2+4y^2+z^2\ge41$$

و مینیمم مقدار $9x^2+4y^2+z^2$ وقتی رخ می دهد که در نامساوی اخیر تساوی بر قرار باشد.

تذکر: در واقع برای نقاط واقع بر صفحه $3x+4y-6z=41$ کمترین مقدار عبارت $9x^2+4y^2+z^2$ برابر ۴۱ می باشد.

۴۰۰ـ(۳) ابتدا بردارهای داده شده را بصورت $\vec{V}_2(1, 2, -a)$ و

$\vec{V}_1(۳ , a-b , ۶)$ بنویسید چون $\vec{V}_1$ و $\vec{V}_2$ موازی هستند داریم :

$$\frac{۳}{۱}=\frac{a-b}{۲}=\frac{۶}{-a} \Rightarrow a-b=۶$$

۴۰۱ـ(۴) توجه کنید که اگر در حاصلضرب خارجی دو بردار جای آندو عوض شود علامت حاصل تعویض خواهد شد .

۴۰۲ـ(۲) $|\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2|=۱۲ \Rightarrow |\vec{V}_1|.|\vec{V}_2|Sin(\vec{V}_1 , \vec{V}_2)=۱۲$

$$\Rightarrow ۶\times ۴Sin(\vec{V}_1 ,\vec{V}_2)=۱۲ \Rightarrow Sin(\vec{V}_1 ,\vec{V}_2)=\frac{۱}{۲} \Rightarrow (\vec{V}_1 ,\vec{V}_2)=۳۰^\circ$$

$$\Rightarrow Cos(\vec{V}_1 ,\vec{V}_2)=\frac{\sqrt{۳}}{۲} \Rightarrow \vec{V}_1.\vec{V}_2=|\vec{V}_1|.|\vec{V}_2|Cos(\vec{V}_1 ,\vec{V}_2)=۱۲\sqrt{۳}$$

روش دوم : $(\vec{V}_1.\vec{V}_2)^۲=|\vec{V}_1|^۲.|\vec{V}_2|^۲-|\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2|^۲$

$$=۱۶\times ۳۶-۱۴۴=۱۴۴\times ۳ \Rightarrow \vec{V}_1.\vec{V}_2=\pm ۱۲\sqrt{۳}$$

در اینجا جواب مثبت مورد نظر است .

۴۰۳ـ(۲) معادله صفحه‌ای که از نقاط $A(\frac{-۱}{۲} , ۰ , ۰)$ و $B(۰ , ۰ , \frac{۱}{۳})$ گذشته و بردار نرمال آن بصورت $\vec{n}(a , ۰ , b)$ باشد بصورت $a(x-۰)+b(z-\frac{۱}{۳})=۰$ یا $ax+bz=\frac{b}{۳}$ است اکنون با جایگذاری مختصات نقطه A در معادلهٔ اخیر و سپس حذف b در معادله داریم :

$$A:a\times\frac{-۱}{۲}+b\times ۰=\frac{b}{۳} \Rightarrow a=-\frac{۲}{۳}b \Rightarrow -\frac{۲}{۳}bx+bz=\frac{b}{۳} \Rightarrow -\frac{۲}{۳}x+z=\frac{۱}{۳}$$

$$\Rightarrow ۲x-۳z=-۱$$

۴۰۴ـ(۱) چون $\vec{V}_2+۳\vec{V}_1=\vec{۰}$ بنابر این $\vec{V}_1 \wedge (۳\vec{V}_1+\vec{V}_2)=\vec{۰}$ بوده و طول تصویر بردار صفر روی هر محور برابر صفر است .

۴۰۵ـ(۱) معادلهٔ صفحه را بصورت $-\frac{x}{۳}+\frac{y}{۲}+\frac{z}{۶}=۱$ بنویسید در اینصورت نقاط $A(-۳ , ۰ , ۰)$ و $B(۰ , ۲ , ۰)$ و $C(۰ , ۰ , ۶)$ نقاط برخورد صفحه P با

محورها می باشند اکنون داریم :

$$V=\frac{۱}{۶}OA.OB.OC=\frac{۱}{۶}\times۳\times۲\times۶=۶$$

روش دوم : در هرم $OABC$ طول OH و مساحت مثلث ABC را می یابیم و سپس از فرمول حجم هرم بر حسب ارتفاع و سطح قاعده استفاده می کنیم داریم :

$$OH=\frac{|۲\times۰-۳\times۰-۰+۶|}{\sqrt{۲^۲+(-۳)^۲+(-۱)^۲}}=\frac{۶}{\sqrt{۱۴}}=\frac{۳\sqrt{۱۴}}{۷}$$

$$S_{ABC}=\frac{۱}{۲}|\overrightarrow{CA}\wedge\overrightarrow{CB}|=۳\sqrt{۱۴}\Rightarrow V=\frac{۱}{۳}S_{ABC}\,.\,OH=۶$$

روش کلی : در صفحه $\frac{x}{p}+\frac{y}{q}+\frac{z}{r}=۱$ حجم چهار وجهی حاصل از برخورد صفحه با محورهای مختصات برابر $S=|\frac{pqr}{۶}|$ است در این تست $S=|\frac{-۳\times۲\times۶}{۶}|=۶$ است .

۴۰۶ـ(۲) $V=|\overrightarrow{BA}.(\overrightarrow{BC}\wedge\overrightarrow{BD})|=۱$

۴۰۷ـ(۳) چون صفحه مطلوب با دو محور ox و oy موازی است بردار نرمالش $\overrightarrow{n}(۰\,,\,۰\,,\,۱)$ می باشد .

۴۰۸ـ(۱) طول هر برداریکه همواره برابر یک است .

۴۰۹ـ(۴) چون $\overrightarrow{AB}$ بر صفحه P عمود است بی نهایت صفحه وجود دارد که از A و B گذشته و بر P عمود باشد .

۴۱۰ـ(۲) راستای عمود مشترک راستای عمود بر دو خط است لذا اگر $\overrightarrow{a}(۱\,,\,۱,\,-۱)$ و $\overrightarrow{b}(۱\,,\,۱\,,\,۱)$ دو راستای خطوط D و D' باشند راستای عمود مشترک بصورت $\overrightarrow{a}\wedge\overrightarrow{b}$ است که بصورت $\overrightarrow{a}\wedge\overrightarrow{b}(۲\,,\,-۲\,,\,۰)$ است که همراستا با گزینه ۲ می باشد .

۴۱۱ـ(۱) هر نقطه روی خط D دارای مختصاتی بفرم $(t\,,\,t\,,\,t)$ است و فاصله چنین نقاطی از A برابر $\sqrt{(t-۳)^۲+(t-۱)^۲+(t+۱)^۲}$ یا

$\sqrt{3t^2-6t+11}$ است و این عبارت به ازای $t=\frac{6}{6}=1$ کمترین مقدار خود را اختیار می کند که برابر $2\sqrt{2}$ است .

روش دوم : اگر $H(t\ ,\ t\ ,\ t)$ روی خط D باشد زمانی که $\overrightarrow{AH}\perp\overrightarrow{V}$ باشد (بردار $\overrightarrow{V}(1\ ,\ 1\ ,\ 1)$ راستای خط D است) کمترین فاصله بوجود می آید که همان فاصله خط و نقطه است داریم :

$$\overrightarrow{AH}\perp\overrightarrow{V}\Rightarrow 1(t-3)+1(t-1)+1(t+1)=0\Rightarrow t=1$$

اکنون فاصله $H(1\ ,\ 1\ ,\ 1)$ از نقطه A همان فاصله خط و نقطه بوده و برابر $2\sqrt{2}$ می باشد .

۴۱۲ـ (۳)

$$\begin{cases}x-1=0\\2x+y-1=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=1\\y=-1\end{cases}$$

۴۱۳ـ (۱) فاصله دو صفحه P و P' همان طول ضلع مکعب می باشد نقطه $A(0\ ,\ -3\ ,\ 0)$ روی P است و فاصله A از صفحه P' طول ضلع مکعب است و داریم :

$$a=\frac{|-18+8|}{\sqrt{3^2+6^2+(-3)^2}}=\frac{10}{3\sqrt{6}}=\frac{5\sqrt{6}}{9}$$

$$S=6a^2=6\times(\frac{5\sqrt{6}}{9})^2=6\times\frac{25\times6}{81}=\frac{100}{9}$$

۴۱۴ـ (۳) با توجه به فرضها راستاهای دو خط با بردار عمود بر صفحه نیز زاویه‌های مساوی دارند بردارهای هادی دو خط را $\vec{a}(1\ ,\ 1\ ,\ 1)$ و $\vec{b}(1\ ,\ 1\ ,\ -1)$ و بردار عمود بر صفحه را $\vec{n}(a\ ,\ a-1\ ,\ a-2)$ در نظر بگیرید داریم :

$$Cos(\vec{a}\ ,\vec{n})=Cos(b\ ,\vec{n})\Rightarrow\frac{3a-3}{|\vec{n}|\sqrt{3}}=\frac{a+1}{|\vec{n}|\sqrt{3}}\Rightarrow a=2$$

۴۱۵ـ(۴) باید $\vec{AB} \parallel \vec{AC}$ باشد لذا داریم :

$$\vec{AC}(m-n\,,m\,,-۱) \Rightarrow \frac{m-n}{۳-n}=\frac{m}{n}=-۱$$
$$\vec{AB}(۳-n\,,n\,,۱)$$
$$\Rightarrow \begin{cases} m=-n \\ m-n=-(۳-n) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n=۱ \\ m=-۱ \end{cases}$$

۴۱۶ـ(۳) با توجه به پاسخ تست ۱۴ باید داشته باشیم :

$$(۲a+۲-۱)(-۲+a-۱)<۰ \Rightarrow (۲a+۱)(a-۳)<۰ \Rightarrow \frac{-۱}{۲}<a<۳$$

۴۱۷ـ(۴) هر نقطه روی خط D بفرم $M(t\,,t\,,t)$ است و بنابه فرض داریم :

$$MP=MP' \Rightarrow \frac{|t+t+t+۷|}{\sqrt{۱^۲+۱^۲+۱^۲}}=\frac{|t+t+t+۵|}{\sqrt{۱^۲+۱^۲+۱^۲}} \Rightarrow t=-۲$$

بنابر این نقطه مورد نظر بصورت $M(-۲\,,-۲\,,-۲)$ است .

روش دوم : چون دو صفحه موازی اند معادلهٔ صفحه ای که از دو صفحه P و P' به یک فاصله باشد صفحه $x+y+z+۶=۰$ است محل برخورد خط D و صفحه اخیر همان M قبلی است .

۴۱۸ـ(۲) با توجه به نکته زیر مسأله حل است .

وضعیت نقطه نسبت به دو صفحه : نقطه $A(x_۰\,,y_۰\,,z_۰)$ و دو صفحه $P(x\,,y\,,z)=ax+by+cz+d=۰$ و $P'(x\,,y\,,z)=a'x+b'y+c'z+d'=۰$ مفروضند و

$$S=P(x\,,y\,,z).P'(x\,,y\,,z).(aa'+bb'+cc')$$

اگر $S<۰$ باشد نقطه A داخل زاویه مسطحهٔ حاده بین دو صفحه است .

اگر $S>۰$ باشد نقطه A داخل زاویه مسطحهٔ منفرجه بین دو صفحه است .

اگر $P(x\,,y\,,z)=۰$ باشد نقطه A روی صفحه P واقع است .

اگر $P'(x\,,y\,,z)=۰$ باشد نقطه A روی صفحه P' واقع است .

اگر $P(x, y, z)=P'(x, y, z)=0$ باشد نقطه A روی فصل مشترک صفحات P و P' واقع است.

۴۱۹ـ (۱)

$$d=\frac{|2x_0+y_0-2z_0+1|}{\sqrt{2^2+1^2+(-2)^2}}=4\Rightarrow\frac{|2(2a)+1-2(a+1)+1|}{3}=4$$

$$\Rightarrow|2a|=12\Rightarrow a=\pm 6$$

۴۲۰ـ (۴) با توجه به نکته بعدی باید فاصله نقاط A و B از صفحه P مساوی باشد داریم:

$$\frac{|m+1+(m-1)-3|}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}}=\frac{|(m+1)+2+m-3|}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}}$$

$$\Rightarrow\frac{|2m-3|}{\sqrt{3}}=\frac{|2m|}{\sqrt{3}}\Rightarrow m=\frac{3}{4}$$

نکته: دو نقطه A و B در دو طرف صفحه P مفروضند و M محل تقاطع خط AB و صفحه P است شرط لازم و کافی برای آنکه $AM=MB$ باشد آنستکه A و B از صفحه P به یک فاصله باشند.

۴۲۱ـ (۴) معادلهٔ صفحات مورد نظر بصورت $x+y+z+k=0$ است با توجه به آنکه فاصله مبداء تا صفحات اخیر برابر $\sqrt{3}$ است خواهیم داشت:

$$\frac{|0+0+0+k|}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}}=\sqrt{3}\Rightarrow|k|=3\Rightarrow k=\pm 3$$

بنابر این معادلهٔ صفحات مورد نظر بصورت $x+y+z\pm 3=0$ می باشند.

۴۲۲ـ (۳) ابتدا معادلهٔ دسته صفحه را بصورت $m(y+z)+x+2z-1=0$ بنویسید معادله فصل مشترک بصورت $\begin{cases} z+y=0 \\ x+2z-1=0 \end{cases}$ است معادله

کانونیک صفحه اخیر بصورت $\frac{x-۱}{۲}=y=\frac{z}{-۱}$ است که پارامترهای هادی آن $(۱-, ۱, ۲)$ می باشد.

۴۲۳ـ (۳) صفحه $P: y=۰$ همان صفحه xoz است و تصویر هر نقطه بصورت $(x_۰, y_۰, z_۰)$ بر روی این صفحه بصورت $(x_۰, ۰, z_۰)$ می باشد نقاط روی خط $D: ۲x-۱=y=z+۳$ بصورت $(x, ۲x-۱, ۲x-۴)$ می باشند و تصویر نقاط خط اخیر روی صفحه xoz بصورت $(x, ۰, ۲x-۴)$ است که معادله نقاط اخیر به فرم $\begin{cases} y=۰ \\ z=۲x-۴ \end{cases}$ در می آید.

روش دوم: چون تصویر روی صفحه $P: y=۰$ قرار دارد گزینه های ۱ و ۴ باطل خواهد شد و چون پارامترهای خط هادی D هم علامت هستند راستای تصویر روی صفحه $P: y=۰$ نیز هم علامت هستند و گزینه ۲ درست است.

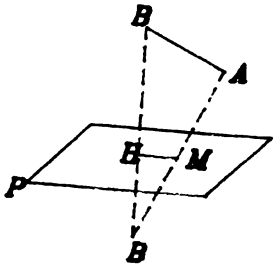
۴۲۴ـ (۲) شرط موازی بودن خط و صفحه آنستکه بردار پارامترهای هادی خط بر بردار نرمال صفحه عمود باشد، یعنی داریم:

$$\vec{n}(۲, (a-۱), -۳).\ \vec{n}'(a, ۲, a-۲)=۰ \Rightarrow ۲a+۲(a-۱)-۳(a-۲)=۰$$
$$\Rightarrow a=-۴$$

۴۲۵ـ (۱) ابتدا باید زاویه خط و صفحه را یافته و سپس از رابطه $A'B'=ABCos\alpha$ استفاده کنیم با توجه به پاسخ تست ۲۶ سینوس زاویه α برابر است با:

$$Sin\alpha=\frac{\vec{n}\ .\ \vec{n}'}{|\vec{n}|\ |\vec{n}'|}=\frac{۱}{۳}\Rightarrow Cos\alpha=\frac{۲\sqrt{۲}}{۳}$$
$$\Rightarrow A'B'=۶\times\frac{۲\sqrt{۲}}{۳}=۴\sqrt{۲}$$

۴۲۶ـ (۲) با توجه به پاسخ تست ۱۴ دو نقطه A و B در یک طرف صفحه واقع هستند با توجه به شکل صفحه بعد اگر B' قرینه B نسبت به صفحه P باشد



می نیمم مجموع فواصل A و B از صفحه P برابر $AB'=AM+MB'$ است چون صفحه P نیمساز دو صفحه $y=0$ و $x=0$ است لذا $B'(4, 3, 2)$ می باشد و $AB'=3\sqrt{2}$ خواهد بود.

۴۲۷ـ (۲) مکان مذکور خطی است عمود بر صفحهٔ سه نقطهٔ A و B و C و گذرنده از محل بر خورد سه عمود منصف مثلث ABC و چون $M(4, 3, 0)$ و $N(2, 1, 0)$ به ترتیب وسط های AB و AC هستند لذا صفحه عمود منصف AB و AC به ترتیب $-2(x-4)+2(y-3)=0$ و $2(x-2)+6(y-1)=0$ است و فصل مشترک ایندو یعنی $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$ مکان مورد نظر است.

۴۲۸ـ (۴)

$$\frac{\overline{MA}}{\overline{MB}}=-\frac{\overline{NA}}{\overline{NB}}=k \Rightarrow \frac{\overline{AM}}{\overline{AN}}=-\frac{\overline{BM}}{\overline{BN}}=\frac{k+1}{k-1}$$

$$k=\frac{-3}{5} \Rightarrow \frac{\overline{AM}}{\overline{AN}}=\frac{\frac{-3}{5}+1}{\frac{-3}{5}-1}=\frac{-1}{4}$$

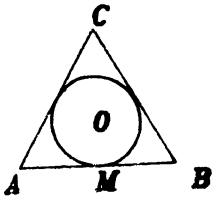
۴۲۹ـ (۲) مکان هندسی نقاطی از صفحه که نسبت فواصل آن نقاط از دو نقطه ثابت A و B مقدار ثابتی برابر k باشد دایره ای به قطر CD است که نقاط C و D پاره خط AB را به نسبت k تقسیم می کنند قطر CD برابر AB. $\left|\frac{1}{k-1}+\frac{1}{k+1}\right|$ یا $\left|\frac{2kAB}{k^2-1}\right|$ می باشد در اینجا طول CD یعنی قطر دایره برابر ۸ بوده و شعاع دایره برابر ۴ خواهد بود.

۴۳۰ـ(۱) اگر A و B دو نقطه تلاقی خط $y=۲x$ و منحنی تابع $y=\frac{x^۲+۱}{x-۱}$ باشند طول آندو از معادله $۲x=\frac{x^۲+۱}{x-۱}$ بدست می آید لذا a و b که به ترتیب طولهای A و B هستند ریشه های معادله $x^۲-۲x-۱=۰$ می باشند بنابر این $ab=-۱$ و $a+b=۲$ بنابه فرض $m=۰$، اکنون مقادیر اخیر را در رابطه $(a+b)(m+n)=۲(ab+mn)$ جایگذاری کنید $۲(۰+n)=۲(-۱)$ بوده یعنی $n=-۱$ است. چون نقطه بر روی خط $y=۲x$ است مختصات آن بصورت $(-۱ , -۲)$ خواهد بود.

۴۳۱ـ(۱) معادله پارامتری دایره به مرکز $\omega(a , b)$ و شعاع r بصورت $\begin{cases} x = a + r\,Cos\,\alpha \\ y = b + r\,Sin\,\alpha \end{cases}$ است معادلهٔ دایره را می توان بصورت $(x-\frac{۳}{۲})^۲+(y+۲)^۲=\frac{۲۵}{۴}$ نوشت بنابر این $\omega(\frac{۳}{۲} , -۲)$ و $r=\frac{۵}{۲}$ بوده و معادله پارامتری دایره بصورت $\begin{cases} x = \frac{۳}{۲} + \frac{۵}{۲}\,Cos\,\alpha \\ y = -۲ + \frac{۵}{۲}\,Sin\,\alpha \end{cases}$ می باشد.

۴۳۲ـ(۱) یک نقطه روی خط بصورت $M(x , ۴-x)$ است و قوت چنین نقاطی نسبت به دایره $x^۲+y^۲-۴=۰$ برابر $P_C^M=x^۲+(۴-x)^۲-۴$ است و کمترین مقدار عبارت اخیر به ازای $x=۲$ بوقوع می پیوندد که برابر ۴ است.

روش دوم: کمترین مقدار قوت یک نقطه متغیر روی یک خط نسبت به دایره برابر $d^۲-R^۲$ است که d فاصله مرکز دایره از خط می باشد چون $d=۲\sqrt{۲}$ است بنابر این کمترین مقدار قوت نقاط روی خط نسبت به دایره برابر ۴ است.



۴۳۳ـ(۲) با توجه به شکل مقابل M وسط AB بوده و داریم :

$$P_C{}^A = AM^2 = \frac{AB^2}{4} = 4 \Rightarrow AB = 4$$

۴۳۴ـ(۴) چون C_1 و C_2 بر یکدیگر عمود می باشند قوت مرکز دایرهٔ C_2 نسبت به C_1 برابر مربع شعاع دایرهٔ C_2 یعنی $P_{C_1}{}^{O_2} = \frac{1}{2}$ است .

۴۳۵ـ(۳) محور اصلی دو دایره به مرکز دایرهٔ کوچکتر نزدیکتر بوده و چون در این سؤال شعاعهای دو دایره یکی است فاصله محور اصلی از مرکز دو دایره به یک اندازه است .

۴۳۶ـ(۴) خطوطی که بر دایره عمود می باشند از مرکز دایره می گذرند و لذا باید محل تقاطع دسته خط به معادلهٔ $(1+m)x+(1-m)y-2=0$ را بیابیم معادله را بصورت $m(x-y)+x+y-2=0$ می نویسیم ، با قرار دادن $x+y-2=0$ و $x-y=0$ نقطه $\omega(1\ ,\ 1)$ حاصل می شود .

روش دوم : به ازای $m=1$ و $m=-1$ دو خط بدست می آید محل تقاطع دو خط مرکز دایرهٔ مورد نظر است .

۴۳۷ـ(۲) باید مراکز سه دایره روی یک خط باشند اگر $o_1(m\ ,\ 3)$ و $o_2(-m_1\ ,\ -m)$ و $o_3(0\ ,\ m)$ مراکز سه دایره باشند باید شیب خط واصل بین o_1 و o_2 برابر شیب خط واصل بین o_1 و o_3 باشد داریم :

$$m_{o_1o_2} = m_{o_1o_3} \Rightarrow \frac{-m-3}{-m-m} = \frac{m-3}{0-m} \Rightarrow m=1$$

۴۳۸ـ(۳) با توجه به پاسخ تست ۱۹۰ اگر AB طول وتر می نیمم گذرنده از M در دایره $C(O\ ,\ R)$ باشد داریم :

$$\frac{AB^2}{4}=AM^2=|P_C^M|=\frac{3}{4}R^2\Rightarrow AM=\frac{\sqrt{3}}{2}R\Rightarrow OM=\frac{R}{2}$$

اکنون با توجه به پاسخ تست ۱۹۷ خواهیم داشت :

$$Cos\,\alpha=\frac{OM}{R}=\frac{\frac{R}{2}}{R}=\frac{1}{2}\Rightarrow\alpha=60^\circ$$

روش دوم : چون $AM=\frac{\sqrt{3}}{2}R$ و $Sin\alpha=\frac{\sqrt{3}}{2}$ لذا $\alpha=60^\circ$.

روش سوم :

$$P_C^M=d^2-R^2=\frac{-3}{4}R^2\Rightarrow d=\frac{1}{2}R\Rightarrow Cos\,\alpha=\frac{\frac{1}{2}R}{R}=\frac{1}{2}\Rightarrow\alpha=60^\circ$$

۴۳۹ـ (۲) معادلهٔ دایره را بصورت $(x+m)^2+y^2=(m-1)^2+2$ بنویسید شعاع این دوایر به ازای $m=1$ کوچکترین مقدار راکه $r=\sqrt{2}$ است اختیار می کند .

روش دوم : $r=\sqrt{m^2-2m+3}=\sqrt{(m-1)^2+2}\geq\sqrt{2}$

به ازای $m=1$ کمترین شعاع حاصل می شود البته اگر از زیر رادیکال اخیر مشتق بگیریم ریشه مشتق m مورد نظر را بدست می دهد .

۴۴۰ـ (۴) مکان هندسی نقطه ای که مجموع مربعات فواصلش از دو نقطه ثابت A و B مقدار ثابت k^2 باشد دایره ای به مرکز O' وسط پاره خط AB و به شعاع $R=\frac{1}{2}\sqrt{2k^2-AB^2}$ است و چون $AB=2\sqrt{5}$ و $k^2=20$ درنتیجه $R=5$ و از آنجا که A و B نسبت به مبداء قرینه می باشند مرکز دایره مبداء مختصات است و معادلهٔ دایره بصورت $x^2+y^2=5$ می باشد .

روش دوم :

$$\text{مجموع مربعات فواصل}=(x-1)^2+(y+2)+(x+1)^2+(y-2)^2=20\Rightarrow$$

$$2x^2+2y^2+10=20\Rightarrow x^2+y^2=5$$

۴۴۱ـ (۲) شرط لازم و کافی برای آنکه چند خط یک دایره را با زاویه های

مساوی قطع کنند آن است که همه خطوط از مرکز دایره به یک فاصله باشند ، بنابر این نقطه مطلوب باید از سه ضلع به یک فاصله باشد و نقطه همرسی نیمسازهای زوایای داخلی مثلث نقطه مطلوب است .

۴۴۲ـ (۲) محور اصلی دو دایره از تفاضل معادله دو دایره حاصل می شود داریم:

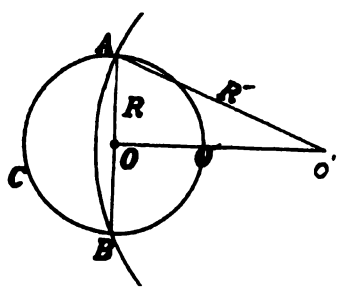
$$[(x-۲)^۲+(y-۲)^۲-۴]-[x^۲+y^۲-۹]=۰ \Rightarrow ۴x+۴y-۱۳=۰$$

خط اخیر موازی نیمساز ناحیه دوم و چهارم است و با محور xها زاویهٔ ۱۳۵° می سازد .

روش دوم : محور اصلی دو دایره بر خط المرکزین عمود است بنابراین :

$$m_{OO'}=\frac{۲-۰}{۲-۰}=۱ \Rightarrow m_{\Delta}=-۱ \Rightarrow \alpha=۱۳۵^\circ$$

۴۴۳ـ (۳) با توجه به شکل مقابل اگر C' محیط دایره C را نصف کند و O' مرکز دایرهٔ C' باشد در اینصورت O' روی عمود منصف قطری از دایرهٔ C است که محل تقاطع دایره ها است داریم :



$$OO'^۲=R'^۲-R^۲ \Rightarrow P_C{}^{O'}=OO'^۲-R^۲=R'^۲-۲R^۲$$

اکنون به ازای $R'=۳$ و $R=۱$ داریم :

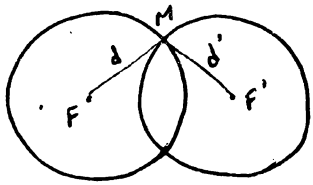
$$P_C{}^{O'}=۹-۲=۷$$

۴۴۴ـ (۴) در دو دسته دایره مزدوج پایه یکی محور دیگری است چون پایه دسته دایره $x^۲+y^۲-۲mx-۶=۰$ خط $y=۰$ است همین خط محور مزدوج دسته دایرهٔ اخیر است .

روش دوم : دسته دایرهٔ مزدوج دسته دایرهٔ اخیر بصورت $x^۲+y^۲-۲ny+۶=۰$

است که محور اصلی این دسته دایره خط $y=0$ است .

۴۴۵ـ (۱) با توجه به آنکه سرعت موج روی آب ثابت است با توجه به شکل مقابل مکان مربوطه روی یک هذلولی حرکت می کند زیرا $d'-d$ همواره مقداری ثابت است (اگر v سرعت موج و t اختلاف زمانی بین سقوط دو قطره باشد همواره $d'-d=vt$ است .)



۴۴۶ـ (۴) چون $\omega(1\ ,\ 1)$ مرکز اصلی سه دایره است قوت آن نسبت به سه دایره یکی است داریم :

$$P_{C_1}{}^{\omega}=P_{C_2}{}^{\omega}=P_{C_3}{}^{\omega}\Rightarrow 2-4a=-2=-2\Rightarrow a=1$$

روش دوم : $\Delta=C_2-C_1=-4y+4a=0$

۴۴۷ـ (۱) مرکز دایره مورد نظر پای عمودی است که از مرکز کرهٔ $x^2+y^2+z^2=9$ بر صفحه $x+y=2$ رسم می شود و خطی که از مرکز کره یعنی $O(0\ ,\ 0\ ,\ 0)$ گذشته و بر صفحه عمود باشد بصورت $\begin{cases} z=0 \\ x=y \end{cases}$ است و محل تلاقی خط اخیر و صفحه $x+y=2$ نقطه $H(1\ ,\ 1\ ,\ 0)$ است .

روش دوم : با جایگذاری جوابها در معادلهٔ صفحه نیز گزینه ۱ نتیجه می شود .

۴۴۸ـ (۴) باید k^2-2 منفی باشد یعنی $-\sqrt{2}<k<\sqrt{2}$.

۴۴۹ـ (۴) با ساده کردن دو معادله شعاعها بصورت $R=a$ و $R'=2$ و مراکز دو دایره $O(1\ ,\ 0)$ و $O'(0\ ,\ -1)$ است و بنابر این $d=OO'=\sqrt{2}$ ، داریم :

$$Cos\alpha=\frac{d^{۲}-(R^{۲}+R'^{۲})}{۲RR'}\Rightarrow\frac{۱}{۲}=\frac{۲-(a^{۲}+۴)}{۴a}$$

از معادله اخیر معادله $a^{۲}+۲a+۲=۰$ حاصل می شود که جواب حقیقی ندارد.

۴۵۰ـ(۱) نقطه $O(۰\ ,\ ۰)$ مرکز و $R=۱$ شعاع دایره $x^{۲}+y^{۲}=۱$ می باشد و نقطه $O'(m\ ,\ ۰)$ مرکز و $R'=\sqrt{m^{۲}-۵}$ شعاع عمومی دسته دایره $x^{۲}+y^{۲}-۲mx+۵=۰$ است فاصله خط المرکزین برابر $OO'=|m|$ است با توجه به پاسخ تست ۱۸۹ شرط مماس برونی بودن را می نویسیم داریم:

$$OO'=R+R'\Rightarrow|m|=۱+\sqrt{m^{۲}-۵}$$

$$(|m|-۱)^{۲}=m^{۲}-۵\Rightarrow-۲|m|=-۶\Rightarrow m=\pm۳$$

به ازای $m=۳$ دایره $x^{۲}+y^{۲}-۶x+۵=۰$ حاصل می شود.

روش دوم: هیچکدام از معادله های داده شده بجز گزینه ۱ معادلهٔ دایره نمی‌باشد.

۴۵۱ـ(۳) مرکز دایرهٔ اصلی بیضی همان مرکز بیضی می باشد و شعاع آن نصف قطر بزرگ است در اینجا $O(۰\ ,\ ۱)$ مرکز بیضی است و فقط دایره داده شده در گزینه ۳ مرکزش $O(۰\ ,\ ۱)$ است. البته می توان قطر بیضی را نیز محاسبه و نصف آنرا بعنوان شعاع دایره در نظر گرفت و به همین نتیجه رسید.

۴۵۲ـ(۱) اولاً بیضی داده شده قائم می باشد ثانیاً مرکز آن $O(۱\ ,\ -۲)$ است بنابر این کانونها عبارتند از $F(۱\ ,\ -۲+c)$ و $F'(۱\ ,\ -۲-c)$ چون $c=\sqrt{a^{۲}-b^{۲}}=\sqrt{۵}$ فقط گزینه ۱ می تواند کانون F باشد.

روش دوم: چون بیضی قائم است و طول مرکزش برابر ۱ است لذا طول کانونها ۱ است و فقط گزینه ۱ چنین است.

۴۵۳ـ اگر یک دایره به شعاع R بر صفحه ای تصویر شود که با صفحهٔ دایره زاویه α می سازد یک بیضی حاصل می شود که قطر بزرگ آن برابر $۲R$ و قطر کوچک

آن برابر $2R\ Cos\alpha$ است بنابر این در بیضی مذکور $a=R=12$ و $b=R\ Cos\alpha$ است داریم :

$$b=\sqrt{a^2-c^2} \Rightarrow 12\,Cos\,\alpha=6 \Rightarrow \alpha=60^\circ$$

۴۵۴ـ(۳) فاصله خط المرکزین دو دایره برابر $d=2c$ و شعاع دو دایره برابر $2a$ است . داریم :

$$Cos\alpha=\left|\frac{d^2-(R^2+R'^2)}{2RR'}\right|=\left|\frac{(2c)^2-((2a)^2+(2a)^2)}{2(2a).(2a)}\right|=\left|\frac{c^2}{2a^2}-1\right|$$

$$=\left|\frac{e^2}{2}-1\right|=1-\frac{e^2}{2}$$

۴۵۵ـ(۱) بنابه فرض $b=2$ و $a=2\sqrt{3}$ است فرض می کنیم مرکز بیضی روی مبدأ مختصات باشد در این صورت چون قطر بزرگ موازی محور xها است معادلهٔ بیضی بصورت $\frac{x^2}{12}+\frac{y^2}{4}=1$ خواهد بود ، قطر مطلوب روی خط $y=x$ بوده و طولش برابر فاصله دو نقطهٔ محل تقاطع $y=x$ و بیضی است در معادله بیضی بجای y مقدار x را قرار داده و نقاط را می یابیم

$$\frac{x^2}{12}+\frac{x^2}{4}=1 \Rightarrow 4x^2=12 \Rightarrow x^2=3 \Rightarrow x=\pm\sqrt{3}$$

بنابراین $A(\sqrt{3}\,,\,\sqrt{3})$ و $B(-\sqrt{3}\,,\,-\sqrt{3})$ محل تقاطع هستند و $AB=2\sqrt{6}$.

۴۵۶ـ(۲) اگر دایرهٔ هادی متناظر با کانون F' را C' بنامیم داریم :

$$P_{C'}^{F}=FF'^2-R^2=4c^2-4a^2$$

۴۵۷ـ(۴) چون هذلولی متساوی القطرین است بنابر این $2m+1=m+5$ بوده و در نتیجه $m=4$ است اکنون $a^2=b^2=9$ بوده و داریم :

$$c=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{18}=3\sqrt{2} \Rightarrow FF'=2c=6\sqrt{2}$$

۴۵۸ـ(۱) مجانبهای یک هذلولی از مرکز هذلولی می گذرند بنابراین نقطه $O'(1\,,\,n)$ که مرکزهذلولی است روی خط $y=2x+1$ است یعنی $n=2+1=3$.

۴۵۹ـ(۱) مکان هندسی نقاطی از صفحه که از یک نقطه درون دایره و خود

دایره فاصله یکسان داشته باشند یک بیضی است که آن دایره یکی از دوایر هادی آن بیضی است .

در اینجا نقطه F درون دایره C است چون قوت F نسبت به دایره C منفی می باشد نقطه $F(۰ , ۲)$ یک کانون و مرکز C یعنی $F'(۰ , ۰)$ کانون دیگر بیضی است و $FF'=۲C=۲$ یا $C=۱$ ، داریم :

$$R=۲a=۴ \Rightarrow ۲b=۲\sqrt{a^۲-c^۲}=۲\sqrt{۲^۲-۱^۲}=۲\sqrt{۳}$$

۴۶۰ـ (۱) ابتدا معادلهٔ هذلولی را بصورت $(y-۱)^۲-(x-۲)^۲=۱$ بنویسید در این صورت $a=b=۱$ است و $c=\sqrt{a^۲+b^۲}=\sqrt{۲}$ و در نتیجه $e=\frac{c}{a}=\sqrt{۲}$ می باشد .

روش دوم : در هذلولی متساوی القطرین خروج از مرکز برابر $\sqrt{۲}$ است .

۴۶۱ـ (۱) هر هذلولی دلخواهی دو خط هادی دارد که به فاصله $\frac{a^۲}{c}$ از مرکز هذلولی و عمود بر محور کانونی می باشند در هذلولی اخیر $a=b=\sqrt{۲}$ و $c=۲$ و محور xها محور کانونی می باشد و معادلات دو خط هادی بصورت $x=\pm\frac{a^۲}{c}=\pm ۱$ است .

۴۶۲ـ (۴) در یک هذلولی متساوی القطرین $FF'=۲C=۲\sqrt{۲}a$ می باشد و شعاع دو دایره $۲a$ است و داریم :

$$Cos\alpha=\frac{d^۲-(R^۲+R'^۲)}{۲RR'}=\frac{(۲\sqrt{۲}a)^۲-(۴a^۲+۴a^۲)}{۲(۲a)(۲a)}=۰ \Rightarrow \alpha=۹۰^\circ$$

روش دوم : چون $d^۲=R^۲+R'^۲$ لذا دو دایره بر هم عمود می باشند .

۴۶۳ـ (۴) ابتدا خط گذرنده از F و عمود بر خط هادی را که محور کانونی است می یابیم سپس اگر محل تقاطع خط هادی و محور کانونی را H بنامیم نقطه وسط FH راس سهمی است .

$FH \perp D \Rightarrow FH: y-۱=-(x-۲) \Rightarrow FH: y=-x+۳$

$$\begin{cases} y=x+۵ \\ y=-x+۳ \end{cases} \Rightarrow x+۵=-x+۳ \Rightarrow H(-۱\ ,\ ۴) \Rightarrow S(۰\ ,\ ۳)$$

۴۶۴ـ (۴) مکان هندسی تصویر های کانونهای یک بیضی روی خطوط مماس بر بیضی دایره اصلی بیضی است بـه مـرکز وسـط دو کـانون F و F' است و $\frac{MF+MF'}{۲}$ شعاع دایره اصلی است داریم :

$$O(۰\ ,\ ۰) \text{ و } R=\frac{MF+MF'}{۲}=\frac{۴}{۲}=۲ \Rightarrow x^۲+y^۲=۴$$

۴۶۵ـ (۳) معادله سهمی را بصورت $(x-۱)^۲=-\frac{۱}{۲}(y-۳)$ بنویسید $۲p=-\frac{۱}{۲}$ یا $p=-\frac{۱}{۴}$ است .

۴۶۶ـ (۲) چون قوت نقطه F نسبت به C مثبت است F خارج دایـره C واقـع است و مکان مطلوب یک هذلولی است که F یک کانون و کانون دیگرش مرکز C یعنی $O(۰\ ,\ ۰)$ است و C یک دایره هادی آن و چون شعاع دایره ۲ است لذا $۲a=۲$ بوده و $a=۱$ است و $FF'=۲c=۴$ و لذا $c=۲$ است داریم :

$$O'(۰\ ,\ ۲) \text{ و } b=\sqrt{c^۲-a^۲}=\sqrt{۳} \Rightarrow (y-۲)^۲-\frac{x^۲}{۳}=۱$$

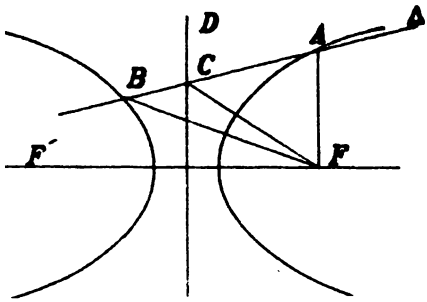
۴۶۷ـ (۴) از هر نقطه واقع بر خط هادی می توان دو مماس عمود بر هم بـر سهمی رسم کرد لذا باید محل تقاطع خط $۲x+y+۲=۰$ و خط هادی سهمی را بیابیم با توجه به که معادله $y^۲=۸x$ پارامتر سهمی یعنی p برابر ۴ است و خط هادی $x=-۲$ خواهد بود و محل تقاطع خط $x=-۲$ و خط اخیر نقطه $(-۲\ ,\ ۲)$ می باشد .

۴۶۸ـ (۲) خط مطلوب خطی است که از نقطه F بر خط FM عمود می شود .

۴۶۹ـ (۱) $(۱-e^۲)x^۲-۲px+y^۲+p^۲=۰ \Rightarrow (۱-e^۲)(x-\frac{p}{۱-e^۲})^۲+y^۲=\frac{e^۲p^۲}{۱-e^۲}$

$$\Rightarrow \frac{\left(x-\frac{p}{1-e^2}\right)^2}{\frac{e^2p^2}{(1-e^2)^2}}+\frac{y^2}{\frac{e^2p^2}{1-e^2}}=1 \Rightarrow a=\sqrt{\frac{e^2p^2}{1-e^2}}=\frac{ep}{\sqrt{1-e^2}}$$

۴۷۰ـ (۳) هرگاه خطی در نقطه T بر مقطع مخروطی مماس باشد و در نقطه A خط هادی را قطع کند پاره خط AT از کانون به زاویه قائمه دیده می شود .



۴۷۱ـ (۳) با توجه به شکل مقابل خط D خط هادی و AB قاطع مورد نظراست با توجه به نکته بعدی داریم :

$\angle AFC=\angle BFC \Rightarrow$

$\angle AFB=124^\circ$

نکته : اگر خط Δ یک مقطع مخروطی را در نقاط A و B قطع کند و خط هادی D (نظیر کانون F) را در نقطه C قطع کند در اینصورت خط FC یکی از دو زاویه بین FA و FB را نصف می کند .

۴۷۲ـ (۳) چون $2a=8$ در نتیجه $a=4$، از طرفی $e=\frac{c}{a}=\frac{5}{4}$ بنابر این $c=\frac{5}{4}a=5$ و $b=\sqrt{c^2-a^2}=3$ از طرفی فاصله هر کانون مقطع مخروطی از خط هادی نظیر آن کانون برابر $\frac{b^2}{c}$ است و لذا $\frac{b^2}{c}=\frac{9}{5}$.

۴۷۳ـ (۳) محور کانونی و محور تقارن در امتداد محور xها هستند . و چون از تبدیل $y\to -2\sqrt{5}-y$ تغییری در معادله حاصل نمی شود خط $y=-\sqrt{5}$ محور تقارن است .

روش دوم : بطور کلی سهمی $(y-a)^2=2p(x-b)$ یا $(x-a)^2=2p(y-b)$ دارای محور تقارن به ترتیب $y=a$ یا $x=a$ می باشد .

۴۷۴ـ (۱) قرینه کانون سهمی نسبت به هر خط مماس بر سهمی روی خط

هادی سهمی واقع است .

۴۷۵ـ (۴) ابتدا معادله سهمی را بصورت $y^2=4(x-\frac{1}{2})$ بنویسید از نقطه $S(\frac{1}{2}, 0)$ باید به اندازه نصف پارامتر یعنی ۱ واحد بسمت راست حرکت کرد و نقطه $F(\frac{3}{2}, 0)$ حاصل می شود .

۴۷۶ـ (۲) ابتدا معادله سهمی را بصورت استاندارد بنویسید داریم :

$$\rho=\frac{4}{1-Cos\theta}\Rightarrow 4=\rho-\rho\, Cos\theta\Rightarrow$$

$$4=\sqrt{x^2+y^2}-x\Rightarrow 4+x=\sqrt{x^2+y^2}$$

$$\Rightarrow 16+8x=y^2\Rightarrow y^2=8(x+2)\Rightarrow p=4$$

توجه کنید که تحت قائم همواره برابر پارامتر سهمی است .

۴۷۷ـ (۴) $(3\vec{V}_1).(2\vec{V}_2)=6\vec{V}_1.\vec{V}_2=6|\vec{V}_1|.|\vec{V}_2|Cos(\vec{V}_1,\vec{V}_2)$

$$=6\times4\times6Cos60^\circ=72$$

۴۷۸ـ (۱) تصویر بردار $\vec{V}_1$ روی $\vec{V}_2$ برابر $|\vec{V}_1|Cos(\vec{V}_1,\vec{V}_2)$ است داریم :

$$|\vec{V}_1|\,Cos(\vec{V}_1,\vec{V}_2)=\frac{|\vec{V}_1.\vec{V}_2|}{|\vec{V}_2|}=\frac{2+8+2}{3}=4$$

۴۷۹ـ (۲) با توجه به آنکه $\vec{AB}(-2,-2,-2)$ و $\vec{AC}(1,0,1)$ است داریم :

$$S=\frac{1}{2}\,|\vec{AB}\wedge\vec{AC}|=\frac{1}{2}\,|\vec{n}(-2,0,2)|=\sqrt{2}$$

۴۸۰ـ (۱) تنها صفحه ای که از نقطه $(0,3,0)$ می گذرد گزینه ۱ است .

۴۸۱ـ (۲) فاصله دو صفحه طول یک وجه مکعب است داریم :

$$a=\frac{|-7-1|}{\sqrt{2^2+1^2+2^2}}=\frac{8}{3}\Rightarrow V=a^3=\frac{512}{27}$$

۴۸۲ـ(۳) از معادلهٔ خط مقدار x و z بر حسب y به ترتیب برابر $۲y+۱$ و $۲y-۱$ است ایندو را در معادلهٔ صفحه جایگذاری کنید .

۴۸۳ـ(۴) پاره خط MN به نسبت $\frac{k+۱}{k-۱}$ یا $\frac{۵}{۳}$ تقسیم می شود .

۴۸۴ـ(۴) واضح است که شعاع چهارم نیز از A می گذرد .

۴۸۵ـ(۴) محور اصلی دو دایره بصورت $x-۴y=-۱$ بوده و در نقطه $A(-۱ , ۰)$ محور طولها را قطع می کند و چون $P_{C'}{}^{A}=P_{C}{}^{A}=۰$ نقطه A روی دو دایره بوده و مسأله جواب ندارد .

۴۸۶ـ(۱) مکان مطلوب عمود منصف خطی است که نقطه A را به نزدیکترین نقطه روی دایره وصل می کند .

روش دوم : معادله دوایر را بصورت کلی نوشته از شرط عمود بودن بر C و گذشتن از A یک دسته دایره حاصل می شود مکان مرکز دسته دایره را بیابید.

۴۸۷ـ(۲) خطوطی که از نقطه $O(۲ , ۳)$ بگذرند و دایره را در دو نقطه قطع می کنند باید خطی یافت که دایره را در دو نقطه قطع کند بطوریکه O وسط آن دو نقطه باشد و سپس فاصله O تا یکی از نقاط تقاطع شعاع مورد نظر است .

۴۸۸ـ(۱) توجه کنید که نقطه M روی خط هادی سهمی است .

۴۸۹ـ(۲) مکان مطلوب هذلولی است .

۴۹۰ـ(۴) در حالت خاص که دو خط مورد نظر محورهای مختصات باشند هذلولی $xy=c$ حاصل می شود.

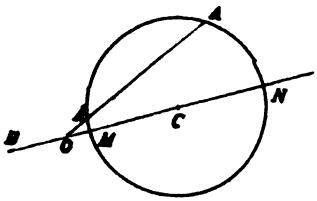
۴۹۱ـ(۴) مکان مذکور یک هذلولی است که دو خط مورد نظر مجانب های آن هذلولی می باشند .

۴۹۲ـ(۳) اگر a را برابر ۰ و ۱ در نظر بگیریم دو دایره از دسته بدست می آید که متقاطعند و بنابر این بقیه نیز متقاطعند و از نقطه تقاطع دو دایره اخیر می گذرند.

۴۹۳ـ(۴) فاصله خط هادی یک بیضی از مرکز آن برابر $\frac{a^۲}{c}$ است .

۴۹۴ـ (۴) اگر یک چهار ضلعی دو ضلع مجاورش موازی یک صفحه باشد آن چهار ضلعی موازی صفحه است توجه کنید که اگر دو ضلع مقابل موازی یک صفحه باشد ممکن است صفحه و چهار ضلعی موازی نباشند. بنابر این گزینه ۱ غلط است گزینه های ۲ و ۳ نیز غلط هستند.

۴۹۵ـ (۴) اگر یک n ضلعی منتظم بیش از ۳ ضلع داشته باشد دوایری که به قطر اضلاع رسم می شوند مرکز اصلی نخواهند داشت.



۴۹۶ـ (۳) با توجه به شکل مقابل اگر O وسط BC باشد دراینصورت تمامی دوایری که بر مثلث های AMN محیط باشند از نقطه ثابت A' روی خط AO می گذرند زیرا داریم:

$$\begin{cases} OM \,.\, ON = OB^{۲} = OC^{۲} \\ P_{C}{}^{O} = OA \,.\, OA' = OM \,.\, ON \end{cases} \Rightarrow OA \,.\, OA' = OB^{۲}$$

با توجه به آنکه OB و OA مقادیر ثابتی هستند برای هر دایرهٔ دلخواهی OA' ثابت است اکنون مراکز دوایر مطلوب روی عمود منصف پاره خط AA' می باشند.

۴۹۷ـ (۲) خط هادی $x=a$ و $y=b$ هستند و در نقاط $(a\,,\,۰)$ و $(۰\,,\,b)$ بر بیضی مماس می شوند و معادلهٔ خط واصل بین دو نقطه تماس بصورت $y=\frac{b}{a}(x-a)$ یا $bx-ay=ba$ می باشد.

۴۹۸ـ (۲) توجه کنید که زیر رادیکال ضریب $x^{۲}$ مثبت است.

۴۹۹ـ (۲) ضریب $x^{۲}$ زیر رادیکال عددی منفی و مخالف ۱- است.

۵۰۰ـ (۴)

$$\text{مساحت بیضی} = \pi a b = \sqrt{\pi^{۲} a^{۲} b^{۲}} = \sqrt{\pi a^{۲} \,.\, \pi b^{۲}} = \sqrt{s s'}$$

روش ویژه : می توان با در نظر گرفتن دیمانسیون تک تک گزینه ها گزینه درست را تشخیص داد در بین تمام گزینه ها فقط گزینه ۲ دارای دیمانسیون ۲ است که همان دیمانسیون مساحت است گزینه ۱ و ۳ و ۴ بترتیب دارای دیمانسیون ۴ و صفر و صفر هستند .

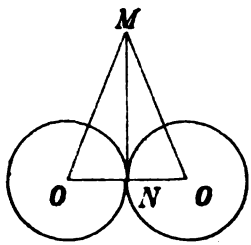
۵۰۱ـ(۲) حاصلضرب فواصل هر نقطه از هذلولی از دو خط مجانب برابر $\frac{a^2b^2}{c^2}$ یا $\frac{a^2b^2}{a^2+b^2}$ است .

۵۰۲ـ(۲)
$$\frac{\overline{CA}}{\overline{CB}} = -\frac{\overline{DA}}{\overline{DB}} = k \Rightarrow \overline{AD} = \frac{k\overline{AB}}{k+1}$$

چون $\overline{AD} = 2\overline{AB}$ بنابر این $\frac{k}{k+1}=2$ یا $k=-2$ می باشد .

۵۰۳ـ(۳) به پاسخ تست ۲۲۵ توجه کنید .

۵۰۴ـ(۲) چون شعاع دایرهٔ C' کوچکتر از شعاع دایره C است محور اصلی دو دایره به مرکز C' نزدیکتر است .



۵۰۵ـ(۴) $P_C{}^M + P_{C'}{}^M = 2R^2 \Rightarrow$

$MO^2+MO'^2-R^2-R'^2=2R^2$ از آنجا که

نقطه N ثابت است پس مکان مطلوب

دایره‌ای به مرکز N و شعاع R است .

۵۰۶ـ(۳) جوابهای مسأله کلیه دوایری است که مرکز آنها روی محور اصلی دایره ها و در خارج دایره های دسته و شعاع هر یک طول مماسی باشد که از آن نقطه (مرکز) بر هر یک از دایره های دسته رسم می شود .

۵۰۷ـ(۳) $P_C{}^M=R^2=MA\,.\,MB=AB\,.\,2AB=2AB^2 \Rightarrow AB=\frac{\sqrt{2}}{2}R$

۵۰۸ـ(۳) اگر در معادلهٔ صفحه z را به $-z$ تبدیل کنید قرینه صفحه نسبت به صفحه xoy حاصل می شود .

۵۰۹ـ(۱) با توجه به پاسخ تست ۴۹ معادلهٔ خط اول را بصورت

$\frac{z-\frac{۱}{۲}}{۳}=\frac{y-۱}{-۱}=\frac{x+۱}{۲}$ بنویسید در این صورت پارامترهای هادی دو خط یکی است و آندو موازی خواهند بود.

۵۱۰ـ(۳) قرار دهید $\frac{x}{۲}=y=z=t$ مقادیر x و y و z رابر حسب t در معادله صفحه قرار دهید، $t=۱$ حاصل می شود و نقطه $(۱ , ۱ , ۲)$ نقطه بر خورد خط و صفحه است.

روش دوم: تنها مختصات گزینه ۳ در معادلهٔ صفحه و خط صدق می کند.

۵۱۱ـ(۳) طبق فرض نقاط $A(۲ , ۰ , ۰)$ و $B(۰ , -۳ , ۰)$ روی صفحه بوده و چون صفحه با محور oz موازی است معادلهٔ صفحه بصورت $ax+by+c=۰$ است و با جایگذاری مختصات A و B در معادله اخیر می توان a و b را بر حسب c یافته و بعد از حذف c معادلهٔ $۳x-۲y=۶$ حاصل می شود.

روش دوم: مختصات دو نقطه A و B فقط در صفحه گزینه ۳ صدق می کنند.

۵۱۲ـ(۳) بردار $\overrightarrow{AB}$ عمود بر صفحه است و با توجه به پاسخ تست ۲۷ تعداد بی شماری صفحه شامل A و B وجود دارد که بر صفحه مذکور عمود هستند.

۵۱۳ـ(۴) با توجه به آنکه O وسط AB است با توجه به رابطه نیوتن داریم:

$$OB^۲=OM.ON \Rightarrow ۹=۱\times ON \Rightarrow ON=۹ \Rightarrow MN=ON-OM=۹-۱=۸$$

روش دوم:

$$\frac{\overline{MA}}{\overline{MB}}=-\frac{\overline{NA}}{\overline{NB}}=k \Rightarrow \overline{AM}=\frac{k\overline{AB}}{k-۱} \Rightarrow ۴=\frac{۶k}{k-۱}$$

$$\Rightarrow k=-۲ \Rightarrow MN=\left|\frac{۲kAB}{k^۲-۱}\right|=\left|\frac{۲\times -۲\times ۶}{۳}\right|=۸$$

۵۱۴ـ(۴)

$$\frac{\overline{MA}}{\overline{MB}}=-\frac{\overline{NA}}{\overline{NB}}=k \Rightarrow \frac{\overline{AM}}{\overline{AN}}=-\frac{\overline{BM}}{\overline{BN}}=\frac{k+۱}{k-۱}=\frac{۳+۱}{۳-۱}=۲$$

۵۱۵ـ(۲) قرینه $A(۱ , ۲ , ۳)$ نسبت به صفحه xoy نقطه $A'(۱ , ۲ , -۳)$

است و قرینه A' نسبت به صفحه yoz بصورت $A''(-۱ , ۲ , -۳)$ است .

۵۱۶ـ (۱) توجه کنید که قرینه نقطه $A(x_۰ , y_۰ , z_۰)$ نسبت به صفحه $y=$ بصورت $A(y_۰ , x_۰ , z_۰)$ است .

۵۱۷ـ (۴)

$$\vec{a}\wedge\vec{c}=\vec{a}\wedge(-\vec{a}-\vec{b})=\vec{a}\wedge(-\vec{a})+\vec{a}\wedge(-\vec{b})=۰-\vec{V}$$

روش دوم : می توان طرفین $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=۰$ را در $\vec{a}$ ضرب برونی کرد .

۵۱۸ـ (۲) چون خط و صفحه متقاطعند دو نقطه روی خط موجود است که به فاصله ۳ واحد از صفحه قرار دارند .

۵۱۹ـ (۳) خط مطلوب با محور های oy و oz زاویه های متساوی تشکیل می دهد بنابر این بردار پارامترهای هادی آن بصورت $n(a , b , b)$ می باشد و چون خط مطلوب بر خط $\frac{x}{۳}=\frac{y}{۲}=z$ عمود است بنابر این داریم :

$$n(a , b , b) . n'(۳ , ۲ , ۱)=۰\Rightarrow ۳a+۲b+b=۰\Rightarrow b=-a$$

اکنون بردار پارامترهای هادی خط مطلوب $n(a , -a , -a)$ است و چون از نقطه $M(۰ , ۱ , ۱)$ نیز می گذرد ، معادلهٔ خط بصورت $\frac{x}{a}=\frac{y-۱}{-a}=\frac{z-۱}{-a}$ یا $-x=y-۱=z-۱$ می باشد .

۵۲۰ـ (۱) با توجه به آنکه هرم $OABC$ در رأس O دارای یک کنج سه قائمه است داریم :

$$V=\frac{۱}{۶}OA . OB . OC=\frac{۱}{۶}\times۶\times۳\times۲=۶$$

روش دوم : به روش کلی بیان شده در پاسخ تست ۴۰۵ توجه کنید .

۵۲۱ـ (۱) شرط آنکه سه بردار $\vec{V}$ و $\vec{U}$ و $\vec{W}$ در یک صفحه باشند آنست که حاصل ضرب برونی دو تا بر دیگری عمود باشد ، با محاسبه‌ای کوتاه داریم :

$$(\vec{U}\wedge\vec{V}) . \vec{W}=۰\Rightarrow m=۱$$

روش دوم : $\begin{vmatrix} m+1 & -1 & 2 \\ 3 & -4 & 7 \\ 1 & 2 & -3 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow m = 1$

۵۲۲ـ (۳) با توجه به آنکه $\overrightarrow{AB}(2, -2, -3)$ و $\overrightarrow{AC}(4, 0, 6)$ داریم :

$S=\frac{1}{2}|\overrightarrow{AC}\wedge\overrightarrow{AB}|=\frac{1}{2}\times 28=14$

۵۲۳ـ (۱) مجموع سه بردار زمانی صفر است که آن سه بر یک صفحه واقع باشند و هر یک خارج زاویه دو بردار دیگر واقع باشند توجه کنید که مجموع سه بردار نا صفر که در صفحه نباشند هیچگاه صفر نمی باشند پس گزینه های ۲ و ۳ غلط هستند و گزینه ۴ هم ممکن است درست باشد و ممکن است درست نباشد ولی گزینه ۱ همواره درست است .

۵۲۴ـ (۲) این تست عیناً همان تست ۵۲۳ است فقط بجای بردار $\overrightarrow{OA}$ بردار $m\ \vec{a}$ و بجای بردار $\overrightarrow{OB}$ بردار $n\ \vec{b}$ و بجای بردار $\overrightarrow{OC}$ بردار $p\ \vec{c}$ جانشین شده است .

۵۲۵ـ (۴) کمترین قوت را نسبت به یک دایره مرکز آن دایره دارد و این مقدار قوت برابر $-R^2$ است که R شعاع دایره است .

روش دوم : غیر ممکن $P_C^M=d^2-R^2=-3R^2\Rightarrow d^2=-2R^2$

۵۲۶ـ (۲) با توجه به آنکه وسط BC مرکز دایره محیطی مثلث می باشد بنابر این مثلث در راس A قائمه است .

۵۲۷ـ (۲) ابتدا طرفین معادلهٔ مربوط به دایره C_1 را به ۲ تقسیم نموده شرط عمود بودن دو دایره را اعمال کنید داریم :

$m+\frac{2m}{2}+8=0\Rightarrow m=-4$

۵۲۸ـ (۱) نقاط $A(3, 0)$ و $B(0, 4)$ محل بر خورد $\frac{x}{3}+\frac{y}{4}=1$ با محور های مختصات می باشد مساحت مثلث OAB برابر ۶ و نصف محیطش ۶ است بنابر این شعاع دایره مطلوب برابر $r=\frac{s}{p}=1$ و مرکز آن نقطه $(1, 1)$ است لذا معادله

۵۲۸ـ (۲) اگر نقطه مفروض را $M(x , y)$ و دو دایره را C و C' در نظر بگیریم در این صورت باید معادله $P_{C}{}^{M} - P_{C'}{}^{M} = k$ را حل نمود و چنین معادله ای به معادله یک خط موازی محور اصلی دو دایره C و C' تبدیل می شود .

۵۲۹ـ (۱) سه دایره دو به دو متخارج یک مرکز اصلی دارند که خارج هر سه دایره است و از آن نقطه می توان دایره‌ای رسم نمود که بر هر سه دایره مذکور عمود باشد .

۵۳۰ـ (۲) دو دایره دلخواه در صورتی که هم مرکز نباشند دارای یک محور اصلی هستند که روی آن محور اصلی بی نهایت دایره می توان رسم نمود که بر هر دو دایره عمود باشد .

۵۳۱ـ (۱) فرض کنیم $\frac{\overline{CA}}{\overline{CB}}=-\frac{\overline{DA}}{\overline{DB}}=k$ در این صورت داریم :

$$\frac{\overline{CA}}{\overline{CB}}=-\frac{\overline{DA}}{\overline{DB}} \Rightarrow -\frac{\overline{CA}-\overline{CD}}{\overline{CB}-\overline{CD}}=-\frac{\overline{CA}-\overline{AB}}{\overline{CB}-\overline{AB}}=-\frac{\overline{CA}-\overline{CB}+\overline{CA}}{\overline{CA}}=$$

$$-\frac{۲\overline{CA}-\overline{CB}}{\overline{CA}}=-۲+\frac{\overline{CB}}{\overline{CA}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow k=-۲+\frac{۱}{k} \Rightarrow k^{۲}+۲k-۱=۰ \Rightarrow k=-۱\pm\sqrt{۲}$$

چون O بین A و B است پس $k<۰$ و $k=-(\sqrt{۲}+۱)$ قابل قبول است .

۵۳۲ـ (۱) معادله اول را بصورت $(x-۲)=۳Sint-۴Cost$ و معادله دوم را بصورت $(y+۳)=۴Sint+۳Cost$ نوشته بعد از بتوان رساندن طرفین دو معادله آنها را با یکدیگر جمع کنید معادله $(x-۲)^{۲}+(y+۳)^{۲}=۲۵$ حاصل می شود که

دایره ای به شعاع ۵ است .

۵۳۳ـ (۴) مکـان مـذکور دایـره ای بـه مـرکز دایـرهٔ $x^2+y^2-2x=7$ و شـعاع $\sqrt{R^2+R'^2}$ است که R شعاع دایره اخیر یـعنی $2\sqrt{2}$ است و $R'=4$ می باشد داریم :

$$(x-1)^2+y^2=16+8 \Rightarrow x^2+y^2-2x=23$$

روش دوم : توجه کنید که مکان هندسی مذکور دایره‌ای به مرکز دایره C است .

۵۳۴ـ (۴) $-(a^2-1)\times(-2)+(-2a)(-2)-2[(a+1)^2+(-2)]=0 \Rightarrow$

$$2a^2-2+4a-[2a^2+4a+2]=0 \Rightarrow 0=0 \Rightarrow a \in R$$

۵۳۵ـ (۱) ابتدا فاصله نقطه M تا مرکز دایره را یافته و شعاع دایره را از آن کـم کنید.

۵۳۶ـ (۳) اگر نقاط مطلوب را بصورت $M(x , y)$ در نظر بگیریم در این صورت داریم $\frac{MT}{MT'}=\frac{R}{R'} \Rightarrow \frac{MT^2}{MT'^2}=\frac{R^2}{R'^2}$ و در نتیجه $P_{C'}{}^{M}=\frac{R^2}{R'^2}P_{C'}{}^{M}$ پس از ساده نمودن ، معادله اخیر بصورت معادله ای دایره ای در می آید که از نقطه A می گذرد .

۵۳۷ـ (۱) از مـعادله $P_{C}{}^{M}=2P_{C'}{}^{M}$ تسـاوی $(x-2)^2+(y+4)^2=20$ حاصل می شود .

۵۳۸ـ (۲) از تساوی $C_1(x , y)-C_2(x , y)=0$ معادلهٔ $y-x=0$ حاصل می شود .

۵۳۹ـ (۳) مرکز دو دایرهٔ C_1 و C_2 نقاط $O_1(1 , -4)$ و $O_2(-1 , -2)$ بوده خط واصل بین ایندو بصورت $y=-x-3$ می باشد .

روش دوم : معادلهٔ پایه دسته دایره $y=x$ است و معادله پایه عمود بر $y=x$ بوده ضریب زاویه اش ۱- است .

۵۴۰ـ (۳) پایه از مرکز C_1 گذشته و بر خط Δ که محور است عمود می باشد بنابراین معادله پایه بصورت $y-0=-2(x-1)$ یا $y=-2x+2$ است .

۵۴۱ـ(۱) $\alpha = Arc\,Cos\frac{d}{R} = Arc\,Cos\ \frac{\frac{R}{۲}}{R} = \frac{\pi}{۳} = ۶۰^\circ$

۵۴۲ـ(۱) نقطه $M(\alpha\ ,\ ۰)$ بود وداریم :

$P_C^M = -۱ \Rightarrow \alpha^۲ + ۰ - ۰ - ۵ = -۱ \Rightarrow \alpha^۲ = ۴ \Rightarrow \alpha = \pm ۲$

۵۴۳ـ(۱)

$$Cos\,\alpha = \left| \frac{d^۲ - (R^۲ + R'^۲)}{۲RR'} \right| = \frac{|۶ - (۸)|}{۴} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{۳}$$

۵۴۴ـ(۲) واضح است که مساحت دایره اصلی از مساحت بیضی بیشتر است .

۵۴۵ـ(۱) $\frac{S}{S'} = \frac{۴}{۵} \Rightarrow \frac{\pi a b}{\pi a^۲} = \frac{۴}{۵} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{۴}{۵} \Rightarrow$

$$e = \sqrt{۱ - (\frac{b}{a})^۲} = \sqrt{۱ - \frac{۱۶}{۲۵}} = \frac{۳}{۵}$$

۵۴۶ـ (۴) محوراصلی دو دایره $x^۲+y^۲=۱$ و $x^۲+y^۲-x=۰$ خط $x=۱$ است و محور اصلی دو دایره $x^۲+y^۲=۱$ و $x^۲+y^۲+y=۰$ خط $y=-۱$ است و محل تلاقی دو محور نقطه $\omega(۱\ ,\ -۱)$ است .

۵۴۷ـ(۱) نقطه $O(۲\ ,\ ۰)$ مرکز دایره است داریم :

$$OH = \frac{|۲ - ۰|}{\sqrt{۱ + ۱}} = \sqrt{۲} \Rightarrow Cos\,\alpha = \frac{OH}{R} = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \Rightarrow \alpha = ۴۵^\circ$$

۵۴۸ـ(۱) فاصله مرکز هذلولی تا خط برابر $\frac{a^۲}{c}$ است .

۵۴۹ـ (۳) از تبدیل y به $-y$ در معادله منحنی تغییری حاصل نمی شود پس محور xها محور تقارن است و توجه کنید که $p=۳$ است و $x=\alpha-\frac{p}{۲}=\frac{۳}{۲}$ خط هادی است .

۵۵۰ـ(۱) خط هادی یک بیضی عمود بر محور کانونی و به فاصله $\frac{a^۲}{c}$ از مرکز است .

۵۵۱ـ(۲) شرط لازم و کافی برای آنکه دایرهٔ $C(O\ ,\ R)$ محیط دایرهٔ

$C'(O', R')$ را نصف کند این است که $P_{C}{}^{O'} = -R'^{۲}$ باشد داریم :

$$P_{C}{}^{O'} = R'^{۲} \Rightarrow C(۳, ۰) = -۹ \Rightarrow ۹ + ۱۲ + ۲m = -۹ \Rightarrow m = -۱۵$$

روش دوم : شرط نصف شدن دایره $x^{۲}+y^{۲}+ax+by+c=۰$ توسط دایره $x^{۲}+y^{۲}+a'x+b'y+c'=۰$ بصورت $a(a-a')+b(b-b')=۲(c-c')$ است داریم :

$$-۶(-۶-۴)+۰=۲(-۲m) \Rightarrow ۶۰=-۴m \Rightarrow m=-۱۵$$

۵۵۲ـ (۲) به ازای $m=۱$ و $m=۲$ دو دایره حاصل می شود که غیر متقاطعند.

روش دوم : داریم که $x^{۲}+y^{۲}+m(x+y)+۲y+۱=۰$ ضریب m محور اصلی را مشخص می کند یعنی $x+y=۰$ معادله محور اصلی دسته دایره است که البته محور اصلی با دوایر بر خورد نمی کند لذا دسته غیر متقاطع است .

۵۵۳ـ (۱) نقطه A را به O وصل نموده امتداد می دهیم تا دایره را در C و D قطع کند . دایره ای که از A می گذرد و بر دایره $C(O, R)$ عمود است از مزدوج A نسبت به C و D می گذرد در نتیجه اگر مزدوج A را نسبت به C و D نقطهٔ A' در نظر بگیریم دایره محیطی مثلث ABA' جواب مسأله است .

۵۵۴ـ (۳) محل تلاقی سه نیمساز مثلث $OO'O''$ مرکز دایره ای است که بر سه دایره C و C' و C'' عمود است .

۵۵۵ـ (۲) این از خواص بیضی است توجه کنید که سرعت موج ثابت است و هرشعاعی از موج مسیری به اندازه $۲a$ راطی می‌کند و به کانون دیگر برمی گردد.

۵۵۶ـ (۳) اولاً باید ضرایب x و y مساوی باشند یعنی $a-۳=۲$ و $a=۵$ و ثانیاً باید ضریب xy صفر باشد یعنی $b+۲=۰$ یا $b=-۲$ در نتیجه $a+b=۳$ می باشد.

۵۵۷ـ (۴) باید شعاع دایره یعنی $\sqrt{\frac{۱۳}{۴} - m}$ صفر باشد یعنی $m=\frac{۱۳}{۴}$ مورد نظر است .

۵۵۸ـ (۳) ابتدا طرفین را بر ۲ تقسیم کنید و معادله را بفرم استاندارد بنویسید .

۵۵۹ـ (۲) چون M روی مرکز دایره نیست خط واصل بین M و مرکز دایره تنها خطی است که از نقطه M گذشته و بر دایره عمود است .

۵۶۰ـ (۳) خط مذکور خط المرکزین دو دایره یعنی $x+y=۳$ است .

۵۶۱ـ (۳) اگر چهار ضلعی تصویر را $A'B'C'D'$ بنامیم برای اینکه $A'B'C'D'$ متوازی الاضلاع باشد باید تصویر وسط AC و تصویر وسط BD بر نقطه تقاطع دو قطر $A'B'C'D'$ منطبق باشد و این در صورتی ممکن است که صفحه P بر خطی که اوساط قطرهای AC و BD میگذرد عمود باشد .

۵۶۲ـ (۳) اگر نقاط مورد نظر بصورت $M(x , y)$ باشد داریم :

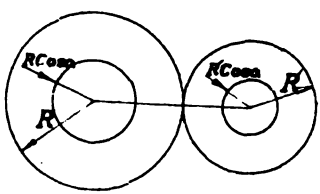
$$\frac{P_C{}^M}{P_{C'}{}^M} = k \Rightarrow P_C{}^M - k\, P_{C'}{}^M = ۰ \Rightarrow$$

$$x^۲+y^۲+\frac{ka'-a}{k-۱}x+\frac{kb'-b}{k-۱}y+\frac{kc'-c}{k-۱}=۰$$

معادله اخیر نشان دهنده یک دایره است و توجه کنید که به ازای مقادیر مختلف k دوایر C و C' نیز در این دسته دایره می باشند .

۵۶۳ـ (۲) معادله اقطار را بصورت $a(x-۳)-y+۲=۰$ بنویسید نقطه ثابتی که همه اقطار از آن نقطه می گذرند بصورت $O(۳ , ۲)$ است که مرکز دایره مورد نظر است فاصله O تا خط مذکور برابر $۳ = \frac{|۳\times۳+۴\times۲-۲|}{\sqrt{۳^۲+۴^۲}}$ است .

۵۶۴ـ (۴) اگر در داخل دایره $C(O , R)$ دایره ای به شعاع $R\,Cos\alpha$ و به مرکز O رسم کنیم و در داخل دایره $C'(O' , R')$ دایره ای به شعاع $R'\,Cos\alpha$ و مرکز O' رسم کنیم مماس مشترکهای دو دایره حاصل که تعدادشان ۴ عدد می باشد خطوط مورد نظر می باشند .



۵۶۵ـ(۱) به پاسخ تست ۱۸۹ توجه کنید .

۵۶۶ـ(۳) نقطه A مرکز دایره است و بنابر این هر خط گذرنده از A عمود بر دایره است .

۵۶۷ـ(۲) محور کانونی هذلولی عمود بر محور کانونی بیضی است و بیضی و هذلولی در دو رأس بر هم مماسند .

۵۶۸ـ(۳) $$۲c = ۲\sqrt{a^۲ - b^۲} = ۲\sqrt{\left(\frac{۱}{۲}\right)^۲ - \left(\frac{۱}{۳}\right)^۲} = \frac{\sqrt{۵}}{۳}$$

۵۶۹ـ(۳) واضح است .

۵۷۰ـ(۳) محل برخورد دو خط مرکز هذلولی است .

۵۷۱ـ(۳) اگر خروج از مرکز بیضی بسمت یک میل کند هذلولی به دو نیم خط میل خواهد کرد .

۵۷۲ـ(۲) اگر خروج از مرکز بیضی بسمت یک میل کند بیضی بسمت پاره خط میل می کند .

۵۷۳ـ(۱) $$S=S_B-S_C=\pi ab-\pi r^۲=\pi\times ۲\times ۳-\pi\times ۲^۲=۲\pi$$

۵۷۴ـ(۲) معادله بیضی را بصورت $\frac{x^۲}{۹}+\frac{y^۲}{۴}=۱$ بنویسید دیده می شود که دایرهٔ $x^۲+y^۲=۹$ دایره اصلی بیضی اخیر است و دو منحنی در دو نقطه بر یکدیگر مماس می باشند .

۵۷۵ـ(۱) واضح است .

۵۷۶ـ(۳) مجانبهای هذلولی بصورت $y-۲x+۱=۰$ و $y+۲x+۱=۰$ هستند و زاویه بین ایندو برابر است با :

$$\alpha = Arctg\left|\frac{m-m'}{۱+mm'}\right| = Arctg\left|\frac{۲-(-۳)}{۱-۶}\right| = \frac{\pi}{۴}$$

۵۷۷ـ(۴) معادله سهمی را بصورت $(y-۱)^۲=۲(x+۲)$ بنویسید پارامتر سهمی

یعنی P برابر یک بوده و نقطه $S(-۲ , ۱)$ راس سهمی است چون محور کانونی در امتداد محور x ها است کافی است از راس به اندازه $\frac{۱}{۲}$ بالا رفت و کانون $F(-\frac{۳}{۲} , ۱)$ بدست می آید .

۵۷۸ـ (۲) مشابه تست قبل عمل کنید در اینجا محور کانونی موازی محور y ها است .

۵۷۹ـ (۳) پارامتر سهمی یعنی P برابر ۲ است و خطی که از کانون سهمی بر محور کانونی سهمی عمود می شود طولش برابر $۲P$ یعنی ۴ است .

۵۸۰ـ (۱) واضح است که دو سهمی در نقاط $(۰ , ۰)$ و $(۱ , ۱)$ یکدیگر را قطع می کنند .

۵۸۱ـ (۱) با توجه به پاسخ تست قبل واضح است .

۵۸۲ـ (۳) واضح است .

۵۸۳ـ (۳) مکان هندسی نقاطی که از آن نقاط بتوان دو مماس عمود بر هم بر بیضی رسم کرد دایره ای به مرکز بیضی و شعاع $\sqrt{a^۲ + b^۲}$ است .

۵۸۴ـ (۱) واضح است که $-۱ \leq x \leq ۳$ بوده و Y مقدار ثابت ۲ است و بنابر این مکان مذکور پاره خطی بطول ۴ است .

۵۸۵ـ (۲) چون $a^۲+\frac{۱}{a^۲} \geq ۲$ بوده و x ثابت است مکان یک نیم خط است .

۵۸۶ـ (۳) در اینجا t نمی تواند صفر باشد و عبارت $t+\frac{۱}{t}$ می تواند برابر هر عدد ناصفری باشد بنابر این مکان مذکور تمام نقاط خط $y=-۲$ به غیر از $(۰ , -۲)$ است .

۵۸۷ـ (۱) توجه کنید که $x+y=Sin^۲\alpha+۳+Cos^۲\alpha+۱=۴$ است .

۵۸۸ـ (۳) $\begin{cases} x - ۱ = ۲Sin\,\alpha \\ y + ۲ = ۳Cos\,\alpha \end{cases} \Rightarrow (\frac{x - ۱}{۲})^۲ + (\frac{y + ۲}{۳})^۲ = ۱$

۵۸۹ـ (۲) چون مکان یک هذلولی بصورت $(\frac{x-۱}{۳})(\frac{y+۲}{۲})=۱$ می باشدبنابر

این دو محور تقارن دارد .

۵۹۰ـ (۳) نقاط خط بر حسب پارامتر α بصورت $M(\alpha\ ,\ ۱-\alpha)$ است .

۵۹۱ـ (۲) نقطه مطلوب را بصورت $M(۰\ ,\ \beta)$ در نظر بگیرید داریم :

$P_C{}^M=۳ \Rightarrow \beta^۲-۱=۳ \Rightarrow \beta=\pm ۲ \Rightarrow M(۰\ ,\ ۲)$ یا $M(۰\ ,\ -۲)$

۵۹۲ـ (۴) نقطه مطلوب را بصورت $M(\alpha\ ,\ ۰)$ در نظر بگیرید طبق فرض داریم:

$\left| P_C{}^M - P_{C'}{}^M \right| = \left| \alpha^۲+۰-۱-(\alpha^۲+۰-\alpha-۰-۱) \right| = ۲ \Rightarrow \alpha=\pm ۲$

۵۹۳ـ (۱) توجه کنید که مجانبها $y=\pm\sqrt{۳}x$ می باشند .

۵۹۴ـ (۲) مکان مذکور دو خط $y=-x$ و $y=x-۱$ می باشد .

۵۹۵ـ (۲) مرکز بیضی وسط دو نقطه M و N یعنی $\omega(۲\ ,\ ۶)$ است .

۵۹۶ـ (۲) اگر صفحه P با یکی از مولد های سطح مخروطی دوار موازی باشد و P' از راس مخروط نگذرد مقطع صفحهٔ P با سطح مخروطی یک سهمی است .

۵۹۷ـ (۳) در نقطه ای بطول صفر خطوط $y=\pm ۲$ بر بیضی مماسند .

۵۹۸ـ (۲) اگر از معادلهٔ خط ، y را بر حسب x یافته و در معادلهٔ هذلولی قرار دهید معادله حاصل ، یک جواب دارد بنابر این خط در یک نقطه هذلولی را قطع می کند .

۵۹۹ـ (۳) با حذف پارامتر m در مکان مذکور معادلهٔ $x=(\frac{y-۱}{۲})^۲$ یا $(y-۱)^۲=۴x$ حاصل می شود .

۶۰۰ـ (۲) مکان مرکز ، نقاطی بصورت $\left| \begin{matrix} a-۱ \\ a \end{matrix} \right. O$ می باشند که یک خط است.

۶۰۱ـ (۳) مکان راس سهمی نقاطی بصورت $\left| \begin{matrix} ۲a \\ a \end{matrix} \right. S$ است که یک خط می باشد .

۶۰۲ـ (۴) مجانبهای هذلولی $y=\pm ax$ می باشند که به ازای $a=\pm ۱$ بر یکدیگر عمود هستند .

۶۰۳ـ (۲) مکان مذکور ، یک بیضی است .

۶۰۴ـ (۲) مکان کانون دیگر یک هذلولی است .

۶۰۵ـ (۲) مکان کانون دیگر یک هذلولی است .

۶۰۶ـ (۴) بر اساس تعریف مقاطع مخروطی مسأله واضح است .

پاسخ سوالات پنج سال کنکور مرحله اول

۶۰۷ـ (۱)

$$\left|\vec{V}_1+\vec{V}_2\right| + \vec{V}_1 . \vec{V}_2 = \sqrt{0^2+3^2+4^2} + (-1-4-5) = -5$$

۶۰۸ـ (۲) چون مؤلفه دوم $\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2$ برابر ۲ است طول تصویر $\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2$ روی محور yها برابر ۲ است .

روش دوم :

$$\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2 = \begin{vmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & -1 \\ \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \end{vmatrix} = -\vec{i} - 2\vec{j} - 5\vec{k}$$

اندازه تصویر بردار اخیر روی محور oy برابر $|-2|$ یا ۲ است .

۶۰۹ـ (۴) اگر معادلهٔ خط را بصورت $\frac{x-1}{2}=y=\frac{z+1}{2}$ بنویسید واضح است که بردار پارامترهای هادی خط بصورت $\vec{V}(2, 1, 2)$ می باشد که این خود بردار عمود بر صفحه است و چون صفحه مطلوب از نقطه $A(1, 1, 1)$ می گذرد معادله‌اش بصورت $2(x-1)+(y-1)+2(z-1)=0$ یا $2x+y+2z=5$ است .

روش دوم : تنها صفحات گزینه ۳ و ۴ از نقطه $(1, 1, 1)$ می گذرند و می توان با مقایسه پارامترهای هادی خط ارائه شده و بردار نرمال صفحات گزینه ۳ و ۴ دیده می شود که گزینه ۴ درست است .

۶۱۰ـ(۳) ابتدا کسینوسهای هادی را می یابیم و با توجه به نقطه $A(۳, ۲, ۱)$ داریم :

$$\alpha=\beta=Cos\,۶۰^\circ=\frac{۱}{۲}\quad,\gamma=\sqrt{۱-\alpha^۲-\beta^۲}=\pm\frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

$$=\pm\frac{\sqrt{۲}}{۲}\Rightarrow V(\frac{۱}{۲},\frac{۱}{۲},\pm\frac{\sqrt{۲}}{۲})\ \text{یا}\ V(۱,۱,\pm\sqrt{۲})\Rightarrow x=۳+t\ \text{و}\ y=۲+t$$

$$z=۱\pm\sqrt{۲}t\ \text{و}$$

۶۱۱ـ(۳) از آنجا که O وسط CD است با توجه به رابطه نیوتن داریم :

$$\overline{OC}^۲=\overline{OA}.\overline{OB}\Rightarrow(-۴)^۲=-۱۲\times\overline{OB}\Rightarrow\overline{OB}=-\frac{۴}{۳}$$

۶۱۲ـ(۳) با توجه به رابطه دکارت داریم :

$$\frac{۲}{x}=\frac{۱}{۳}+\frac{۱}{۷}=\frac{۱۰}{۲۱}\Rightarrow x=\frac{۴۲}{۱۰}=\frac{۲۱}{۵}$$

۶۱۳ـ(۴) فاصله دو نقطه داده شده برابر شعاع کره است و با توجه به **مختصات** آنها داریم :

$$R^۲=(۲-۱)^۲+(-۱-۲)^۲+(-۲-۳)^۲=۳۵\Rightarrow(x-۱)^۲+(y-۲)^۲+(z-۳)^۲=۳۵$$

$$\Rightarrow x^۲+y^۲+z^۲-۲x-۴y-۶z=۲۱$$

روش دوم : تنها معادله‌ای که مختصات نقطه $(۲-, ۱-, ۲)$ در آن صدق می کند معادله گزینه ۴ است .

۶۱۴ـ(۲) چون سه دایره مرکز اصلی ندارند مراکز هر سه بر یک خط راست قرار دارند لذا سه نقطه $O(۰, ۰)$ و $O'(۳, ۲)$ و $O''(\alpha,\beta)$ روی یک خط راست قرار دارند معادلهٔ خط واصل بین O و O' بصورت $y=\frac{۲}{۳}x$ است لذا مختصات O'' در معادلهٔ خط صدق می کند یعنی $\beta=\frac{۲}{۳}\alpha$ یا $۳\beta-۲\alpha=۰$ است .

روش دوم : می توان محورهای اصلی را دو به دو موازی یکدیگر قرار داد .

۶۱۵ـ(۱) چون دو دایره بر هم عمود می باشند داریم :

$$aa'+bb'-۲c-۲c'=۰\Rightarrow-۶\times۰+۶\times۰-۲m+۱۴=۰\Rightarrow m=۷$$

اکنون معادلهٔ دایره C' بصورت $x^2+y^2+6y+7=0$ یا $x^2+(y+3)^2=2$ بوده و دارای شعاع $R=\sqrt{2}$ است .

روش دوم : $R'=\sqrt{P_C{}^{O'}}=\sqrt{0+9-0-7}=\sqrt{2}$

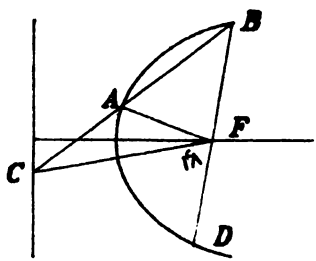
۶۱۶ـ (۳) چون $a=6$ و $b=4$ است لذا $c=\sqrt{20}$ بوده و $e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{20}}{6}$ است .

۶۱۷ـ (۱) هر نقطه که در خارج هذلولی واقع باشد تفاضل فواصلش از دو کانون کمتر از $2a$ و هر نقطه واقع در داخل هذلولی قدر مطلق تفاضل فواصلشان از دو کانون بیشتر از $2a$ است .

۶۱۸ـ (۱) اندازه جبری SF برابر $\frac{p}{2}$ است لذا $p=4$ بوده و داریم :

$$(y-\beta)^2=2p(x-\alpha) \Rightarrow (y-2)^2=8(x+2) \Rightarrow y^2=8x+4y+12$$

۶۱۹ـ (۱) هرگاه خطی یک مقطع مخروطی را در دو نقطه A و B و خط هادی را در نقطه C قطع کند در این صورت C روی نیمساز داخلی یا خارجی زاویه AFB واقع خواهد بود در نتیجه با توجه به شکل داریم :



$$\angle AFC=\angle CFD=48^\circ \Rightarrow AFD=96^\circ$$

$$\Rightarrow AFB=180-96=84$$

۶۲۰ـ (۲) ضرب درونی دو بردار خاصیت جابجائی دارد . توجه کنید که ضرب درونی دو بردار یک عدد است در نتیجه گزینه ۱ و ۴ نادرست است بعلاوه ضرب درونی سه بردار بی معنی است لذا گزینه ۳ نیز باطل است .

۶۲۱ـ (۳) دو بردار را بصورت $\vec{V}_1(0,1,2)$ و $\vec{V}_2(2,0,1)$ بنویسید داریم :

$$\vec{V}_1\wedge\vec{V}_2=\begin{vmatrix}0&1&2\\2&0&1\\\vec{i}&\vec{j}&\vec{k}\end{vmatrix}=\vec{i}+4\vec{j}-2\vec{k}\Rightarrow\left|\vec{V}_1\wedge\vec{V}_2\right|=\sqrt{21}$$

روش دوم : می توان از تساوی زیر نیز اندازهٔ $|\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2|$ را محاسبه نمود .

$$\left|\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2\right| + (\vec{V}_1 . \vec{V}_2)^2 = \left|\vec{V}_1\right|^2 \left|\vec{V}_2\right|^2 \Rightarrow$$

$$\left|\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2\right| = \sqrt{5 \times 5 - (0 + 0 + 2)^2} = \sqrt{25 - 4} = \sqrt{21}$$

۶۲۲ـ (۲) بردار عمود بر صفحه بصورت $\vec{n}(1 , 0 , 3)$ است و چون صفحه از نقطه $A(1 , 1 , -1)$ می گذرد معادله‌اش $(x-1)+0+3(z+1)=0$ یا $x+3z+2=0$ می باشد .

روش دوم : در معادلهٔ صفحه ضریب y صفر است و صفحه موازی آن نیز دارای ضریب صفر برای y است که فقط گزینه ۲ چنین می باشد .

۶۲۳ـ (۱) بردار پارامترهای هادی دو خط بترتیب $\vec{V}(\frac{1}{2}, \frac{1}{m}, 1)$ و $\vec{V}'(\frac{1}{m}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4})$ می باشد و چون دو خط بر یکدیگر عمود می‌باشند داریم :

$$\vec{V} . \vec{V}' = 0 \Rightarrow \frac{1}{2m} + \frac{1}{2m} + \frac{1}{4} = 0 \Rightarrow m = -4$$

۶۲۴ـ (۲) اگر $m_B = 1$ ضریب زاویه شعاع مزدوج ox باشد داریم :

$$\frac{2}{m_B} = \frac{1}{m} + \frac{1}{2m} \Rightarrow 2 = \frac{3}{2m} \Rightarrow m = \frac{3}{4}$$

۶۲۵ـ (۴) با توجه به آنکه محور اصلی دو دایره بر خط المرکزین عمود است و اینکه ضریب زاویه خط المرکزین برابر $m = \frac{3-2}{-1-1} = \frac{-1}{2}$ است ضریب زاویه محور اصلی قرینه عکس m یعنی $\frac{-1}{m}$ یا ۲ است .

۶۲۶ـ (۴) چون C و C' بر هم عمود هستند $aa' + bb' - 2c - 2c' = 0$ است با جایگذاری $m^2 - n^2 = 0$ خواهد بود یا به عبارتی $m^2 = n^2$ است .

۶۲۷ـ (۳) بامختصات دو کانون و یک نقطه معادله بیضی مشخص می شود.

۶۲۸ـ (۱)

$$4x^2+9y^2-18y=27 \Rightarrow 4x^2+9(y-2y)^2=27 \Rightarrow 4x^2+9(y-1)^2=36$$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{9}+\frac{(y-1)^2}{4}=1 \Rightarrow O(0\ ,\ 1) \text{ و } a=3 \Rightarrow x^2+(y-1)^2=9$$

$$\Rightarrow x^2+y^2-2y=8$$

۶۲۹ـ (۴)

$$x^2-y^2=8 \Rightarrow \frac{x^2}{(2\sqrt{2})^2}-\frac{y^2}{(2\sqrt{2})^2}=1 \Rightarrow a=b=2\sqrt{2}$$

$$\text{و } c=\sqrt{a^2+b^2}=4$$

اکنون دو کانون بصورت $F(4\ ,\ 0)$ و $F'(-4\ ,\ 0)$ بوده و معادله دایره های هادی بصورت $(x\pm 4)^2+(y-0)^2=(4\sqrt{2})^2$ یا $x^2+y^2\pm 8x=16$ می باشد.

۶۳۰ـ (۳) رأس سهمی همواره بر وسط تحت مماس واقع است و تحت قائم در هر نقطه از سهمی برابر پارامتر سهمی است.

۶۳۱ـ (۱) اگر $e=0$ باشد در این صورت $c=0$ است به عبارتی $a=b$ بوده و بیضی به دایره تبدیل می شود. بعلاوه اگر $0<e<1$ باشد مقطع بیضی است و اگر $e=1$ باشد مقطع سهمی می باشد و نهایتاً اگر $e>1$ باشد مقطع هذلولی است.

۶۳۲ـ (۳) با توجه به آنکه $\vec{V}_3=0$. $(\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2)$ است بردار $\vec{V}_3$ بر بردار $\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2$ عمود است و چون هر دو بردار $\vec{V}_1$ و $\vec{V}_2$ نیز بر $\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2$ عمود هستند لذا سه بردار $\vec{V}_3$ و $\vec{V}_2$ و $\vec{V}_1$ بر $\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2$ عمود هستند یعنی همگی در راستای یک صفحه اند و در حالتی که هر سه در یک صفحه باشند گزینه ۳ درست است. توجه داشته باشید که گزینه‌های ۱ و ۲ و ۴ در هیچ حالتی درست نیستند.

۶۳۳ـ (۴) از آنجا که صفحه بر محور oy عمود است بردار عمود بر آن بصورت $\vec{n}(0,\ 1\ ,\ 0)$ است و معادلهٔ صفحه مطلوب بصورت $(y-2)=0$ یا $y=2$ است.

روش دوم :معادلهٔ صفحه‌ای که بر محور yها عمود باشد بصورت $y=y_0$ است.

۶۳۴ـ(۲) باید مختصات نقطه بر خورد را پیداکنیم از معادلهٔ خط $\frac{x}{2}=\frac{y-1}{3}=z$ مقدار zرا یکبار بر حسب xو یکبار بر حسب yدر معادله $\frac{1-x}{3}=\frac{-y}{2}=z+2$ قرار دهید داریم :

$$\begin{cases}\frac{1-x}{3}=\frac{x}{2}+2\\ \frac{-y}{2}=\frac{y-1}{3}+2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}2-2x=3x+12\\ -3y=2(y-1)+12\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=-2\\ y=-2\\ z=-1\end{cases}$$

مجموع سه مقدار اخیر برابر ۵- است .

روش دوم : فرض کنید $\frac{x}{2}=\frac{y-1}{3}=z=t$ و $\frac{1-x}{3}=\frac{-y}{2}=z+2=t'$ در این صورت داریم :

$$\begin{cases}x=2t\\ y=3t+1\\ z=t\end{cases},\begin{cases}x=-3t'+1\\ y=-2t'\\ z=t'-2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}2t+3t'=1\\ 3t+2t'=-1\end{cases}$$

$t=-1$ و $t'=1\Rightarrow x=-2$ و $y=-2$ و $z=-1\Rightarrow x+y+z=-5$

روش سوم : می توان zرا بین دو معادله حذف کرد و xو yرا یافته و zرا نیز محاسبه نمود داریم :

$$\begin{cases}\frac{1-x}{3}=\frac{-y}{2}=z+2\\ \frac{x}{2}=\frac{y-1}{3}=z\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=-3z-5\ ,y=-2z-4\\ z=\frac{x}{2}\ ,\ z=\frac{y-1}{3}\end{cases}\Rightarrow$$

$x=-3(\frac{x}{2})-5$ و $y=-2(\frac{y-1}{3})-4\Rightarrow x=-2$ و $y=-2\Rightarrow z=-1\Rightarrow x+y+z=-5$

۶۳۵ـ (۳) بردار پارامترهای هادی Δ و Δ' به ترتیب $\vec{n}(1\ ,\ 2\ ,\ 1)$ و $\vec{n}'(2\ ,\ 1\ ,\ 1)$ و بردار عمود بر صفحه مطلوب $\vec{n}\wedge\vec{n}'$ است این بردار

بصورت (۱- , ۱- , ۳) است و فقط در گزینه ۳ بردارقائم بر صفحه چنین است .

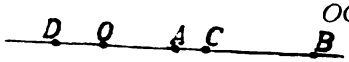
روش دوم : خط Δ شامل نقطه (۱ , ۳ , ۱) است و در میان گزینه ها فقط صفحه $3x-y-z+1=0$ شامل این نقطه است .

روش سوم : صفحه مطلوب از نقطه (۰ , ۱ , ۰) گذشته و با دو بردار $\vec{n}(1, 2, 1)$ و $\vec{n}'(2, 1, 1)$ موازی است لذا معادله‌اش بصورت زیراست:

$$\begin{vmatrix} x & y-1 & z \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow 3x - y - z + 1 = 0$$

روش چهارم : معادلهٔ صفحه Δ را بصورت $\Delta \begin{cases} y - 2x - 1 = 0 \\ z - x = 0 \end{cases}$ بنویسید معادلهٔ صفحه‌ای از دسته که شامل Δ باشد بصورت $y-2x-1+m(z-x)=0$ می باشد از دسته صفحه ، صفحه‌ای مورد نظر است که شامل Δ' باشد با جایگذاری نقطه (۲ , ۲ , ۱) در معادله دسته صفحه مقدار $m=1$ حاصل می شود و لذا صفحه مطلوب بصورت $y-2x-1+z-x=0$ یا $-3x+y+z-1=0$ و در نهایت بصورت $3x-y-z+1=0$ است .

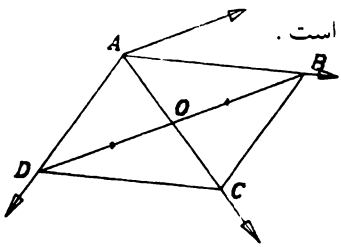
۶۳۶ـ(۲) با توجه به شکل زیر و فرمول نیوتن داریم :



$$OC^2=\overline{OA}.\overline{OB} \Rightarrow (2\sqrt{3})^2=\overline{OA}(\overline{OA}+4)$$

$$\Rightarrow 12=\overline{OA}^2+4\overline{OA} \Rightarrow \overline{OA}=2 \text{ یا } 6$$

در شکل بالا $OA=2$ قابل قبول است ولی اگر جای دو نقطه A و B به ترتیب با D و C تعویض شود $OA=-6$ قابل قبول است .



۶۳۷ـ(۳) با توجه به شکل صفحه بعد چون در متوازی الاضلاع قطر ها منصف یکدیگر می باشند لذا سه شعاع AD و AC و AB روی قطر دیگر دو پاره

خط مساوی پدید آورده‌اند لذا شعاع چهارم موازی DB است .

۶۳۸ـ (۴) چون دو عنصر از دسته دایره یکدیگر را در دو نقطه قطع می کنند لذا دسته دایره متقاطع بوده و همگی دوایر دسته نیز از همان دو نقطه می گذرند .

۶۳۹ـ (۳) هر گاه دو دایره شعاع مساوی داشته باشند نسبت به محور اصلی قرینه می باشند لذا باید قرینه مرکز دایره $x^2+y^2+2x=0$ یعنی $(-1\ ,\ 0)$ را نسبت به $x+y=0$ بیابیم قرینه $(-1\ ,\ 0)$ نسبت به $y=-x$ نقطه $(0\ ,\ 1)$ است .

روش دوم : $x^2+y^2+2x-m(x+y)=0 \Rightarrow x^2+y^2+x(2-m)-my=0$

چون شعاع دایره $x^2+y^2+2x=0$ برابر یک است داریم :

$$1=(1-\frac{m}{2})^2\frac{m+^2}{4}\Rightarrow 1=1-m+\frac{m^2}{2}\Rightarrow m=0 \text{ و } m=2$$

مرکز دوایر با شعاع یک $O(0\ ,\ -1)$ و $O'(0\ ,\ 1)$ است .

۶۴۰ـ (۴) پارامتر سهمی برابر فاصله نقطه $(2\ ,\ 7)$ و خط هادی $x=5$ است یعنی $p=2$ و لذا $S(7-1\ ,\ 2)$ یا $S(6\ ,\ 2)$ راس سهمی بوده و چون خطّ هادی عمود بر محور xها است معادله سهمی بصورت زیر است .

$$(y-2)^2=4(x-6) \Rightarrow y^2-4x-4y+28=0$$

روش دوم : چون $p=2$ است $x=\alpha-\frac{p}{2}$ خط هادی است یعنی $\alpha-\frac{2}{2}=5$

بنابراین $\alpha=6$ و چون $\alpha+\frac{p}{2}$ F می باشد پس $\left|\begin{matrix}6\\2\end{matrix}\right.$ F بوده و داریم :

$$(y-2)^2=4(x-6)\Rightarrow y^2-4y-4x+28=0$$

روش سوم : می توان از مشتق گیری مختصات رأس را در نظر گرفت چون $y=2$ عرض رأس سهمی است پس معادلهٔ $f'_y=0$ عرض رأس سهمی را بدست می دهد و گزینه‌های ۱ و ۳ باطل می شود و چون F سمت راست خط هادی Δ واقع است طول رأس نیز مثبت است و گزینه ۲ نیز باطل می شود .

۶۴۱ـ(۳) ابتدا معادله بیضی را بصورت $\frac{(x+1)^2}{3}+\frac{(y-1)^2}{4}=1$ بنویسید اکنون $a=2$ و $b=\sqrt{3}$ و مساحت دایره اصلی برابر πa^2 یا 4π داریم :

مساحت محدود = مساحت دایره اصلی - مساحت بیضی $=4\pi-\pi ab=$

$4\pi-2\sqrt{3}\pi=2\pi(2-\sqrt{3})$

۶۴۲ـ(۴) فاصله خط هادی یک هذلولی از مرکز برابر $\frac{a^2}{c}=6$ است و $e=\frac{c}{a}=\frac{4}{3}$ با ضرب طرفین دو تساوی اخیر $a=\frac{4}{3}\times 6=8$ بوده و لذا $2a=16$ است .

۶۴۳ـ(۲) اگر از نقطه P واقع بر خط هادی یک سهمی (در حالت کلی مقطع مخروطی) دو مماس بر سهمی (مقطع) رسم کنیم پاره خط واصل بین دو نقطه تماس از کانون گذشته و PF بر آن عمود است .

۶۴۴ـ(۴) عبارت $\vec{a}.(\vec{b}\wedge\vec{c})$ حاصلضرب مختلط یا سه گانهٔ $\vec{a}\ \vec{b}\ \vec{c}$ است که عددی جبری می باشد . گزینه‌های ۱ و ۳ تعریف نشده‌اند چون حاصلضرب خارجی یک عدد در یک بردار بی معنی می باشد . عبارت گزینه ۲ قرینه عبارت $\vec{a}.(\vec{b}\wedge\vec{c})$ می باشد زیرا $\vec{b}\wedge\vec{c}=-\vec{c}\wedge\vec{b}$ است . و لذا تنها گزینه ۴ می تواند درست باشد ، البته با توجه به خواص ضرب مختلط تساوی زیر همواره بر قرار است .

$$\vec{a}.(\vec{b}\wedge\vec{c})=(\vec{a}\wedge\vec{b}).\vec{c}$$

۶۴۵ـ(۱) اولاً مختصات مرکز مکعب نقطه $O'(\frac{1}{2},\frac{1}{2},\frac{1}{2})$ است ثانیاً معادله صفحه گذرنده از نقاط A و B و C بصورت $\frac{x}{1}+\frac{y}{1}+\frac{z}{1}=1$ یا $x+y+z=1$ می باشد توجه کنید که طول از مبداء و عرض از مبداء و ارتفاع از مبداء همگی یک است ، اکنون با توجه به فاصله نقطه از صفحه داریم :

$$d=\frac{|ax_0+by_0+cz_0+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=\frac{\left|\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-1\right|}{\sqrt{1+1+1}}=\frac{1}{2\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{6}$$

۶۴۶ـ (۳) اگر خطی بر دو محور oz و oy عمود باشد بر صفحهٔ yoz عمود خواهد بود و در نتیجه با محور xها که معادله‌اش $\begin{cases} z=0 \\ y=0 \end{cases}$ است موازی می باشد بنابر این معادلهٔ آن بصورت $\begin{cases} z=a \\ y=b \end{cases}$ خواهد بود.

۶۴۷ـ (۲) با توجه به پاسخ تست ۸۵ و با تقسیم معادلهٔ صفحه دوم بر ۲ داریم:

$$\text{فاصله دو صفحه} = \frac{|d-d'|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} = \frac{|-6+12|}{\sqrt{1+1+4}} = \frac{6}{\sqrt{6}} = \sqrt{6}$$

۶۴۸ـ (۴) با توجه به رابطه نیوتن خواهیم داشت:

$$\overline{OC}.\overline{OD}=\overline{OA}^2=\overline{OB}^2=16$$

۶۴۹ـ (۱) درگزینه های ۲ و۳ و ۴ مرکز اصلی دوایر خارج آنها واقع است و در نتیجه همواره دایره‌ای وجود دارد که بر آن سه دایره عمود است در نتیجه این سه نمی توانند جواب صحیح باشند و فقط گزینه ۱ می تواند درست باشد.

۶۵۰ـ (۲) اگر مختصات نقطه $(2,-2)$ را در معادله دسته دایره جایگذاری کنیم داریم:

$$a(4+4-4)+b(4+4+4)=0 \Rightarrow a=-3b$$

$$\Rightarrow -3b(x^2+y^2-2x)+b(x^2+y^2-2y)=0 \Rightarrow x^2+y^2-3x+y=0 \Rightarrow$$

$$R=\sqrt{\frac{a^2}{4}+\frac{b^2}{4}-c}=\sqrt{\frac{9}{4}+\frac{1}{4}-0}=\sqrt{\frac{10}{4}}=\frac{\sqrt{10}}{2}$$

۶۵۱ـ (۳) مزدوج دسته دایرهٔ $x^2+y^2-2by+c=0$ بصورت $x^2+y^2-2ax-c=0$ است لذا مزدوج دستهٔ $x^2+y^2-2by-1=0$ بصورت $x^2+y^2-2ax+1=0$ است.

۶۵۲ـ (۱) فصل مشترک یک صفحه دلخواه با سطح مخروطی دوّار در صورتی سهمی است که صفحه با مولد موازی باشد.

۶۵۳ـ (۳) چون نقطه M خارج بیضی نیست بنابر این داخل یا روی بیضی است لذا مجموع فواصلش از دو کانون همواره کمتر یا مساوی $2a$ است اکنون a را محاسبه می کنیم داریم :

$$3x^2+2y^2-6y=\frac{15}{2} \Rightarrow 3x^2+2(y-\frac{3}{2})^2=12 \Rightarrow$$

$$\frac{x^2}{4}+\frac{(y-\frac{3}{2})^2}{6}=1 \Rightarrow a^2=6 \Rightarrow a=\sqrt{6} \Rightarrow 2a=2\sqrt{6}$$

۶۵۴ـ (۲) با توجه به آنکه فاصله کانون هذلولی از هر یک از مجانبها برابر b است باید b را محاسبه کنیم داریم :

$$4x^2-y^2+2y=9 \Rightarrow 4x^2-(y-1)^2=8 \Rightarrow \frac{x^2}{2}-\frac{(y-1)^2}{8}=1$$
$$\Rightarrow b^2=8 \Rightarrow b=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$$

۶۵۵ـ (۴) چون فاصله نقاط روی سهمی از کانون و خط هادی همواره برابر است لذا دایره های به مرکز $M(x , y)$ روی سهمی بر خط هادی سهمی مماسند اکنون معادلهٔ خط هادی را می یابیم :

$$3y=x^2-2x-2 \Rightarrow S(1 , -1) \text{ و } p=\frac{3}{2} \text{ و } y=\beta-\frac{p}{2} \Rightarrow y=-1-\frac{3}{4}=-\frac{7}{4}$$

در نتیجه $y=-\frac{7}{4}$ خط هادی و همان مطلوب مسأله است .

۶۵۶ـ (۱) بردار پارامترهای هادی خط $n(1, \frac{-1}{2}, 1)$ آندو همان بردار عمود بر صفحه است و چون صفحه از نقطه $(-1 , 2 , 1)$ می گذرد معادله‌اش بصورت $(x+1)-\frac{1}{2}(y-2)+(z-1)=0$ یا $2x-y+2z+2=0$ است .

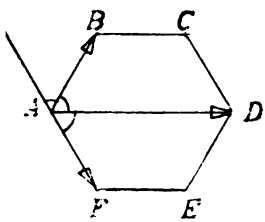
۶۵۷ـ (۴) اگر معادلات خط را بر حسب یک پارامتر مثل t بصورت $\begin{cases} x=1 \\ y=t \\ z=0 \end{cases}$ و $\begin{cases} x=0 \\ y=2 \\ z=t \end{cases}$ بنویسید واضح است که بردار پارامترهای هادی دو خط بصورت

$\vec{n}(۰ , ۱ , ۰)$ و $\vec{n}'(۰ , ۰ , ۱)$ است و حاصلضرب خارجی دو بردار اخیر که راستای خط مطلوب است بصورت $\vec{n}''(۱ , ۰ , ۰)$ است همچنین در عمود مشترک دو خط y و z ثابت می باشند و فقط گزینه ۴ چنین است .

۶۵۸ـ(۱)

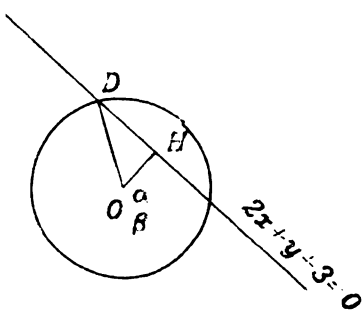
$$\vec{V}_۱ \wedge \vec{V}_۲ = \begin{vmatrix} ۰ & ۱ & ۲ \\ -۱ & ۱ & ۰ \\ \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \end{vmatrix} = -۲\vec{i} - ۲\vec{j} + \vec{k} \Rightarrow$$

$$\left| \vec{V}_۱ \wedge \vec{V}_۲ \right| = \sqrt{۹} = ۳$$



۶۵۹ـ (۲) سه زاویه مشخص شدهٔ شکل مقابل ۶۰° می باشند و لذا شعاع AB نیمساز خارجی زاویه $\angle DAF$ است و لذا شعاع دیگر نیمساز داخلی همین زاویه یعنی AE است .

۶۶۰ـ(۴) محور اصلی دو دایره که یکی درون دیگری باشد خارج هر دو دایره می باشد لذا محوراصلی C و C'' خارج C'' قرار دارد و لذا مرکز اصلی سه دایره C و C' و C'' نیز روی این خط و در نتیجه خارج هر سه دایره قرار دارد .



۶۶۱ـ(۲) با توجه به شکل مقابل چون $DH=۲$ و $R=OD=۳$ طول OH برابر $\sqrt{۳^۲ - ۲^۲}$ یا $\sqrt{۵}$ است و داریم .

$$OH=\sqrt{۵} \Rightarrow \frac{|۲\alpha+\beta+۳|}{\sqrt{۵}}=\sqrt{۵}$$

$$\Rightarrow ۲\alpha+\beta+۳=\pm ۵$$

$\Rightarrow 2\alpha+\beta=2$ یا $2\alpha+\beta=-8 \Rightarrow 2x+y=2$ یا $2x+y=-8$

۶۶۲ـ(۳) اولاً فاصله مرکز هذلولی از خط هادی برابر $\frac{a^2}{c}$ است و ثانیاً دو خط هادی نسبت به مرکز بیضی قرینه یکدیگر می باشند لذا فاصله دو خط هادی برابر $\frac{2a^2}{c}$ است داریم:

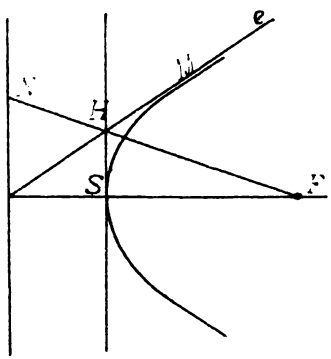
$$x^2+\frac{4}{3}y^2=1 \Rightarrow x^2+\frac{y^2}{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}=1 \Rightarrow a=1,\ b=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

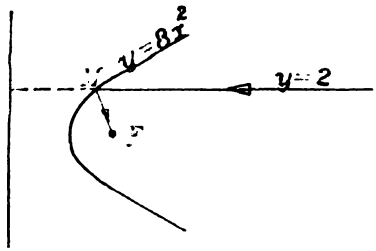
$$c=\sqrt{a^2-b^2}=\frac{1}{2} \Rightarrow \qquad \text{فاصله دو خط هادی}=\frac{2a^2}{c}=4$$

۶۶۳ـ(۱) فرض کنید a و c و e مربوط به بیضی اولیه و a' و c' و e' مربوط به بیضی ثانویه است طبق فرض $c'=\frac{c}{2}$ و $a'=2a$ است لذا داریم:

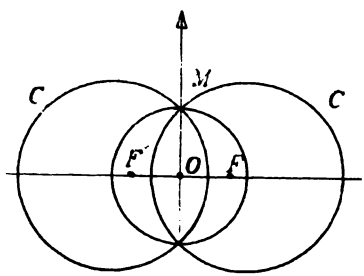
$$e'=\frac{c'}{a'}=\frac{\frac{c}{2}}{2a}=\frac{1}{4}\cdot\frac{c}{a}=\frac{1}{4}e \Rightarrow e'=\frac{1}{4}e$$

۶۶۴ـ(۲) نقطه S روی مکان قرار دارد خطی که در راس سهمی بر سهمی مماس است بر محور کانونی عمود است بعلاوه اگر خط l در نقطه M بر سهمی مماس باشد و H تصویر کانون روی مماس باشد نقطه H وسط FN است لذا SH موازی خط هادی سهمی است.





۶۶۵ـ (۱) هر شعاعی که موازی محور کانونی به سهمی بتابد به کانون منعکس می شود لذا ضریب زاویه خط واصل بین کانون سهمی یعنی $F(۲\ ,\ ۰)$ و نقطه بر خورد $y=۲$ و $y^۲=۸x$ یعنی $M(\frac{۱}{۲}\ ,\ ۲)$ نقطه مطلوب است ضریب زاویه این خط برابر $m=\frac{۲-۰}{\frac{۱}{۲}-۲}=\frac{-۴}{۳}$ است.

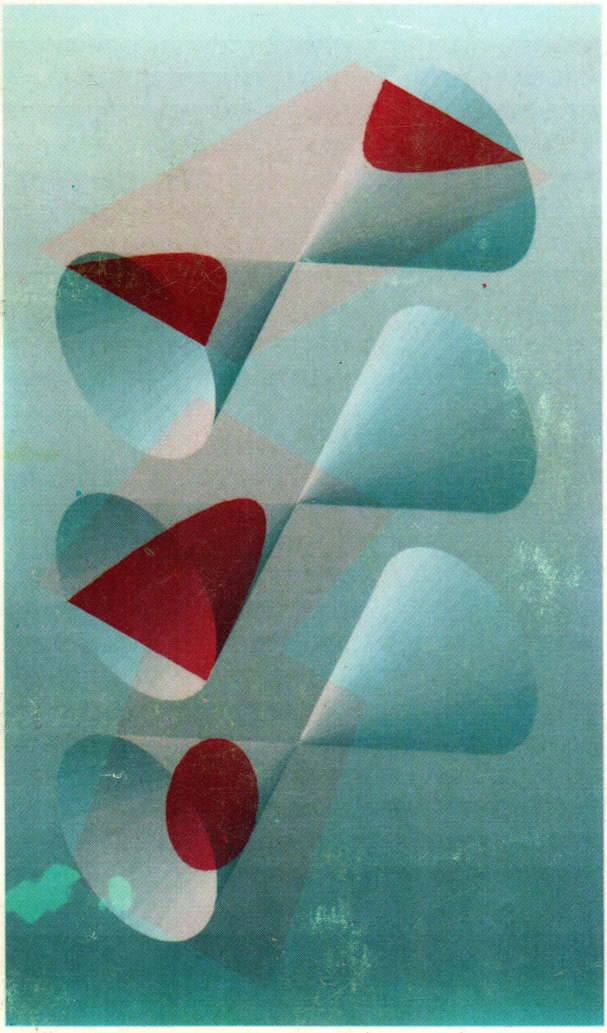


۶۶۶ـ (۳) اگر O مرکز و F و F' دو کانون هذلولی باشند اولاً $FM=۲a$ و بعلاوه $OM=a$ است و $FO=c$ می‌باشد بنابراین در مثلث FMO داریم:

$$۴a^۲=a^۲+c^۲\Rightarrow ۳a^۲=c^۲\Rightarrow$$

$$\frac{c^۲}{a^۲}=۳\Rightarrow e=\sqrt{۳}$$

666 TEST OF ANALYTIC GEOMETRY



BY : G.R.SAFAKISH HAMADANY